SEDU 2026

Matemática

3ª Série
Segundo Trimestre

Gerência de Currículo da Educação Básica

Rotinas Pedagógicas Escolares

Material do(a) Professor(a)

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Governador
RICARDO DE REZENDE FERRAÇO

Secretária de Estado da Educação
ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Subsecretária da Educação Básica e Profissional
ALINE DE FREITAS

Gerente de Currículo da Educação Básica
JOCILENE GADIOLI DE OLIVEIRA

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica
KAYODÊ DAVID DE MELO SOUZA

Subgerente de Educação Ambiental
JÉSSICA AFLÁVIO DOS SANTOS

2026

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO

Secretaria da Educação

Coordenadores do Componente Curricular

GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
LEOVEGILDO IZIDORO PEREIRA NETO
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Professores Colaboradores

ADOLFO RIOS MIDON JUNIOR
ANATIELLI LEILIANE PEREIRA SANTANA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES
GILBERTO DE PAIVA
HAROLDO CABRAL MAYA
ISABELA BELLO GILLES
NAFTALY CRISTAL FÉLIX
NATHALIA DA COSTA DIAS
NÚBIA QUENUPE CAMPOS
MAURÍCIO DE OLIVEIRA CELERI
ORGANDI MONGIN ROVETTA

Importante

A Rotina Pedagógica Escolar 2026 é uma ação integrante da **Portaria nº 093/2025** que dispõe sobre as diretrizes pedagógicas para o Programa Estadual de **Recomposição das Aprendizagens** no âmbito da Rede Pública Estadual do Estado do Espírito Santo.

Esse é um conjunto estruturado de atividades pedagógicas voltado ao componente curricular de Matemática, com o objetivo de otimizar o processo de ensino e aprendizagem, **considerando os Padrões de Desempenho Estudantil** em avaliações externas.

Desse modo, o trabalho do(a) professor(a) com a RPE 2026 no Ensino Médio, a partir do 2º trimestre, deve observar os seguintes aspectos:

- O currículo do Estado do Espírito Santo **é o documento de maior referência para o planejamento pedagógico**, portanto o presente material não o substitui;

- O referido material configura-se em um desdobramento que irá **subsidiar ações do trabalho com os descritores priorizados**, buscando oferecer soluções para enfrentamento do problema das aprendizagens não consolidadas dos(as) estudantes e, desse modo, **não contempla todos os conteúdos** das Orientações Curriculares;

- O trabalho com **a RPE 2026 não configura um isolamento e nem um único recurso didático em sala de aula** e deve ser realizado em consonância com as normas do Currículo do Espírito Santo e a BNCC. Além disso, as habilidades não contempladas neste material deverão ser ofertadas aos(às) estudantes, ao longo das aulas do componente, bem como em colaboração com as demais áreas de conhecimento em projetos interdisciplinares;

- Com esse novo material de apoio, voltado a professores(as), **espera-se que o trabalho esteja pautado na autonomia docente** para definir métodos e conteúdos, a fim de apoiar estudantes em suas necessidades educacionais e estabelecer melhores caminhos para as garantias do direito à aprendizagem.

Sumário

APRESENTAÇÃO

CAPÍTULO 4: FUNÇÕES E PROGRESSÃO ARITMÉTICA

CAPÍTULO 5: PERÍMETRO E ÁREA DE FIGURAS PLANAS

CAPÍTULO 6: ÁREA E VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

CAPÍTULO 7: FUNÇÃO EXPONENCIAL E PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

FORMULÁRIOS DE AVALIAÇÃO E APONTAMENTOS DA RPE

Apresentação

RECOMPOSIÇÃO DAS APRENDIZAGENS

Oferecer educação de qualidade para todos é um desafio que se intensificou com a crise sanitária da Covid-19. Outras situações, muitas delas de cunho social, agravam a defasagem das aprendizagens e reforçam a necessidade de políticas estratégicas.

Diante desse cenário e, visando apoiar estados, municípios e o Distrito Federal na recomposição das aprendizagens de estudantes da educação básica que apresentam defasagens, o Ministério da Educação (MEC) tem a iniciativa de estruturar o **Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens**.

Construída de modo colaborativo com o Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime), a política do Pacto Nacional pela Recomposição das Aprendizagens objetiva estruturar ações que visam garantir aos estudantes a recomposição de conhecimentos e habilidades, oportunizando progressão e aprendizado em sua trajetória escolar, reduzindo desigualdades e fortalecendo a equidade no ensino. Desse modo, mediante esse objetivo, os estados, os municípios e o Distrito Federal estruturaram algumas ações.

No estado do Espírito Santo, a **Recomposição das aprendizagens** implica um conjunto de ações sistematicamente organizadas, dentre elas:

- Busca ativa para reintegrar os(as) estudantes ao ambiente escolar;
- Prevenção da evasão escolar;
- Redução da reprovação;
- Priorização dos componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática;
- Utilização de material didático próprio;
- Aplicação de avaliações diagnósticas e formativas;
- Adoção de práticas pedagógicas adequadas;
- Formação dos(as) educadores(as).

Para recomposição das aprendizagens dos(as) estudantes, o uso do material estruturado das RPE (Rotinas Pedagógicas Escolares), disponibilizado no início de cada trimestre, deve fazer parte do planejamento pedagógico. Orientamos o(a) professor(a) a trabalhar com este material, de forma intencional, assegurando oportunidades de retomada, aprofundamento e consolidação das habilidades e dos descritores prioritários, que serão aferidos na Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA), de modo a promover avanços consistentes no percurso formativo dos(as) estudantes.

A presente proposta foi pensada considerando os resultados de avaliações de larga escala como a AMA, o Programa de Avaliação da Educação Básica do Espírito Santo (Paebes) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

Para subsidiar o planejamento e o aprofundamento teórico, disponibilizamos os *links* basilares para a construção da Rotina Pedagógica Escolar de 2026:

- Para melhor entendimento sobre a relação entre as habilidade(s) e os pré-requisitos delas, bem como sobre a progressão das habilidades, sugere-se o estudo do **Mapa de Progressão da Aprendizagem**, disponível no site do Currículo do Espírito Santo. https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/progressao/

- **Matrizes de Referência do Paebes e da Avaliação Diagnóstica:** https://avaliacaoemonitoramentoespiritosanto.caeddigital.net/#!/sistema

- **Matrizes de Referência da AMA:** https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama

- **Matrizes de Referência do SAEB:** https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/matrizes-e-escalas

- **Currículo de Matemática - Ensino Médio:** https://drive.google.com/file/d/1WXt8O7971HKbbf_NH0hFYGaf59qYo5Z0/view

- **Orientações Curriculares de Matemática - Ensino Médio:** https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/

- **Matriz curricular priorizada para recomposição das aprendizagens, elaborada pelo MEC** https://www.gov.br/mec/pt-br/recomposicao-aprendizagens/MatrizCurricularPriorizadaparaRecomposi.pdf

Os Relatórios das Avaliações Externas podem ser acessados por meio dos painéis da Gerência de Avaliação, disponíveis em *link* na página inicial do Sistema Estadual de Gestão Escolar (SEGES).

Esperamos que este material seja um aliado valioso em seu fazer cotidiano, enriquecendo as práticas e planejamentos, e fortalecendo o desenvolvimento integral de nossos(as) estudantes. Esperamos, ainda, que a sua autonomia como professor(a) prevaleça, orientando as escolhas pedagógicas de acordo com a realidade das turmas, alinhadas às necessidades dos(as) estudantes e às particularidades do contexto escolar.

Desejamos a todos(as) um excelente trabalho!

Equipe da Rotina Pedagógica Escolar 2026
Gerência de Currículo da Educação Básica (Geceb/Sedu)

COMPETÊNCIAS, HABILIDADES E EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM NO PLANEJAMENTO PEDAGÓGICO

Para embasar o planejamento pedagógico de aulas para o desenvolvimento de habilidades é de suma importância que o(a) docente conheça alguns aspectos do Currículo de Matemática do Espírito Santo. Esse documento, na etapa do Ensino Médio, destaca as cinco Competências Específicas (CE) da área de Matemática e suas Tecnologias, articuladas e sustentadas nas 10 competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Cada uma dessas competências específicas pressupõe o desenvolvimento de um conjunto de habilidades. Embora cada habilidade esteja diretamente associada a uma determinada CE, isso não significa que ela não contribua para o desenvolvimento das outras: elas se entrelaçam, se superpõem e se apoiam para contribuir com a construção do conhecimento integral dos(as) estudantes. A tabela a seguir apresenta essas cinco competências específicas.

Competência Específica	Descrição da Competência
CE01	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
CE02	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
CE03	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
CE04	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
CE05	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Habilidades

Conforme exposto, para cada CE há um conjunto de habilidades. Cada habilidade, por sua vez, é identificada por um código alfanumérico. O exemplo a seguir mostra como é realizada a composição desse código.

EM13MAT510

- **EM**: Etapa da Educação Básica (Ensino Médio)
- **13**: Série(s) correspondente(s) dessa etapa da Educação Básica (1ª à 3ª série)
- **MAT**: Área de Conhecimento ou Componente Curricular
- **5**: Numeração da Competência Específica
- **10**: Numeração sequencial da habilidade

As Habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos(às) estudantes nos diferentes contextos escolares. Para tanto, elas são descritas de acordo com uma determinada estrutura, que busca explicitar o que deve ser aprendido pelo(a) estudante, em qual profundidade e em qual contexto. O exemplo a seguir mostra a habilidade EM13MAT302:

Verbo		Complemento		Modificador
Construir	+	modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus,	+	para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Verbo(s) que explicita(m) o(s) processo(s) cognitivo(s) envolvido(s) na habilidade.		Complemento do(s) verbo(s), que explicita o(s) objeto(s) de conhecimento mobilizado(s) na habilidade.		Modificador do(s) verbo(s) ou do complemento do(s) verbo(s), que explicitam o contexto e/ou uma maior especificação da aprendizagem esperada.

Considerando essas três partes que compõem a estrutura de uma habilidade, é possível abordar o conceito de **progressão das habilidades**. Essa progressão, que se explicita na comparação das habilidades em cada ano, ou de um ano para o outro, acontece das seguintes formas:

Processos cognitivos	quando os verbos indicam processos cada vez mais ativos ou exigentes.
Objetos de conhecimento	quando apresentam crescente sofisticação ou complexidade na temática abordada.
Modificadores	quando, por exemplo, fazem referência a contextos mais familiares aos estudantes e, aos poucos, expandem-se para contextos mais amplos.

Essa progressão das aprendizagens essenciais pode se dar tanto de forma horizontal, ao longo de um ano do Ensino Médio, quanto de forma vertical, de um ano para outro, com diferentes abordagens de um mesmo objeto de conhecimento em diferentes habilidades e graus de complexidade.

Para ilustrar essa progressão das habilidades, organizamos o exemplo a seguir com base nos principais processos cognitivos.

EF09MA06 **Compreender** as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

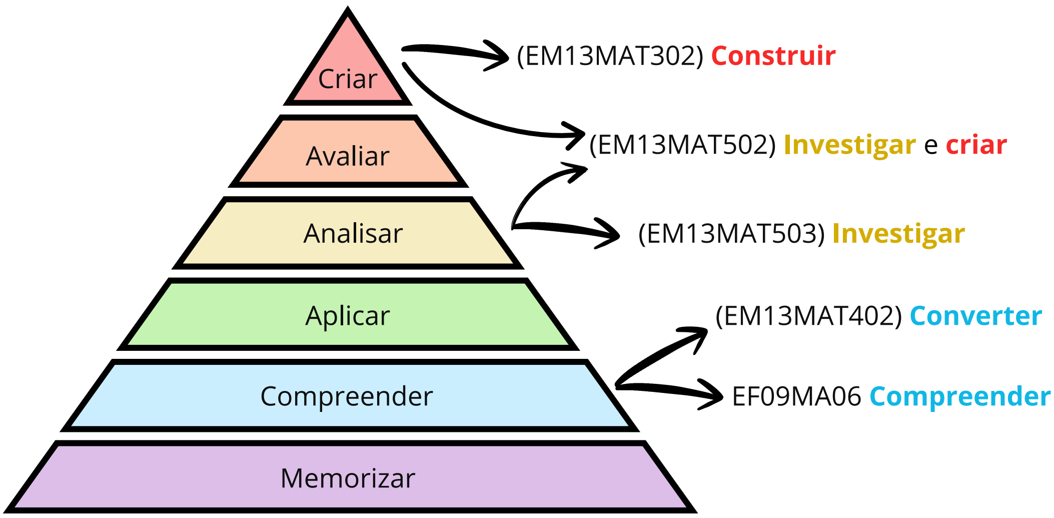
(EM13MAT402) **Converter** representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.

(EM13MAT503) **Investigar** pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

(EM13MAT502) **Investigar** relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e **criando** conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

(EM13MAT302) **Construir** modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Note que os verbos das habilidades remetem a processos cognitivos cada vez mais exigentes. É possível analisar essa progressão de processos cognitivos por meio da Taxonomia de Bloom Revisada. Veja uma organização de hierarquia dos verbos relativos a processos cognitivos:



Para melhor entendimento, os principais verbos cognitivos das habilidades do exemplo foram alinhados às categorias de cognição correspondentes.

A habilidade EF09MA06 foi alinhada à categoria Compreender, pois o(a) estudante precisa dar significado ao objeto matemático função antes de aplicá-lo. O verbo compreender, nesse contexto, mobiliza processos cognitivos de interpretação e tradução, exigindo que o(a) aluno(a) transite com fluência entre diferentes formas de representação (numérica, algébrica e gráfica) e identifique a natureza da dependência unívoca entre variáveis. Trata-se, portanto, de um nível de abstração voltado à apropriação conceitual, essencial para sustentar operações e análises mais complexas em etapas posteriores.

A habilidade EM13MAT402 também foi alinhada à categoria Compreender, pois o verbo converter, nesse contexto, corresponde ao processo cognitivo de tradução ou interpretação entre diferentes linguagens (algébrica e geométrica). Ao transpor a função da sua lei de formação para o plano cartesiano, o estudante não apenas executa um traçado, mas constrói significado sobre como os coeficientes algébricos determinam o comportamento gráfico. Adicionalmente, a ação de distinguir casos de proporcionalidade quadrática reforça o aspecto de classificação, consolidando o entendimento conceitual das variações da função polinomial de 2º grau.

A habilidade EM13MAT503 foi classificada na categoria Analisar, pois para desenvolvê-la o(a) estudante deve examinar a estrutura de problemas contextualizados para identificar suas partes constituintes e relações. O verbo investigar, neste cenário, transcende a simples aplicação de fórmulas, demandando que o estudante decomponha situações complexas (como otimização de lucro ou trajetórias físicas) para diferenciar variáveis e compreender como os parâmetros da função determinam os pontos críticos (máximos ou mínimos).

O suporte tecnológico atua como facilitador desse processo, permitindo que o foco se desloque do cálculo operacional para a análise do comportamento da função e a interpretação de seus resultados.

A habilidade EM13MAT502 foi alinhada às categorias Analisar e Criar, refletindo os dois processos cognitivos presentes nela. Inicialmente, o verbo investigar mobiliza a Análise, exigindo a organização e comparação de dados numéricos em tabelas para a identificação de padrões e regularidades. Contudo, o objetivo final transcende a análise ao demandar a ação de criar conjecturas para generalizar. Nesse estágio, o estudante deve operar no nível de Criar, pois é incentivado a formular uma expressão algébrica original ($y = ax^2$) a partir das observações, construindo um modelo matemático que não estava explicitamente dado.

Por fim, a habilidade EM13MAT302 foi alinhada à categoria Criar, visto que a ação de construir modelos constitui um processo cognitivo de síntese e produção. Na modelagem matemática, o(a) estudante não se limita a aplicar um procedimento padrão; ele deve articular variáveis, fórmular hipóteses sobre as relações observadas e organizar dados de um contexto real para estruturar uma representação matemática (a função) que solucione o problema. Essa demanda exige o planejamento e a geração de uma estrutura lógica nova para aquela situação específica, situando-se no topo da hierarquia cognitiva por envolver a elaboração de um produto original (o modelo) a partir de dados não estruturados.

Esse exemplo foi organizado para explicitar a progressão de habilidades por meio de processos cognitivos cada vez mais complexos e exigentes. Nesse sentido, foi organizada na página a seguir uma tabela com alinhamento de verbos cognitivos a essas categorias principais, com o objetivo de facilitar o entendimento do papel da Taxonomia de Bloom Revisada na análise das habilidades do Currículo do Espírito Santo.

Embora as habilidades EM13MAT502 e EM13MAT503 utilizem o verbo Investigar, elas ocupam posições distintas na hierarquia da Taxonomia de Bloom Revisada devido à natureza do raciocínio mobilizado:

- A Habilidade (EM13MAT502) situa-se em um nível de maior complexidade cognitiva (Criar), pois opera fundamentalmente através do Raciocínio Indutivo. O(a) estudante parte de dados particulares (o concreto) para construir uma abstração ou lei geral (o abstrato). A exigência de produzir uma generalização algébrica coloca o(a) aluno(a) na posição de construtor do modelo matemático.

- A Habilidade (EM13MAT503), classificada em Analisar, opera predominantemente por meio do Raciocínio Dedutivo e Analítico. Neste caso, o modelo matemático (a função quadrática) já é conhecido ou dado. O esforço cognitivo concentra-se na interpretação e no exame das propriedades desse modelo (pontos de máximo ou mínimo) dentro de um contexto específico.

Verbos Cognitivos - Taxonomia de Bloom Revisada

Memorizar	Compreender	Aplicar	Analisar	Avaliar	Criar
Descrever	Esquematizar	Utilizar	Resolver	Averiguar	Elaborar
Identificar	Relacionar	Implementar	Categorizar	Escolher	Desenhar
Reconhecer	Explicar	Modificar	Diferenciar	Comparar	Produzir
Listar	Demonstrar	Experimentar	Comparar	Concluir	Prototipar
Relembrar	Parafrasear	Calcular	Explicar	Constatar	Traçar
Localizar	Associar	Demonstrar	Integrar	Criticar	Idear
Citar	Converter	Classificar	Investigar	Defender	Inventar

A progressão das habilidades também pode se dar por meio de objetos de conhecimento cada vez mais complexos. Veja a progressão das habilidades do exemplo, sob a ótica dos objetos de conhecimento:

EF09MA06
- Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.
- Função afim
- Função quadrática

EM13MAT402
- Funções polinomiais de 2º grau.
- Gráficos de funções a partir de transformações no plano.
- Estudo do comportamento da função quadrática (intervalos de crescimento/decrescimento, ponto de máximo/mínimo e variação da função).

EM13MAT503
- Funções polinomiais do 2º grau (função quadrática).
- Gráficos de funções.
- Pontos críticos de uma Função Quadrática: concavidade, pontos de máximo ou de mínimo.

EM13MAT502
- Funções polinomiais do 2º grau.
- (Função Quadrática): gráfico, raízes, pontos de máximo/mínimo, crescimento/decrescimento, concavidade.
- Gráficos de funções.

EM13MAT302

Função polinomial do 1° grau.

Função polinomial do 2° grau.

De maneira geral, ao longo do desenvolvimento dessas habilidades, espera-se que os(as) estudantes se apropriem de mais ferramentas matemáticas, com complexidade crescente. É importante destacar que na habilidade EM13MAT302 os(as) estudantes são convidados a realizar modelagem matemática com as funções polinomiais do 1º grau e do 2º grau.

Com relação aos modificadores dessas habilidades, nota-se a progressão das habilidades na forma de registro que transita da escrita em caderno/quadro para o uso de softwares de geometria dinâmica, bem como a aplicação em contextos específicos, como superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática que transita para Modelagem Matemática em contextos reais.

Essa progressão das aprendizagens (que se expressa nos verbos cognitivos, objetos de conhecimento e modificadores) é um dos pilares para a elaboração do currículo priorizado no contexto da recomposição das aprendizagens. Em vários momentos, ao longo do percurso curricular, habilidades que são pré-requisitos são mobilizadas para que os(as) estudantes tenham plenas condições de desenvolver as habilidades previstas para o Ensino Médio.

Além disso, a recomposição das aprendizagens também ocorre em algumas habilidades do Ensino Médio por meio das Expectativas de Aprendizagem. A seção a seguir traz mais detalhes sobre elas.

Expectativas de aprendizagem

As Expectativas de Aprendizagem foram inseridas nas Orientações Curriculares para apoiar a implementação curricular. Elas referem-se a objetivos que precisam ser alcançados para assegurar as aprendizagens essenciais aos estudantes e apresentam **intencionalidades no trabalho com cada habilidade**, fornecendo uma base para o desenvolvimento de planos de aula, atividades e avaliações.

A retomada de habilidades (tanto do Ensino Fundamental quanto do Ensino Médio) e as expectativas de aprendizagem que voltam a processos cognitivos anteriores expressam a recomposição das aprendizagens no percurso curricular prescrito de Matemática.

Para que haja a implementação dessas intencionalidades é fundamental que o(a) professor(a) identifique as habilidades que foram desenvolvidas e aquelas que ainda precisam ser trabalhadas, tomando também como base as apostilas das RPEs e desenvolvendo um planejamento pedagógico que parta do ponto no qual o(a) estudante se encontra.

AVALIAÇÕES EXTERNAS E PLANEJAMENTO PEDAGÓGICO

As avaliações externas são instrumentos aplicados em larga escala por instituições externas à escola, com o propósito de acompanhar o desempenho educacional e oferecer subsídios para a reflexão sobre as práticas pedagógicas. No Espírito Santo, destacam-se a Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA) e o Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes), que contribuem para a análise de resultados e apoiam o planejamento de ações pela Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo (Sedu), em diálogo com as escolas.

Programa de Avaliação da Educação Básica (Paebes)

O Paebes é um sistema de avaliação educacional criado pelo governo do estado do Espírito Santo com o objetivo de medir e acompanhar a qualidade do ensino nas escolas públicas. Por meio de provas padronizadas aplicadas aos(às) estudantes do ensino fundamental e médio, o programa analisa principalmente o desempenho em Língua Portuguesa e Matemática. Os resultados obtidos permitem identificar dificuldades de aprendizagem, orientar políticas educacionais e apoiar escolas e professores na melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o Paebes contribui para o monitoramento da educação no estado e para o desenvolvimento de estratégias que busquem elevar a qualidade da educação básica.

A matriz de referência contendo descritores e habilidades presentes no Paebes 2026 está disponível no link: https://sedu.es.gov.br/paebes-paebes-alfa.

Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA)

Aplicada trimestralmente, essa avaliação permite o acompanhamento contínuo do desempenho dos(as) estudantes nos componentes de Língua Portuguesa e Matemática. A AMA subsidia a preparação para as avaliações externas, como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e o Paebes, além de contribuir para a identificação e recuperação das fragilidades de aprendizagem em cada trimestre letivo.

A matriz de referência da avaliação será disponibilizada no site oficial da Sedu (https://sedu.es.gov.br/avaliacao-de-monitoramento-da-aprendizagem-ama) a partir do dia 01/06/2026, com o objetivo de orientar as unidades escolares quanto às habilidades e aos descritores que serão contemplados na 2ª edição da Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (AMA).

É importante que o(a) professor(a), de posse da matriz, organize o trabalho pedagógico de forma intencional, priorizando as habilidades a serem contempladas na avaliação, de modo a assegurar que todos(as) os(as) estudantes avancem em seu percurso formativo.

NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA

Para subsidiar as intervenções pedagógicas em sala é essencial conhecer e saber mais **sobre a escala de proficiência,** que é uma **representação contínua do desenvolvimento de uma competência ao longo de diferentes níveis de desempenho.**

Reunimos aqui, uma síntese do que são os padrões de desempenho e a escala de proficiência. Conhecendo esses conceitos, o(a) professor(a) poderá planejar estratégias de ensino com uma compreensão qualitativa e quantitativa da aprendizagem.

O que é uma escala de proficiência?

A Escala de Proficiência é uma espécie de régua em que os valores de proficiência alcançados são distribuídos de forma ordenada e organizados em intervalos (níveis) que descrevem o grau de desenvolvimento das habilidades.

Para que o valor de proficiência tenha um sentido pedagógico, ou seja, para compreender pedagogicamente o que significa obter determinada proficiência, as avaliações em larga escala como o PAEBES contam, para cada componente curricular avaliado, com uma Escala de Proficiência cujo objetivo é traduzir as medidas em diagnósticos qualitativos do desempenho escolar.

O que é o padrão de desempenho?

Os Padrões de Desempenho são categorias definidas a partir dos intervalos que compõem uma escala de proficiência com base nas metas educacionais estabelecidas pela rede. De acordo com a proficiência alcançada no teste, o(a) estudante apresenta um perfil que permite alocá-lo(a) em um dos seguintes padrões:

Abaixo do básico: padrão de desempenho muito abaixo do mínimo esperado para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes que se encontram neste padrão revelam uma grande carência de aprendizagem. Faz-se necessário, portanto, acompanhá-los individualmente, promovendo ações pedagógicas de recuperação das aprendizagens.

Básico: padrão de desempenho considerado básico para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes situados neste padrão caracterizam-se por um processo inicial de desenvolvimento de competências e habilidades correspondentes ao ano de escolaridade em que estão matriculados, demandando estratégias de reforço das aprendizagens.

Proficiente: padrão de desempenho considerado adequado para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes que alcançaram este padrão demonstram ter desenvolvido as habilidades essenciais esperadas para o ano de escolaridade em que se encontram. Dessa forma, é preciso incentivá-los mediante ações de aprofundamento das aprendizagens.

Avançado: padrão de desempenho desejável para o componente curricular e o ano de escolaridade avaliados. Os estudantes alocados neste padrão apresentam o desempenho ideal para o ano de escolaridade em que estão situados, necessitando de desafios para continuar avançando no processo de aprendizagem.

Texto adaptado de: Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd). **PAEBES 2025: Revista da Escola – Matemática**. CAEd/UFJF, 2025.
Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 07 abr. 2026.

VISÃO GERAL DO PERCURSO CURRICULAR DO 2º TRIMESTRE

Prezado(a) professor(a), apresentamos a seguir um quadro resumo do percurso curricular previsto para o 2º trimestre. Esse percurso é composto pelas habilidades do currículo priorizado, bem como os alinhamentos com os descritores do Paebes.

Cabe destacar que a presente apostila apoia a prática pedagógica para o desenvolvimento das **habilidades destacadas na tabela a seguir**, por meio do detalhamento dos descritores alinhados, atividades, análise e trabalho com itens.

As demais habilidades previstas devem ser oportunizadas aos(às) estudantes no 2º trimestre, mesmo que não sejam contempladas de maneira direta por este material.

Para um detalhamento do percurso curricular, incluindo as expectativas de aprendizagem, consulte o documento de Orientações Curriculares de Matemática do Ensino Médio, disponível em:
https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/orientacoescurriculares/.

Habilidade	Descritor(es) do PAEBES	Orientações pedagógicas
EM13MAT401 EM13MAT402	D071_M	Consulte o capítulo 4, página 24 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D076_M	Consulte o capítulo 4, página 54 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D078_M	Consulte o capítulo 4, página 79 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D145_M	Consulte o capítulo 4, página 104 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D132_M	Consulte o capítulo 4, página 125 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D082_M	Consulte o capítulo 4, página 141 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT507	D096_M	Consulte o capítulo 4, página 164 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EF06MA29	D057_M	Consulte o capítulo 5, página 199 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT307	D058_M	Consulte o capítulo 5, página 220 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT309	D125_M	Consulte o capítulo 6, página 243 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D111_M	Consulte o capítulo 6, página 258 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D129_M	Consulte o capítulo 6, página 278 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT304	D074_M	Consulte o capítulo 7, página 314 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
	D088_M	Consulte o capítulo 7, página 334 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.
EM13MAT508	D097_M	Consulte o capítulo 7, página 348 da presente apostila para apoiar o seu planejamento pedagógico.

ORGANIZAÇÃO DAS HABILIDADES E DESCRITORES EM CAPÍTULOS

Capítulo 4

O Capítulo 4 foi estruturado com vistas a promover uma conexão entre o comportamento das funções polinomiais de 1º grau e a regularidade das progressões aritméticas, na unidade temática de Números e Álgebra.

No caso da função afim, a organização do material prioriza a transição entre as representações algébricas e geométricas, incluindo a análise delas em termos de crescimento, decrescimento e zeros.

A habilidade EM13MAT401, que propõe a conversão de representações algébricas de funções de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, foi alinhada aos descritores D071_M, D076_M, D078_M e D145_M. Especificamente:

- O D071_M tem como foco a análise do crescimento, do decrescimento e dos zeros de funções em gráficos;
- O D076_M propõe que o(a) estudante estabeleça a correspondência entre um polinômio fatorado, expresso como produto de polinômios de 1º grau, e suas respectivas raízes;
- O D078_M exige que o(a) estudante corresponda uma função afim a seu gráfico;
- O D145_M trabalha o reconhecimento de um gráfico de função afim por meio de seus coeficientes.

Cabe destacar que o descritor D071_M também avalia tarefa relacionada à função quadrática (determinação dos zeros dessa função a partir da lei de formação). Nesse sentido, foi realizado um alinhamento com o descritor D076_M que avalia as raízes de um polinômio fatorado (sendo muitas vezes um polinômio do 2º grau).

Além disso, foram agregados a resolução de problemas envolvendo a função afim (D132_M) e o reconhecimento de gráficos que representam situações descritas em texto (D082_M).

Por fim, o alinhamento da habilidade EM13MAT507 ao descritor D096_M tem como objetivos:

- Reconhecer padrões das progressões aritméticas (PA) para aplicação na resolução de problemas;
- Associar as PA a funções afins de domínios discretos, promovendo integração entre esses objetos de conhecimento.

Capítulo 5

O Capítulo 5 foi estruturado para promover uma progressão lógica e integrada na unidade temática de Geometria, Grandezas e Medidas, utilizando os descritores do Paebes como balizadores das aprendizagens essenciais que os(as) estudantes devem consolidar.

O percurso é iniciado por meio do descritor D057_M, com o objetivo de levar os(as) estudantes à utilização do perímetro de figuras bidimensionais na resolução de problemas. O alinhamento com a habilidade EF06MA29 possibilita um desdobramento desse estudo, de forma que os(as) estudantes diferenciem o perímetro (grandeza linear) da área (grandeza relacionada à superfície).

Na sequência está o descritor D058_M, que trata da capacidade do(a) estudante de utilizar a área de figuras bidimensionais como ferramenta resolução de problemas. Esse processo cognitivo é expandido pelo alinhamento com a habilidade EM13MAT307 ao introduzir diferentes métodos para obtenção da área, como reconfigurações e aproximações por cortes. O foco aqui é a dedução de expressões de cálculo aplicadas a situações reais.

Esse estudo de grandezas e medidas associadas às figuras planas também apoia o desenvolvimento de habilidades relacionadas à Geometria Espacial (capítulo 6), em conformidade com a sequência de habilidades e descritores que dão prosseguimento ao arranjo pensado para o capítulo.

Capítulo 6

De forma introdutória ao estudo da Geometria Espacial, foram elencados os descritores D111_M e D125_M que trabalham a percepção espacial ao relacionar os sólidos com suas planificações ou vistas e focam no reconhecimento de propriedades estruturais dos poliedros, especificamente a relação entre vértices, faces e arestas.

O descritor D129_M e a habilidade EM13MAT309 preveem que o(a) estudante seja capaz de resolver problemas envolvendo o cálculo de área total e/ ou volume de sólidos, tais como prismas, pirâmides e corpos redondos. A habilidade adicionalmente direciona o olhar para as aplicações a contextos reais com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Capítulo 7

O Capítulo 7 foi estruturado para desenvolver o estudo de modelos não lineares, focando especificamente no comportamento das funções exponenciais e sua relação intrínseca com as progressões geométricas.

A primeira parte do capítulo trabalha a habilidade EM13MAT304, que propõe a resolução e elaboração de problemas que envolvam a interpretação da variação de grandezas, especialmente em contextos práticos como o da Matemática Financeira. Para contribuir com o desenvolvimento dessa habilidade, dois descritores do Paebes foram alinhados:

- O D074_M foca na capacidade de corresponder as representações algébrica e gráfica de uma função exponencial, permitindo que o(a) estudante visualize o comportamento de crescimento ou decrescimento acelerado;

- O D088_M exige a aplicação técnica dessa função na resolução de problemas, transformando o conceito teórico em uma ferramenta prática de análise.

A habilidade EM13MAT508 orienta o(a) estudante a identificar e associar Progressões Geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos. Essa integração permite que o(a) estudante compreenda que uma PG é, essencialmente, uma função exponencial onde o domínio é restrito ao conjunto dos números naturais.

O descritor D097_M dirige o olhar para a utilização das propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas, de forma que o(a) estudante saiba manipular fórmulas e analisar padrões de sequências multiplicativas.

ESTRUTURA DAS SEÇÕES DOS CAPÍTULOS DA RPE DE MATEMÁTICA

Detalhando o descritor	Discute os conceitos matemáticos, trazendo definições e exemplos, orientados pelas tarefas ancoradas aos níveis de desempenho do descritor.
Análise pedagógica do item	Apresenta um item de tarefa ancorada a um nível de desempenho do descritor. A partir desse item, há uma análise da estrutura (enunciado, suporte, comando, gabarito e distratores) e padrão de desempenho avaliado.
Atividades	Questões de resposta construída elaboradas para contribuir com a sistematização dos conceitos estudados.
De olho no Paebes	Conjunto de itens do(s) descritor(es) da seção, organizados por padrão de desempenho avaliado.
Conexão ENEM	Seleção de questões do ENEM que tenham relação com o descritor trabalhado.
Material Extra	Indica alguns materiais complementares (textos, vídeos, jogos, atividades, sites) que podem ser agregados ao conteúdo do capítulo em diferentes momentos.
Referências	Fontes consultadas para a elaboração do material.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 4: Funções e Progressão Aritmética

Detalhando o descritor

D071_M *Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos*

INTRODUÇÃO

A análise de crescimento, decrescimento e zeros de funções a partir de gráficos está inserida no eixo das Funções e envolve a interpretação de relações entre grandezas. Essa habilidade exige que o(a) estudante vá além da leitura pontual, compreendendo o comportamento da função ao longo do domínio.

O gráfico, nesse contexto, deve ser entendido como uma forma de representação que permite identificar padrões, variações e relações entre variáveis. Em sala de aula, isso implica priorizar práticas que desenvolvam a leitura e a interpretação, articulando diferentes formas de representação matemática.

Essa abordagem também sustenta o estudo de conteúdos posteriores, como funções polinomiais e análise de máximos e mínimos, além de dialogar com outras áreas que utilizam gráficos para representar dados. Trata-se de uma aprendizagem construída ao longo do tempo, que requer a retomada de conhecimentos prévios e a ampliação gradual das demandas cognitivas.

OBJETIVO

O objetivo do descritor é avaliar a capacidade do(a) estudante de interpretar, qualitativamente, o comportamento de funções reais a partir de sua representação gráfica, com foco na compreensão global e intervalar do gráfico.

Espera-se que o ele(a) seja capaz de identificar, sem necessariamente recorrer à expressão algébrica, características fundamentais da função, tais como:

- **Zeros da função**: pontos em que a curva intercepta o eixo das abscissas, isto é, valores de x para os quais $f(x) = 0$;
- **Crescimento e decrescimento**: intervalos em que a função apresenta variação crescente ou decrescente, considerando o comportamento de y à medida que x aumenta;
- **Análise intervalar**: compreensão do comportamento da função em diferentes trechos do domínio.

O desenvolvimento dessa habilidade requer a leitura do gráfico no sentido crescente de x, com identificação de padrões de variação e sua descrição por meio de intervalos, consolidando uma compreensão mais ampla do conceito de função.

DETALHAMENTO DAS HABILIDADES

A interpretação de gráficos de funções contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático ao permitir a análise das relações entre variáveis. Mais do que realizar cálculos, o(a) estudante é levado a observar comportamentos, identificar regularidades e relacionar representações gráficas e algébricas, especialmente em funções de 1º e 2º graus.

O uso de representações gráficas favorece a compreensão de situações reais, como variações ao longo do tempo, possibilitando conexões com diferentes contextos. Dessa forma, amplia-se a capacidade de análise e de tomada de decisões com base em dados.

A seguir, são apresentadas habilidades do Currículo do ES diretamente ligadas às expectativas de aprendizagem elencadas para o D071_M. O desenvolvimento dessa competência está ancorado em habilidades que progridem do Ensino Fundamental ao Médio:

EF09MA06: Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

EF09MA08: Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

EM13MAT404: Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

EM13MAT101: Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Progressão das Habilidades Pré-requisito

Para a apropriação plena desta habilidade, o(a) estudante deve percorrer uma trajetória de conhecimentos prévios:

Noções Espaciais e de Posição (Anos Iniciais): Compreender referências como "à direita", "à esquerda", "em cima" e "embaixo" para orientar-se no plano.

Localização no Plano Cartesiano: Identificar pontos e pares ordenados, compreendendo a independência e relação entre os eixos *x (domínio)* e *y (imagem)*.

Noção de Variável e Dependência: Entender que para cada valor de entrada (*x*) existe um único valor de saída (*f(x)*).

Reconhecimento de Padrões e Taxas: Identificar quando uma variação é constante (funções de 1º grau) ou variável (funções de 2º grau, exponenciais), o que prepara o(a) estudante para observar a inclinação da curva.

Análise de Zeros (Raízes): Superar a dependência de tabelas para localizar visualmente onde a função cruza o eixo.

Leitura Direcional: Consolidar a convenção de leitura do gráfico da esquerda para a direita (sentido crescente de x).

Análise de Intervalos, Máximos/Mínimos e Pontos de Inflexão: Capacidade de delimitar, no eixo das abscissas (x), o trecho exato de crescimento, decrescimento ou de comportamento constante de uma função. Envolve a percepção visual de pontos de inversão, conhecidos como picos (pontos de máximo) e vales (pontos de mínimo), que determinam o momento em que a função muda o sentido de sua variação. Além disso, abrange a identificação dos pontos de inflexão, onde ocorre a mudança de concavidade do gráfico (de encurvado para baixo para encurvado para cima, ou vice-versa), o que sinaliza alterações na taxa de variação (rapidez) com que a função cresce ou decresce.

Essa progressão permite que, ao final da 3ª série do Ensino Médio, o(a) estudante consiga, por exemplo, analisar um gráfico de variação de temperatura ou de lucro econômico e indicar com precisão em quais períodos houve queda ou estabilidade.

Prezado(a) Professor(a),

já conhece o mapa de progressões das hablidades do nosso currículo? Vale a pena conferir!

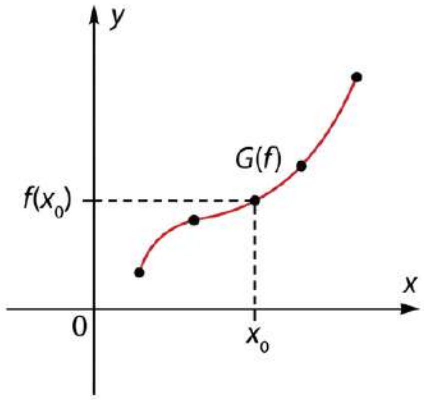
CLIQUE AQUI

RESUMO TEÓRICO

GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

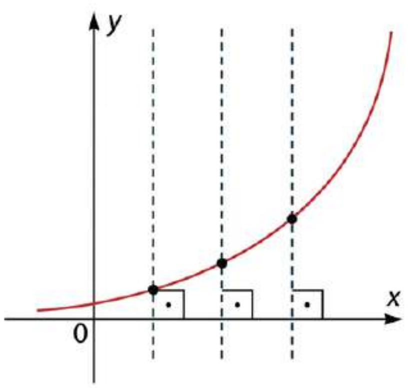
Dada uma função $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, o seu gráfico é o conjunto formado por todos os pares ordenados (x,y), para $x\in\mathbb{R},\ y\in\mathbb{R}\ \mathrm{e}\ y=f(x)$, ou seja:

$$G(f)=\{(x,y);\ x\in\mathbb{R},\ y\in\mathbb{R}\ \mathrm{e}\ y=f(x)\}$$

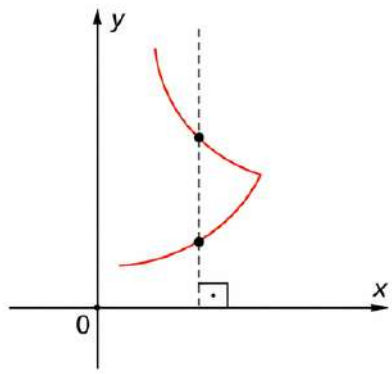


Determinando se o conjunto de pontos é gráfico de uma função

Uma função é uma relação matemática que associa cada elemento x (variável independente) a um único elemento y (variável dependente).
Visualmente, confirmamos se um gráfico representa uma função pelo teste da reta vertical: se imaginarmos retas perpendiculares ao eixo x varrendo o plano cartesiano, cada reta deve cruzar a curva em, no máximo, um único ponto. Se a reta cruzar em mais de um ponto, aquele valor de x estaria associado a múltiplos valores de y , descaracterizando a função.



É uma função, pois qualquer reta perpendicular ao eixo *OX* intersecta o gráfico em um único ponto.



Não é uma função, pois existem retas perpendiculares ao eixo *OX* intersectando o gráfico em mais de um ponto.

FUNÇÃO: UMA LEITURA A PARTIR DO GRÁFICO

A noção de função deve ser compreendida como uma relação de dependência entre duas variáveis, na qual a cada valor de x está associado um único valor de y.

Graficamente, isso significa que o conjunto de pontos representados no plano cartesiano expressa essa correspondência entre as variáveis, permitindo ao(à) estudante interpretar o comportamento da função sem, necessariamente, recorrer à sua expressão algébrica.

Essa compreensão é essencial para a leitura adequada do gráfico, pois garante que o(a) estudante reconheça que:

- cada valor de x possui uma única imagem;
- o gráfico representa a totalidade dessas associações;
- a análise do comportamento da função deve considerar essa relação ao longo do domínio.

DOMÍNIO E IMAGEM

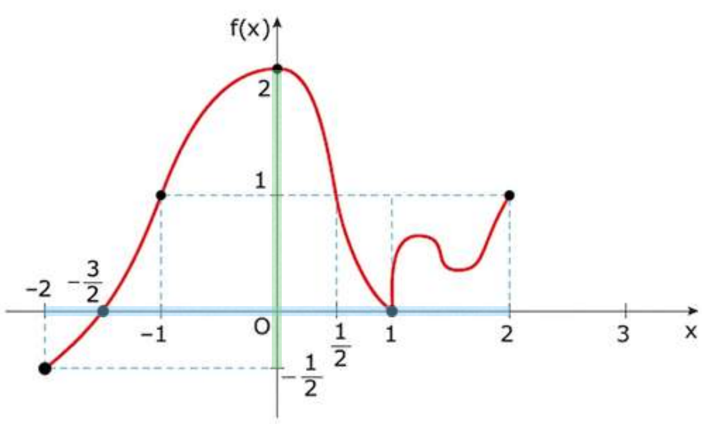
Os conceitos de domínio e imagem devem ser compreendidos prioritariamente a partir da representação gráfica.

- **Domínio**: conjunto de valores de *x* para os quais a função está definida. Graficamente, corresponde à projeção do gráfico sobre o eixo x.
- **Imagem**: conjunto de valores de *y* assumidos pela função. Graficamente, corresponde à projeção do gráfico sobre o eixo *y*.

Prezado(a) Professor(a),

a identificação desses conjuntos permite ao(à) estudante reconhecer os limites de análise da função, identificar possíveis interrupções ou restrições e compreender em quais regiões do gráfico a função está definida.

Considere o gráfico da função a seguir:



Observe que a função está definida para um intervalo limitado de valores de *x*, a saber, o intervalo $[-2, 2]$. Esse intervalo, que é a projeção ortogonal do gráfico sobre o eixo *x* (destacado de azul), é o **domínio** da função.
Os correspondentes valores de *y* são dados pelo intervalo $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$. Esse intervalo, que é a projeção ortogonal do gráfico sobre o eixo *y* (destacado de verde), é a **imagem** da função.
Portanto, temos:
D = $[-2, 2]$ e *Im* = $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$.

Construção de gráficos de funções

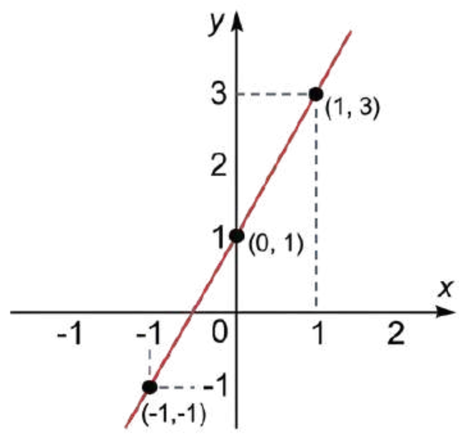
Como podemos construir o gráfico de uma função no plano cartesiano?
Se conhecemos a lei de formação da função e o seu domínio, isto é, a construção de um gráfico ou seu esboço pode ser feita seguindo os passos a seguir:

- construa uma tabela com valores de x escolhidos convenientemente no domínio e com valores correspondentes para y = f(x) (substitua x na lei de formação e efetue os cálculos para determinar o valor de y correspondente;
- marque um ponto do plano cartesiano para cada par ordenado (x, y) da tabela;
- utilize um número suficiente de pontos até que seja possível esboçar o gráfico da função.

Observe alguns exemplos de construção de gráficos de função.

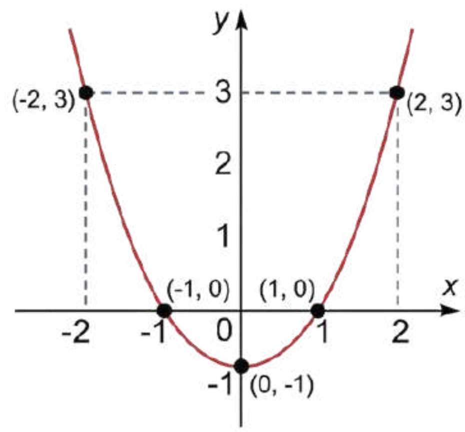
Exemplo 1: ***f(x) = 2x + 1***

x	f(x) = 2x + 1	(x,y)
-1	f(-1) = 2·(-1) + 1 = -1	(-1,-1)
0	f(0) = 2·0 + 1 = 1	(0,1)
1	f(1) = 2·1 + 1 = 3	(1,3)



Exemplo 2: ***f(x) = x² - 1***

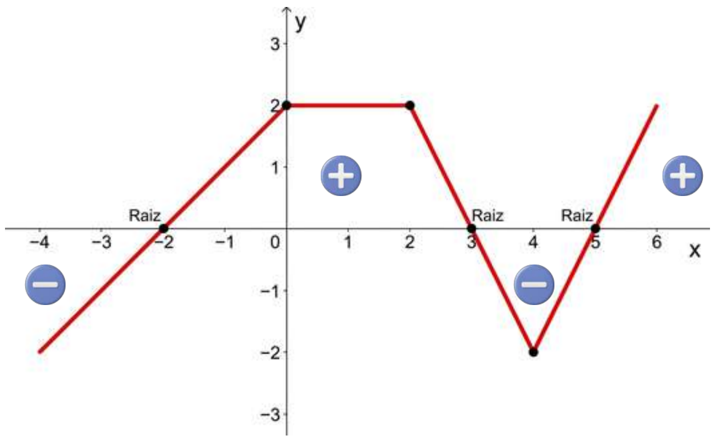
x	$f(x) = x^2 - 1$	(x,y)
-2	$f(-2) = (-2)^2 - 1 = 3$	(-2,3)
-1	$f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$	(-1,0)
0	$f(0) = 0^2 - 1 = -1$	(0,-1)
1	$f(1) = (1)^2 - 1 = 0$	(1,0)
2	$f(2) = (2)^2 - 1 = 3$	(2,3)



ESTUDO DO SINAL E ZERO(S) DE UMA FUNÇÃO

O estudo do sinal de uma função consiste em analisar, a partir de sua representação gráfica, para quais valores de x a função (y) assume valores positivos, negativos ou nulos. Graficamente, isso significa observar a posição do gráfico em relação ao eixo x: a função é positiva quando o gráfico está acima do eixo x, negativa quando está abaixo e nula nos pontos em que o gráfico intercepta esse eixo, ou seja, nos seus zeros.

Observe o gráfico da função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a seguir:



Prezado(a) Professor(a),

ao abordar o estudo do sinal, incentive os(as) estudantes a utilizarem cores diferentes para destacar as partes do gráfico acima e abaixo do eixo *x*. Essa visualização auxilia na superação da dificuldade de transpor a análise visual para a notação intervalar algébrica.

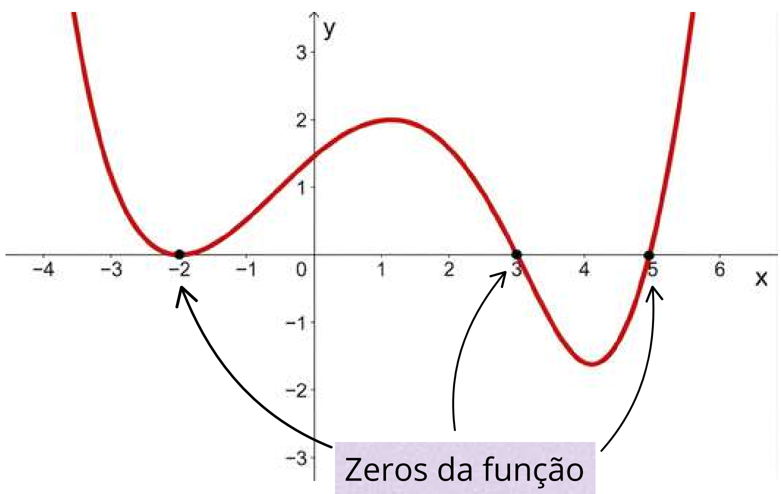
1. Para $-2 < x < 3$ e $x > 5$, os valores correspondentes de y são **positivos**. Note que, nesses intervalos o **gráfico está acima do eixo *OX***.

2. Para $x = -2$, $x = 3$ e $x = 5$, a ordenada correspondente é nula ($f(x) = 0$). São os **pontos de encontro do gráfico com o eixo *OX*** e são chamados de **raízes ou zeros da função**.

3. Nos intervalos onde $x < -2$ e $3 < x < 5$, os valores correspondentes de y são **negativos** e o **gráfico está abaixo do eixo *OX***.

Prezado(a) Professor(a),

determinar os zeros de uma função é importante pois eles indicam os pontos onde a função pode mudar de sinal. Isso é útil em diversas aplicações, como a resolução de equações, a análise de sistemas e, no nosso caso, a análise do crescimento e/ou decrescimento da função.



Representação gráfica

A representação de intervalos na reta real é uma forma visual de expressar conjuntos contínuos de números. Nessa representação, cada intervalo é indicado por um segmento destacado sobre a reta, permitindo ao(à) estudante compreender, de maneira intuitiva, quais valores pertencem ou não ao conjunto.

Os extremos do intervalo são marcados por pontos, cuja forma (aberta ou fechada) indica se esses valores estão incluídos ou excluídos do intervalo. Assim, intervalos fechados apresentam pontos fechados, enquanto intervalos abertos utilizam pontos abertos, e os intervalos semiabertos combinam essas duas representações. Já nos casos envolvendo infinito, utiliza-se uma seta para indicar que o intervalo se estende indefinidamente em uma direção.
Observe os exemplos:

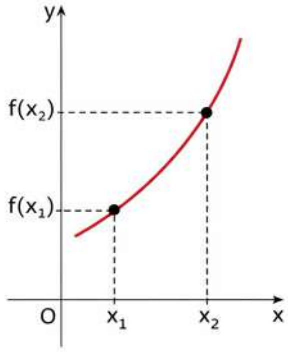
Prezado(a) Professor(a),

destaque o significado dos pontos nos extremos: o ponto fechado indica que o valor pertence ao intervalo, enquanto o ponto aberto indica que ele não pertence. Relacione essa representação com a notação matemática (colchetes e parênteses), reforçando que ambas representam a mesma informação. O uso de cores, como na imagem, pode ser um recurso didático potente para diferenciar o trecho pertencente ao intervalo dos demais pontos da reta, favorecendo a compreensão visual e conceitual.

FUNÇÃO CRESCENTE, DECRESCENTE E CONSTANTE

Função crescente

Função crescente é aquela em que, para quaisquer valores x_1 e x_2 do seu domínio, se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) < f(x_2)$. Em outras palavras, à medida que os valores de x aumentam, os valores correspondentes de y também aumentam.

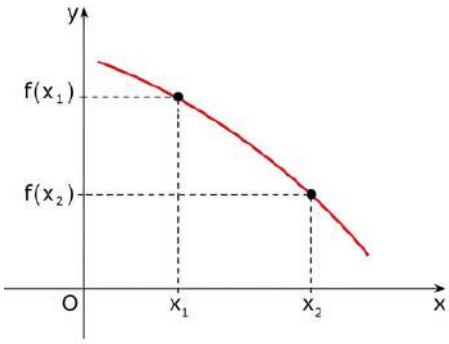


Quando andamos para a direita no eixo x, o gráfico sobe.

✓ Valores de x aumentam → valores de $f(x)$ aumentam.

Função decrescente

Função decrescente é aquela em que, para quaisquer valores x_1 e x_2 do seu domínio, se $x_1 < x_2$, então $f(x_1) > f(x_2)$. Ou seja, à medida que os valores de x aumentam, os valores correspondentes de y diminuem.

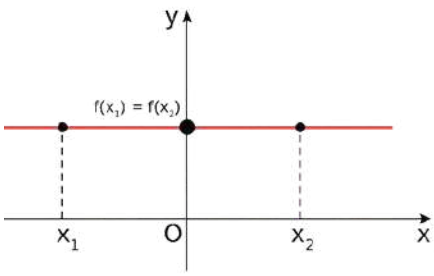


Quando andamos para a direita no eixo x, o gráfico desce.

✓ Valores de x aumentam → valores de $f(x)$ diminuem.

Função constante

Função constante é aquela em que, para quaisquer valores x_1 e x_2 do seu domínio, temos $f(x_1) = f(x_2)$. Então, à medida que os valores de x variam, os valores correspondentes de y permanecem iguais.

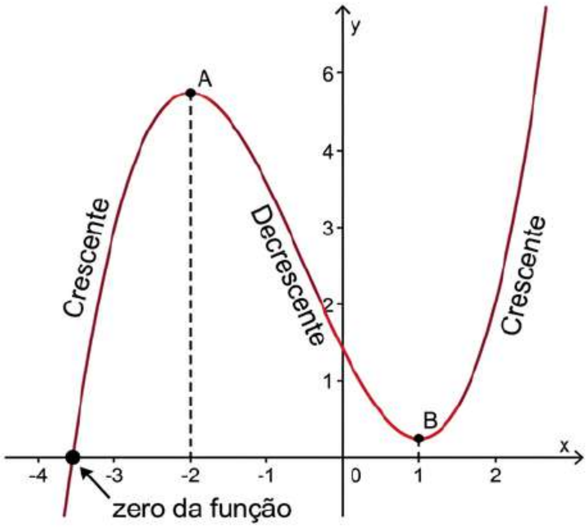


O gráfico é uma linha horizontal

✓ O valor de $f(x)$ não muda, mesmo variando x.

A análise de crescimento e decrescimento deve ser expressa em termos de intervalos do domínio. Assim, não basta identificar se a função “sobe” ou “desce”, mas é necessário indicar em quais intervalos esse comportamento ocorre.

Considere o gráfico da função polinomial y = f(x) representado abaixo, onde estão destacados os pontos A, B e o zero da função.



Prezado(a) Professor(a),

essa leitura envolve percorrer o gráfico no sentido crescente de x, identificar os pontos de mudança de comportamento e descrever esses trechos por meio de intervalos.

Analisando o gráfico, podemos fazer algumas observações:

1. Intervalos de Crescimento e Decrescimento

A análise do crescimento de uma função é feita observando o valor de *y* à medida que avançamos da esquerda para a direita no eixo *x*:

- **Crescente** $(x \leqslant -2)$: O gráfico "sobe" conforme *x* aumenta (da esquerda para a direita). A função vem do infinito negativo e cresce até atingir o ponto *A* (máximo local);

- **Decrescente** $(-2 \leqslant x \leqslant 1)$: Após o ponto *A*, a função começa a "descer". Note que ela cruza o eixo *y* em um valor positivo e continua caindo até atingir o ponto *B* (mínimo local);

- **Crescente** $(x > 1)$: A partir do ponto *B*, a função retoma o movimento de subida, crescendo indefinidamente conforme *x* aumenta.

2. Raiz ou zero da função

- O gráfico cruza o eixo *x* em um ponto entre *−4* e *−3*. Este é o valor de *x* que faz *y = 0*.

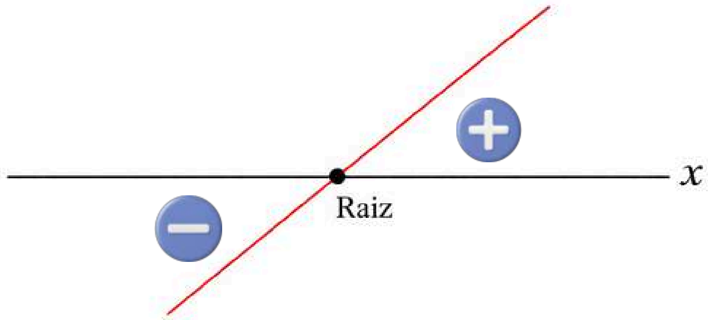
Prezado(a) Professor(a),

reforce que o crescimento de uma função é sempre analisado da esquerda para a direita no eixo das abscissas. Uma dica prática é pedir que os(as) estudantes imaginem um 'personagem' caminhando sobre a curva: se ele sobe, a função cresce; se ele desce, a função decresce.

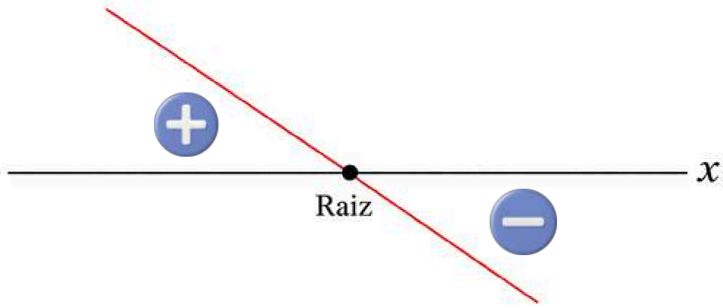
FUNÇÃO AFIM

No caso da função afim $f(x) = ax + b$, o estudo do sinal pode ser realizado a partir da identificação da raiz (valor de x para o qual $f(x) = 0$) e da análise do coeficiente angular a, que determina a inclinação da reta.

Se ***a* > *0***, a **função é crescente**: o gráfico sobe, ao lê-lo da esquerda para a direita, sendo negativa antes da raiz e positiva depois.



Se ***a* < *0***, a **função é decrescente**: o gráfico desce, ao lê-lo da esquerda para a direita, sendo positiva antes da raiz e negativa depois.



Dessa forma, o estudo do sinal está diretamente relacionado ao estudo de crescimento e decrescimento da função, pois a inclinação do gráfico não apenas indica se a função cresce ou decresce, mas também determina como os valores da função transitam entre negativos e positivos ao longo do domínio. Essa articulação é essencial para a interpretação global do gráfico, permitindo compreender simultaneamente os zeros, os intervalos de positividade e negatividade e o comportamento variacional da função.

Prezado(a) Professor(a),

conecte o conceito de coeficiente angular **a** diretamente à inclinação observada no gráfico. Mostre que o sinal de **a** determina não apenas se a função sobe ou desce, mas também a "velocidade" dessa variação preparando o estudante para o conceito de taxa de variação média. Para aprofundamento, mais detalhes sobre o coeficiente angular e sua relação com a representação gráfica podem ser encontrados no material do descritor D145_M Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes.

Exemplo:
Vamos realizar o estudo do sinal da função ***f(x) = 2x + 1***.

Aqui, o(a) estudante deve identificar os coeficentes angular e linear:
a = 2 e b = 1, respectivamente.

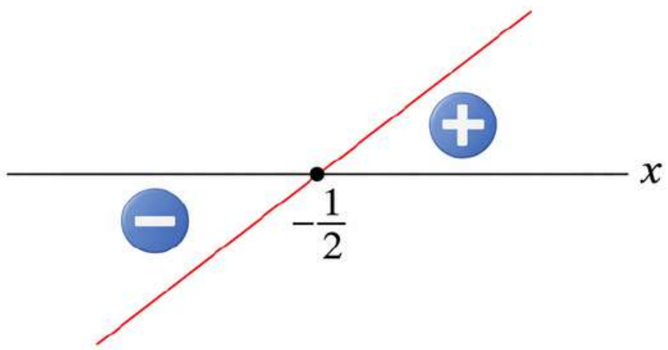
Fazendo *f(x) = 0,* calcule a raiz da função:

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

Como o coeficiente angular a > 0, a função é crescente, e, portanto, seu gráfico cresce da esquerda para a direita.



Analisando o esboço, temos que:

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 0$$

$$x > -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) > 0$$

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) < 0$$

FUNÇÃO QUADRÁTICA

A função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são constantes reais e $a \neq 0$, é dita função quadrática ou função polinomial do segundo grau. Seu gráfico é uma curva chamada parábola.

Raízes da função quadrática

Os zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ são os valores de x reais tais que $f(x) = 0$ e, portanto, as soluções da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Utilizando a fórmula resolutiva (conhecida como fórmula de Bhaskara)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, em\ que\ \Delta = b^2 - 4ac$$

Prezado(a) Professor(a),

caso você considere necessário, demonstre essa fórmula com os(as) estudantes.

O número $\Delta = b^2 - 4ac$ é chamado **discriminante** da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ e indica a quantidade de raízes reais da função.

i) Se $\Delta > 0$, a função tem duas raízes reais distintas.

ii) Se $\Delta = 0$, a função tem duas raízes reais iguais.

iii) Se $\Delta < 0$, a função não possui raízes reais.

Exemplos Resolvidos:

1 - Determine, se existirem, os zeros da função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 15$.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 15 \end{cases}$$

Substituindo na fórmula resolutiva:

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{8 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8+2}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{8-2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

Portanto, $S = \{3, 5\}$.

2 - Determine, se existirem, os zeros da função quadrática *f(x) = 2x² - 3x + 5*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$2x^2 - 3x + 5 = 0 \longrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 5 \end{cases}$$

Calculando o discriminante:

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5$

$\Delta = 9 - 40$

$\Delta = -31 \Rightarrow \Delta < 0$

Portanto, *a função não possui raízes reais.*

Utilizando a Soma e o Produto das raízes

Sejam x_1 e x_2 raízes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$. Conhecemos as seguintes relações:

Soma das raízes

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Produto das raízes

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a}$$

Exemplo Resolvido:

3 - Utilizando as relações de soma e produto, calcule as raízes da função *f(x) = x² - 5x + 6*.

Igualando a função a zero, temos a seguinte equação e os seguintes coeficientes:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -5 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Longrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{(-5)}{1} \Longrightarrow x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 . x_2 = \frac{c}{a} \Longrightarrow x_1 . x_2 = \frac{6}{1} \Longrightarrow x_1 . x_2 = 6$$

Assim, os números que satisfazem as condições são 2 e 3.
Portanto, *S = {2, 3}*

Forma fatorada de uma função quadrática

Uma função *f(x)* = *ax*^{2} + *bx* + *c*, com *a* ≠ *0*, que possua raízes reais x_1 e x_2, pode ser escrita como o produto de **fatores lineares** da seguinte maneira:

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Prezado(a) Professor(a),

Explique aos(às) estudantes que fatores lineares são expressões algébricas de primeiro grau, do tipo $ax + b$, com $a \neq 0$, e que cada um deles está associado a uma raiz do polinômio, pois ao igualá-lo a zero obtemos uma solução da equação.

Exemplo Resolvido:

4 - Escreva a função *f(x)* = *2x*^{2} *- 6x + 4, na forma fatorada.*

Calcule as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Longrightarrow \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} \Longrightarrow \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} \Longrightarrow \frac{6 \pm 2}{4} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ e } x_2 = 2$$

Assim, a função $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$, pode ser escrita na forma fatorada

$f(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$, em que 1 e 2 são as raízes (ou zeros) da função.

Estudo do sinal da função quadrática

Estudar o sinal da função quadrática *f(x)* = *ax*^{2} + *bx* + *c*, com *a* ≠ *0*, consiste em identificar os valores de *x* para os quais a função é nula (*f(x)* = *0*), positiva (*f(x)* > *0*) ou negativa (*f(x)* < *0*).

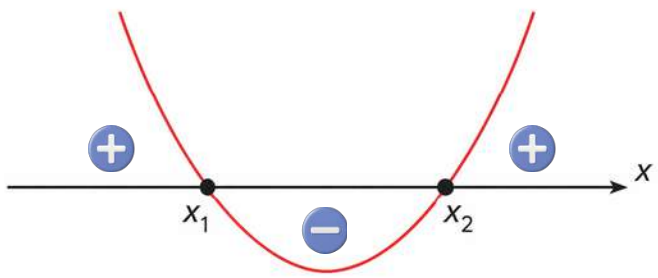
Esse estudo está diretamente relacionado ao comportamento do gráfico da função e depende de três aspectos fundamentais: o discriminante *Δ* = *b*^{2}− *4ac*, que indica a quantidade de raízes reais; o coeficiente *a*, que define a concavidade da parábola (para cima, se *a* > *0*, ou para baixo, se *a* < *0*); e os zeros da função, quando existem.

1º caso: Δ > 0

Nesse caso:

- a função admite duas raízes reais distintas:
- a parábola, que representa a função, intersecta o eixo em dois pontos.

a > *0*

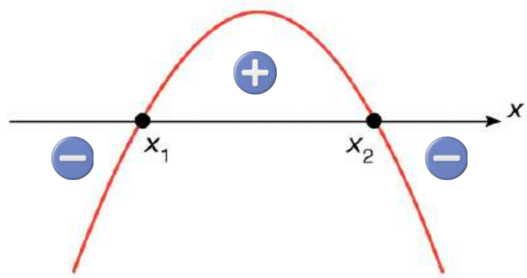


$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 \; ou \; x = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x < x_1 \; ou \; x > x_2$

$f(x) < 0 \; para \; x_1 < x < x_2$

a < *0*



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 \; ou \; x = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x_1 < x < x_2$

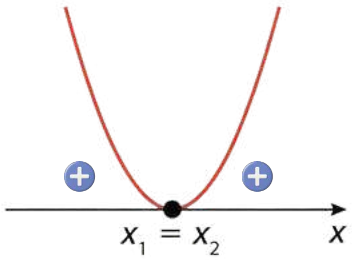
$f(x) < 0 \; para \; x < x_1 \; ou \; x > x_2$

2º caso: Δ = 0

Nesse caso:

- a função admite uma raiz real dupla:
- a parábola tangencia o eixo *x*.

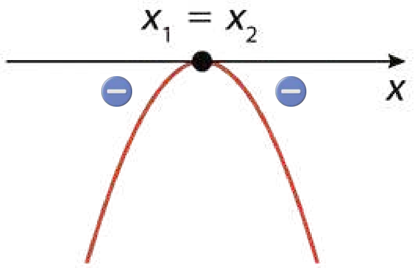
a > 0



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 = x_2$

$f(x) > 0 \; para \; x \neq x_1$

a < 0



$f(x) = 0 \; para \; x = x_1 = x_2$

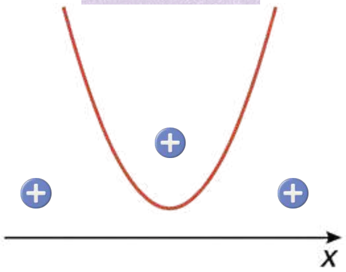
$f(x) < 0 \; para \; x \neq x_1$

3º caso: Δ < 0

Nesse caso:

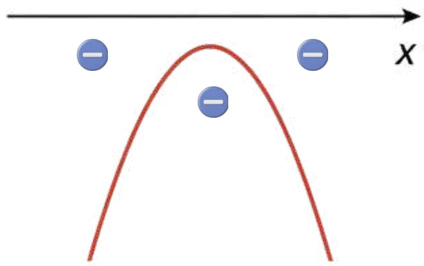
- a função não admite raízes reais:
- a parábola não intersecta o eixo *x*.

a > 0



$f(x) > 0 \; para \; todo \; x \; real$

a < 0



$f(x) < 0 \; para \; todo \; x \; real$

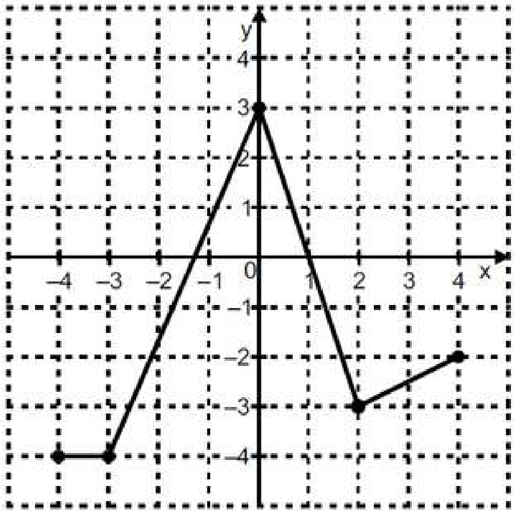
Prezado(a) Professor(a),

Ao estudar o sinal da função quadrática, aproveite para identificar também os intervalos de crescimento e decrescimento da função, bem como determinar o ponto de máximo ou de mínimo (vértice). Esses elementos estão diretamente relacionados e contribuem para uma compreensão mais completa do comportamento do gráfico, favorecendo a consolidação do descritor D071_M.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA - 2024) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função *f: [–4, 4] → [–4, 3]*.



Suporte

Em qual intervalo essa função f é estritamente decrescente?

Comando

Alternativas

A) [–4, –3].
B) [–4, 3].
C) [–3, 0].
D) [0, 2].
E) [2, 4].

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

A habilidade avaliada por esse item está diretamente associada ao descritor D071_M, que envolve a análise da variação de funções reais — crescente, decrescente ou constante — em diferentes intervalos do domínio.

De acordo com a Revista da Escola do Paebes/Paebes Alfa 2025, a tarefa mobilizada por esse item consiste em avaliar o comportamento de uma função representada graficamente quanto ao seu crescimento ou decrescimento. Essa tarefa situa-se no nível de desempenho Básico, pois exige do estudante não apenas a leitura direta do gráfico, mas também a análise de seu comportamento em diferentes intervalos, considerando as variações ao longo do domínio.

O percurso cognitivo necessário para a resolução do item envolve:

- leitura e interpretação de gráficos no plano cartesiano;
- compreensão do conceito de função decrescente;
- identificação e análise de intervalos no eixo das abscissas;
- distinção entre comportamentos crescente, decrescente e constante.

Nesse sentido, o item configura uma aplicação direta da tarefa descrita na revista, com um refinamento: não se limita a reconhecer se a função cresce ou decresce, mas exige a identificação do intervalo específico em que ocorre o decrescimento.

A revista também destaca pré-requisitos importantes para o desenvolvimento dessa habilidade, que são mobilizados na resolução do item:

- compreensão do sistema de coordenadas cartesianas;
- leitura e interpretação de gráficos;
- noção de função;
- compreensão do significado de *f(x)*;
- identificação dos zeros da função.

Gabarito

Gabarito: D) [0, 2]
O intervalo *[0,2]* é o único em que a função apresenta comportamento estritamente decrescente. Nesse trecho, observa-se que o gráfico se desloca para baixo à medida que avançamos no eixo *x*, indicando que os valores de *f(x)* diminuem continuamente. Formalmente, para quaisquer $x_1 < x_2$ nesse intervalo, tem-se: $f(x_1) > f(x_2)$, caracterizando o decrescimento da função.

Distratores

A análise dos distratores permite levantar hipóteses sobre possíveis erros de compreensão ou de procedimento que os estudantes podem apresentar ao resolver o item. É importante destacar, contudo, que essa análise não confirma que tais erros foram efetivamente cometidos, mas indica padrões prováveis de raciocínio a partir das alternativas incorretas. Dessa forma, os distratores funcionam como um recurso diagnóstico, auxiliando na identificação de dificuldades recorrentes e orientando intervenções pedagógicas mais direcionadas.

A) ***[-4, -3] -*** Confusão entre função constante e decrescente. O estudante pode interpretar que “não crescer” é equivalente a “decrescer”, desconsiderando que, em um trecho constante, os valores de *f(x)* permanecem iguais. Caso os(as) estudantes assinalem esse distrator, é importante retomar a distinção entre função constante e decrescente. Explore graficamente trechos horizontais e inclinados, questionando: “o valor de *f(x)* está diminuindo ou permanecendo igual?”. Atividades comparativas entre diferentes tipos de comportamento ajudam a consolidar essa diferenciação.

B) ***[-4, 3] -*** Dificuldade na leitura segmentada do gráfico. O estudante pode considerar o comportamento global da função ou ignorar as mudanças internas, tratando todo o intervalo como homogêneo. Recomenda-se trabalhar a leitura segmentada do gráfico. Proponha a divisão do gráfico em partes, solicitando que os(as) estudantes descrevam o comportamento em cada trecho antes de analisar o todo. O uso de cores para destacar intervalos distintos pode favorecer essa percepção.

C) ***[-3, 0] -*** Confusão entre crescimento e decrescimento. Nesse intervalo a função é crescente, mas o estudante pode não compreender adequadamente a relação entre a variação de *x* e *f(x)*, ou pode interpretar o gráfico no sentido inverso (da direita para a esquerda). No caso desse distrator , é fundamental reforçar a ideia de que a leitura do gráfico deve ocorrer da esquerda para a direita, no sentido crescente de *x*. Atividades que envolvam acompanhar o movimento de um ponto ao longo do gráfico podem ajudar a compreender a relação entre a variação de *x* e *f(x)*, evitando a confusão entre crescimento e decrescimento.

E) ***[2, 4] -*** Interpretação equivocada da inclinação do gráfico ou escolha baseada em critérios superficiais (como “último intervalo”). Também pode indicar dificuldade em distinguir crescimento de decrescimento em trechos lineares. Se houver marcação desse distrator, é recomendável aprofundar a interpretação da inclinação do gráfico. Trabalhe com exemplos variados (retas crescentes e decrescentes, trechos curvos), solicitando que os(as) estudantes justifiquem suas respostas com base no comportamento da função, e não em critérios superficiais.

Atividades

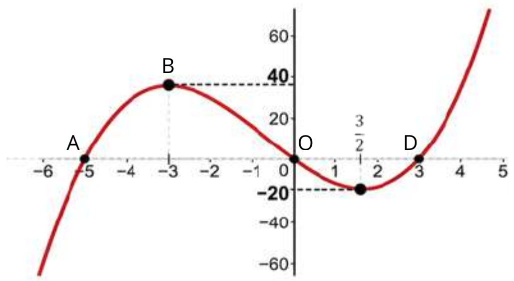
A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

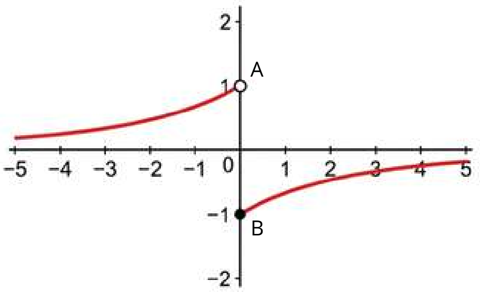
ATIVIDADE 1

Com base nos gráficos abaixo, de funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, identifique os zeros (se houver) e especifique os intervalos em que a função é crescente, decrescente ou constante.

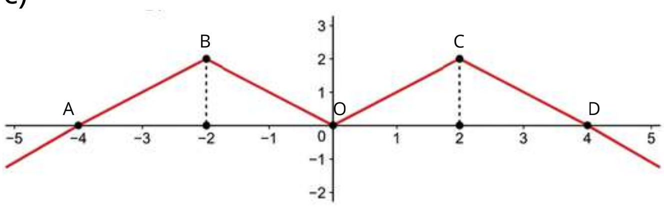
a)



b)



c)



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) As raízes ou zeros da função são aqueles pontos onde o gráfico intercepta o eixo *OX*. Observamos a ocorrência nos pontos *A, O e D*, portanto, em *x = -5, x = 0 e x = 3*.

A função é crescente nos intervalos “antes” do ponto *B* e “depois” do ponto *C*, ou seja, para $x \leqslant -3$ ou $x \geqslant \frac{3}{2}$.

A função é decrescente no intervalo “entre” os pontos B e C, ou seja, para $-3 \leqslant x \leqslant \frac{3}{2}$.

b) A função não possui raízes reais, uma vez que o gráfico é assintótico ao eixo *OX*.

A função é crescente para todo valor de x pertencente ao domínio.

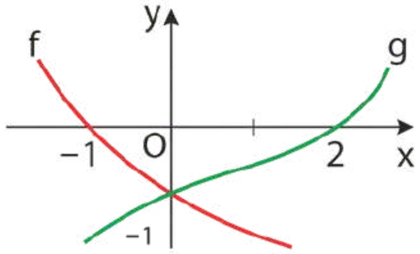
c) As raízes da função estão nos pontos *A, O e D*, onde *x = - 4, x = 0 e x = 4*, respectivamente.

A função é crescente nos intervalos onde $x \leqslant -2$ ou $0 \leqslant x \leqslant 2$.

A função é decrescente nos intervalos onde $-2 \leqslant x \leqslant 0$ ou $x \geqslant 2$.

ATIVIDADE 2

(UFMG - Adaptado) - Na figura, estão esboçados os gráficos de duas funções reais ***f*** e ***g***. De acordo com o gráfico apresentado, responda:



a) A função *f(x)* é crescente, decrescente ou constante?

b) A função *g(x)* é crescente, decrescente ou constante?

c) Para quais valores de *x* temos *f(x)* > *g(x)*?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

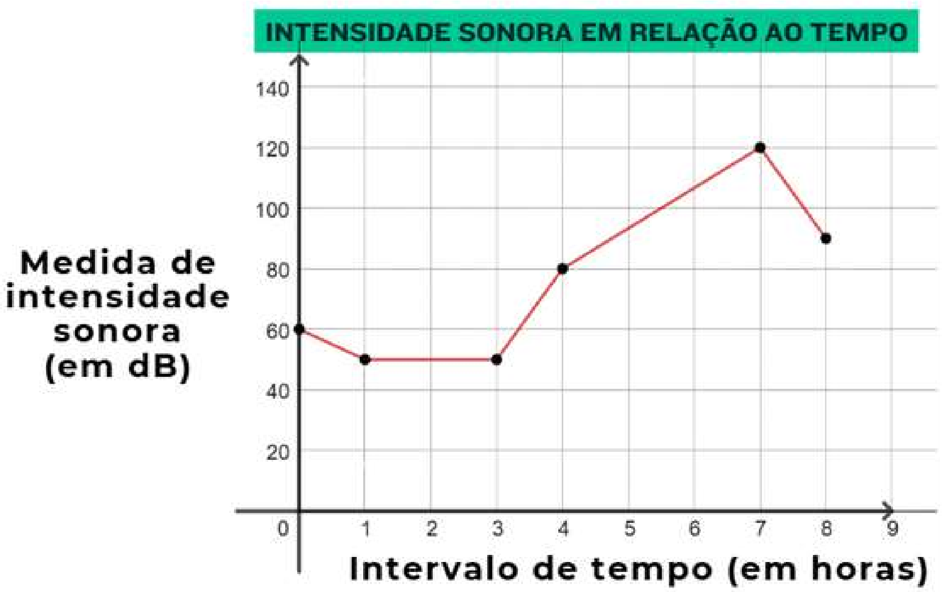
a) Decrescente no intervalo apresentado.

b) Crescente no intervalo apresentado.

c) Temos *f(x)* > *g(x)* no intervalo onde *x* < *0*.

ATIVIDADE 3

O decibel (dB) é a unidade de medida da intensidade sonora. Durante 8 horas, uma pessoa foi exposta a diferentes intensidades sonoras, como mostra o gráfico a seguir. De acordo com o gráfico, responda:



a) Durante quantas horas, a medida de intensidade sonora foi constante ao longo das 8 horas indicadas no gráfico?

b) Qual foi a maior intensidade sonora registrada no período? Em que momento ocorreu?

c) Em qual(is) intervalo(s) de tempo a medida de intensidade sonora foi crescente?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

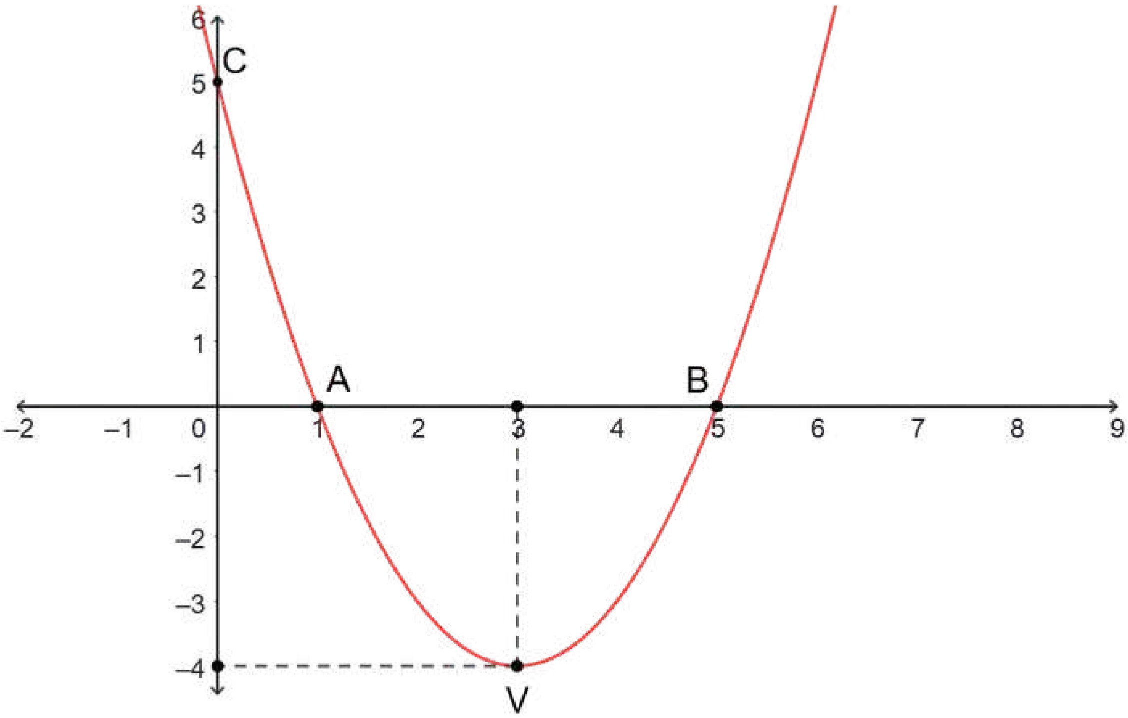
a) Note que o gráfico permanece constante para valores de x de 1 a 3. Portanto, a intensidade sonora manteve-se inalterada durante esse intervalo de duas horas.

b) A maior intensidade registrada foi de 120 dB, na 7ª hora de medição.

c) A intensidade sonora foi crescente da 3ª até a 7ª hora de medição.

ATIVIDADE 4

Considere o gráfico da função $f(x) = (x-1)\cdot(x-5)$, com $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, determine:



a) Os zeros, ou raízes, da função.

b) O intervalo onde a função é crescente.

c) O intervalo onde a função é decrescente.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) f(x) = 0 para x = 1 ou x = 5.

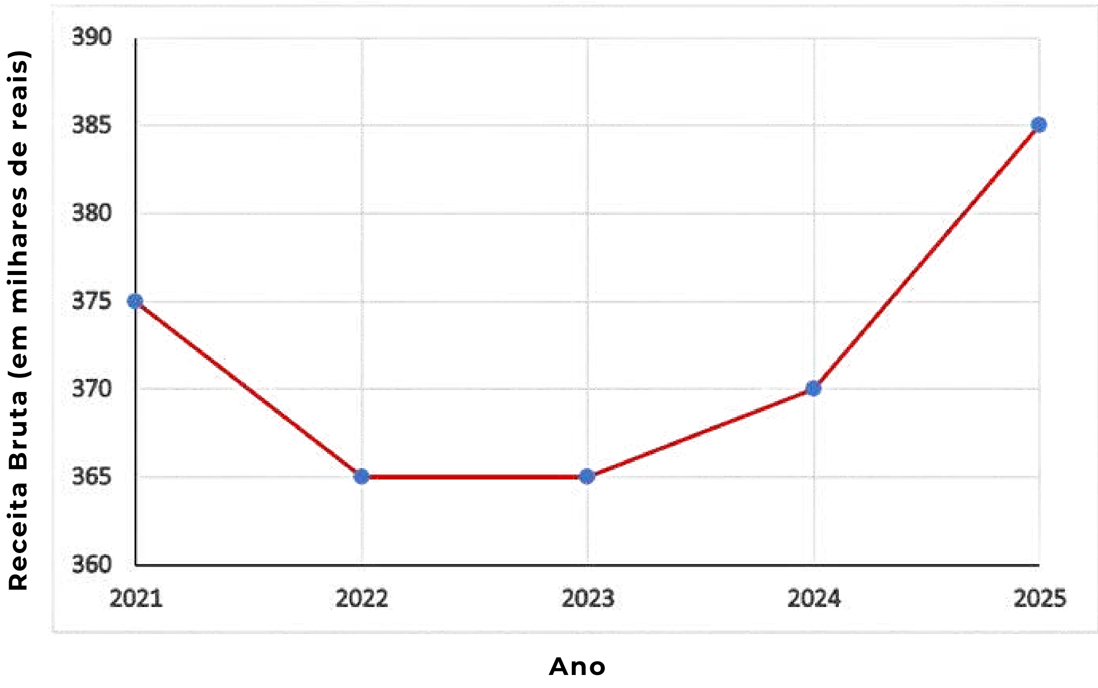
b) f(x) é crescente para $x \geq 3$.

c) f(x) é decrescente para $x \leq 3$.

ATIVIDADE 5

O gráfico a seguir apresenta o faturamento bruto anual de uma empresa, em milhares de reais, no período de 2021 a 2025. A partir da leitura e interpretação desse gráfico, é possível analisar como o faturamento varia ao longo do tempo, identificando períodos em que os valores aumentam, diminuem ou permanecem constantes.

EVOLUÇÃO DO FATURAMENTO (2021-2025)



Com base no gráfico, responda às questões a seguir:

a) Indique os intervalos de anos em que o faturamento da empresa foi decrescente, constante e crescente. Justifique sua resposta com base nos valores apresentados no gráfico.

b)Calcule a variação do faturamento entre os anos de 2023 e 2025. Em seguida, explique o que esse resultado indica sobre o desempenho da empresa nesse período.

c) Descreva a tendência geral do faturamento ao longo dos cinco anos (2021 a 2025). Além disso, identifique em quais anos ocorreram o menor e o maior faturamento, justificando sua resposta com base no gráfico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Intervalo Decrescente: de 2021 a 2022, pois o faturamento diminui de R$ 375.000,00 para R$ 365.000,00. Intervalo Constante: de 2022 para 2023, já que o valor permanece em R$ 365.000,00. Intervalo Crescente: de 2023 para 2024 e de 2024 para 2025, pois o faturamento aumenta de R$ 365.000,00 para R$ 370.000,00 e, posteriormente, para R$ 385.000,00.

b) Entre os anos de 2023 e 2025, observa-se que o faturamento da empresa passa de R$ 365.000,00 para R$ 385.000,00, o que representa uma variação de R$ 20.000,00. Esse aumento indica que houve crescimento no faturamento ao longo desse período, sugerindo um movimento de recuperação ou mesmo de expansão após um intervalo anterior de estabilidade.

c) Ao analisar o comportamento geral do gráfico, observa-se que o faturamento da empresa apresenta, inicialmente, uma queda, seguida de um período de estabilidade e, posteriormente, um movimento de crescimento. Os menores valores de faturamento ocorrem nos anos de 2022 e 2023, ambos com R$ 365.000,00, enquanto o maior faturamento é registrado em 2025, atingindo R$ 385.000,00. Essa trajetória indica que, após um período de retração, a empresa passou a apresentar melhora em seu desempenho financeiro.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

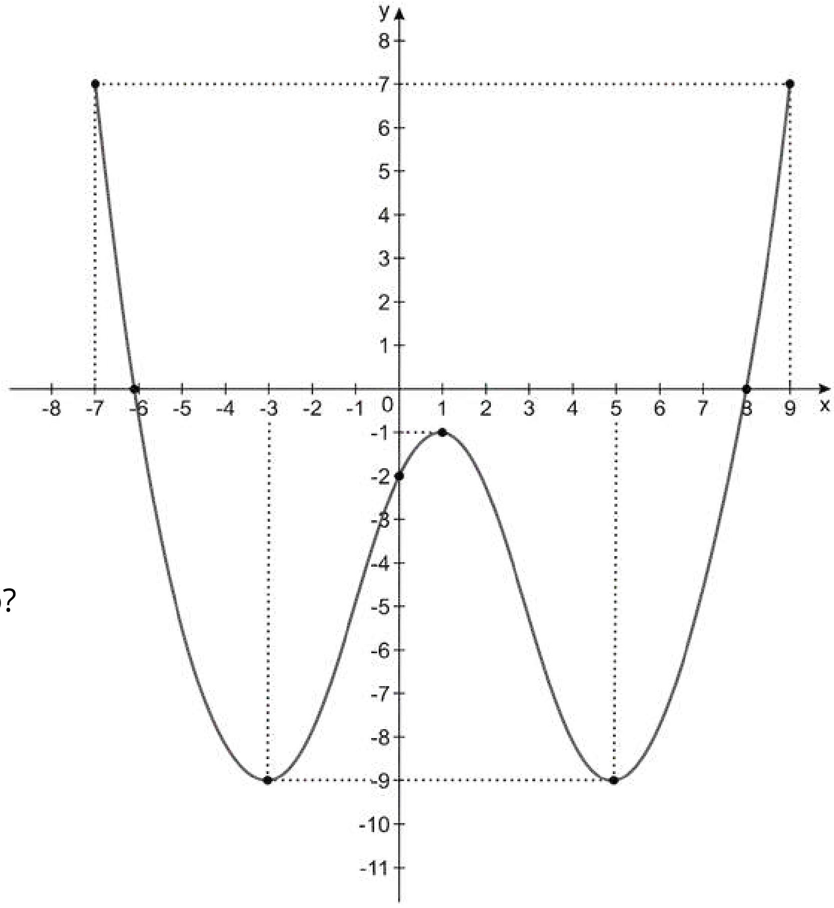
O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D071_M *Analisar crescimento/decrescimento, zeros de funções reais apresentadas em gráficos.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(PAEBES – 2016) Observe o gráfico da função *f:[−7,9] → R*.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função observando a interseção com o eixo x".



Quais são os zeros dessa função?

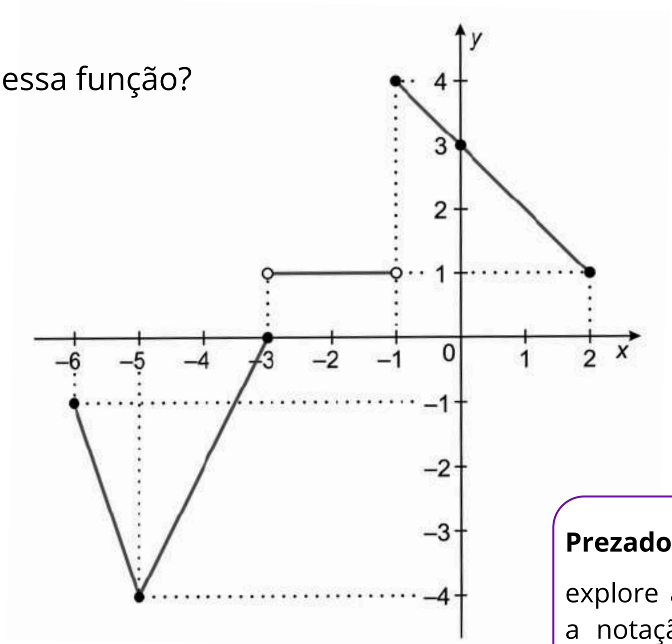
A) – 9 e 7
B) – 7 e 9
C) – 6 e 8
D) – 6, – 2 e 8
E) – 3, 1 e 5.

Gabarito: C

ITEM 2 - Abaixo do básico

(PAEBES – 2018) Observe o gráfico da função g:[−6, 2] → [−4, 4].

Qual é o zero dessa função?



A) – 4
B) – 3
C) 1
D) 3
E) 4

Gabarito: B

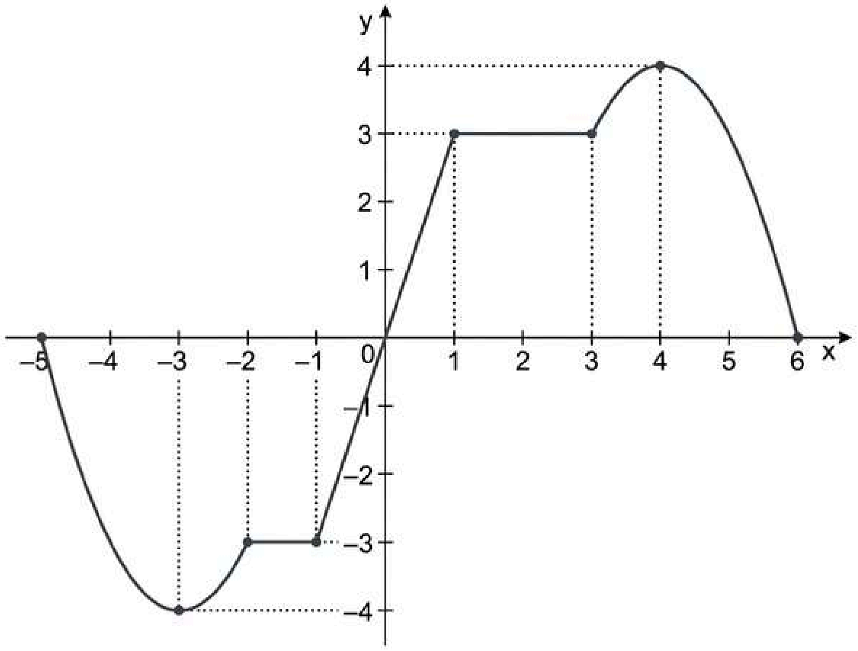
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função observando a interseção com o eixo x".

Prezado(a) Professor(a),

explore a notação dos intervalos. Relacione a notação algébrica com a representação gráfica em cada trecho do gráfico apresentado.

ITEM 3 - Básico

(PAEBES – 2017) Observe o gráfico da função f:[−5, 6] → [−4, 4].



Prezado(a) Professor(a), os itens 3 e 4 buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento ou decrescimento".

A função f é estritamente decrescente:

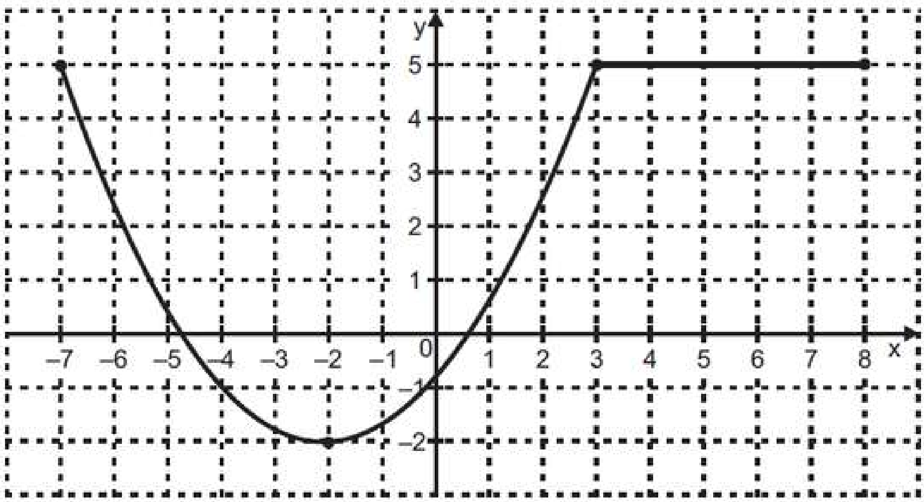
A) no intervalo [– 5, 0]
B) no intervalo [– 3, 4]
C) no intervalo [0, 6]
D) no intervalo [– 5, – 3] e no intervalo [4, 6]
E) no intervalo [– 2, 1] e no intervalo [1, 3]

Gabarito: D

ITEM 4 - Básico

(AMA 2025) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função f: [–7, 8] → [–2, 5].

Em qual intervalo essa função f é estritamente crescente?

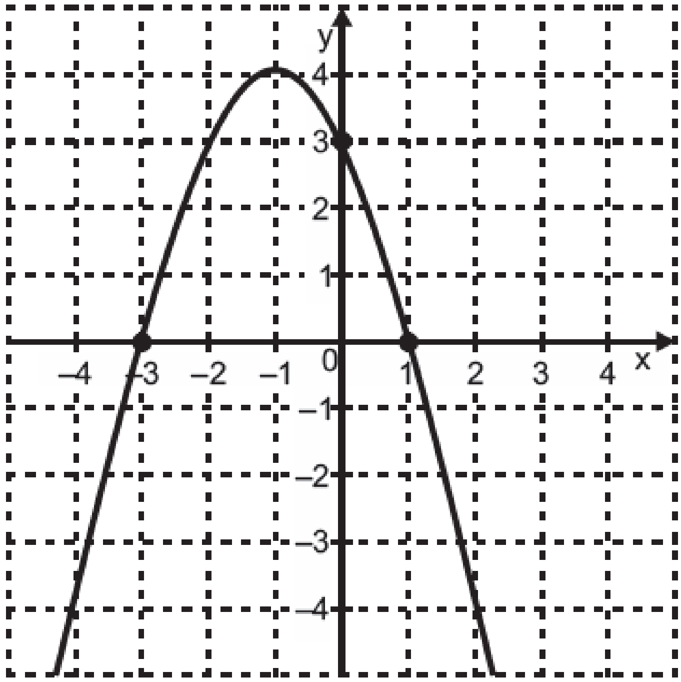


A) [3, 8].
B) [–2, 3].
C) [–7, 3].
D) [–7, 8].
E) [–7, –2].

Gabarito: B

ITEM 5 - Abaixo do básico

(AMA 2024) Observe, no plano cartesiano abaixo, o gráfico de uma função polinomial de 2º grau.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente".

Qual é o conjunto S formado pelos zeros dessa função?

A) S = {0}.
B) S = {3}.
C) S = {–1, 4}.
D) S = {–3, 1}.
E) S = {–3, 1, 3}.

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Análise de gráficos de zeros da função quadrática (Khan Academy)

Atividade interativa em que os estudantes identificam, a partir do gráfico da parábola, os zeros da função quadrática, fortalecendo a leitura e interpretação de representações gráficas.

CLIQUE AQUI

Zeros de funções reais – gráficos (Khan Academy)

Atividade interativa que propõe identificar, a partir do gráfico, quantos zeros reais uma função possui, analisando os pontos em que o gráfico intercepta o eixo x.

CLIQUE AQUI

Gráfico de funções quadráticas (PhET)

Simulador interativo que permite explorar como os coeficientes da função quadrática influenciam o formato da parábola, possibilitando identificar elementos como raízes, vértice e eixo de simetria por meio de manipulação dinâmica.

CLIQUE AQUI

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, 2018.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. Currículo do Espírito Santo: Ensino Médio. Vitória: SEDU, 2020/2022.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. Juiz de Fora: CAEd/UFJF, 2025.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto e Aplicações. Volumes 1 e 2. São Paulo: Ática, 2008/2016.

CADERNO DO PROFESSOR. Matemática – 3ª série do Ensino Médio – 2º semestre. São Paulo: SEDUC-SP.

KHAN ACADEMY. Análise de gráficos de zeros da função quadrática. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao-quadratica/x34e9dd8107ca5eda:grafico-de-uma-funcao-quadratica/e/analise-graficos-de-zeros-da-funcao-quadratica. Acesso em: 24 abr. 2026.

KHAN ACADEMY. Zeros de funções reais – gráficos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra/x34e9dd8107ca5eda:funcao/x34e9dd8107ca5eda:interpretando-graficos-de-funcoes/e/zeros-de-funcoes-reais-graficos. Acesso em: 24 abr. 2026.

PHET INTERACTIVE SIMULATIONS. Graphing quadratics. Universidade do Colorado Boulder. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/graphing-quadratics. Acesso em: 24 abr. 2026.

WORDWALL. Analisar crescimento, decrescimento e zeros de funções. Disponível em: https://wordwall.net/resource/98830330/matem%C3%A1tica/analisar-crescimento-decrescimento-zeros-de. Acesso em: 24 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D076_M *Corresponder um polinômio fatorado por meio de polinômios de 1º grau às suas raízes.*

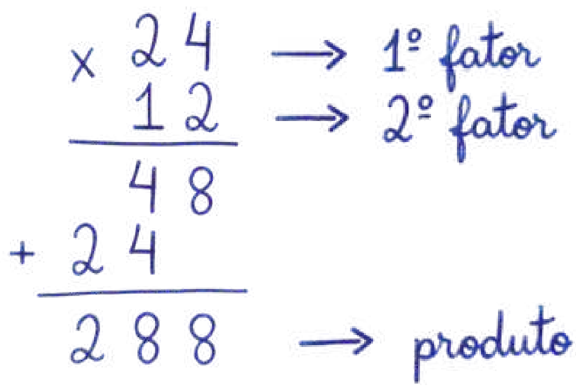
POLINÔMIOS FATORADOS E SUAS RAÍZES

Este descritor avalia a capacidade do(a) estudante de reconhecer as raízes de um polinômio a partir de sua forma fatorada. Sugere-se, além dessa forma, explorar também exemplos na forma expandida, a fim de consolidar esse entendimento. Antes de entrarmos nesse assunto, faremos uma revisão.

FATOR E PRODUTO

Fator é cada número que está sendo multiplicado numa conta. Como exemplo, a conta 24 x 12 = 288, tem como fatores o 24 e o 12.

Produto é o resultado da multiplicação. No exemplo, o produto é 288. Temos, portanto:

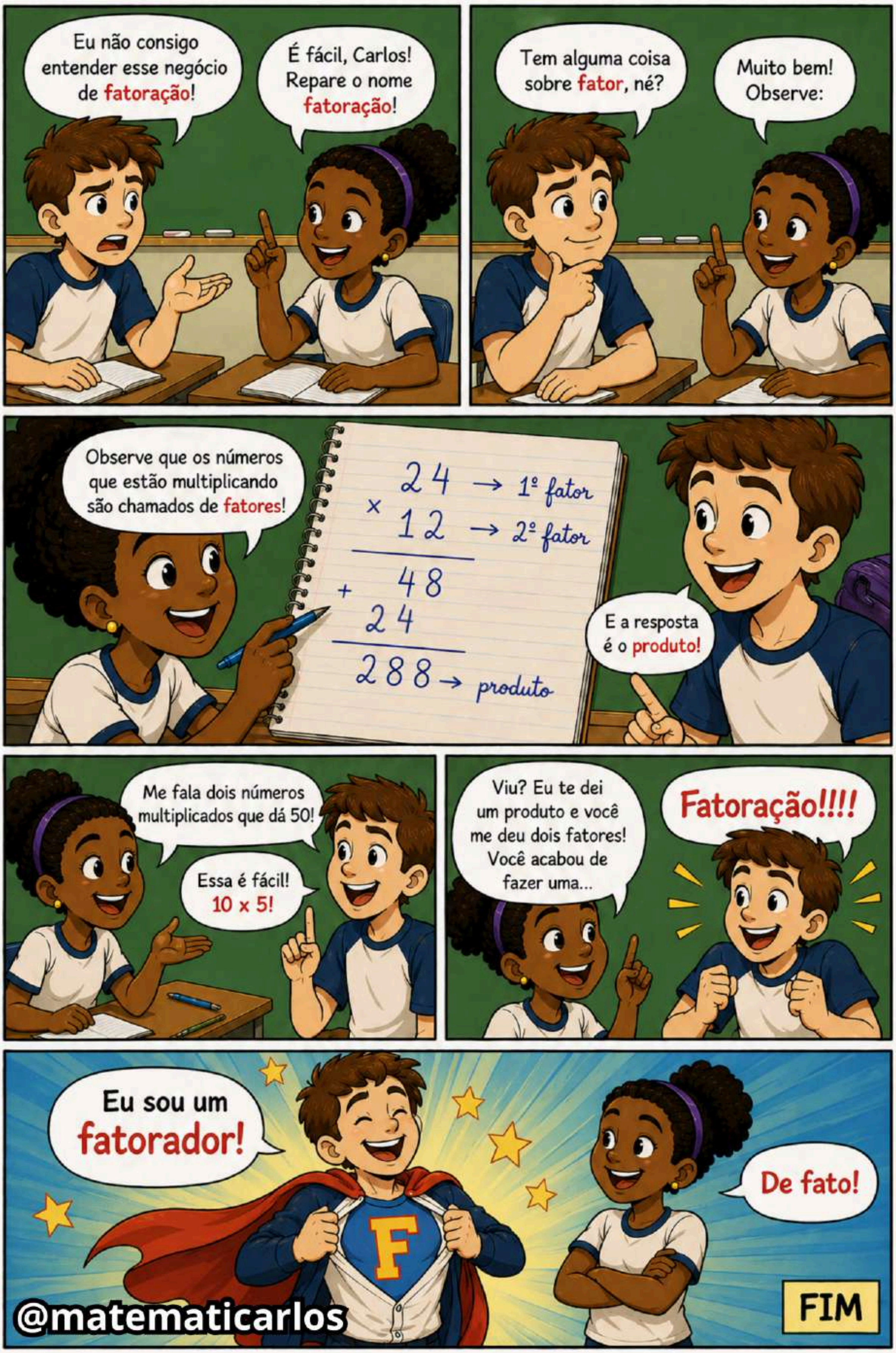


FATORAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

Um número natural pode ser decomposto em um produto de dois ou mais fatores. Esse procedimento é chamado de **fatoração**.

Podemos fatorar um número natural de várias maneiras. Observe alguns exemplos de fatoração do número 288.

- $288 = 24 \times 12$
- $288 = 48 \times 6$
- $288 = 4 \times 8 \times 9$


Eu não consigo entender esse negócio de fatoração!
É fácil, Carlos! Repare o nome fatoração!
Tem alguma coisa sobre fator, né?
Muito bem! Observe:
Observe que os números que estão multiplicando são chamados de fatores!
24 → 1º fator
× 12 → 2º fator
48
+ 24
288 → produto
E a resposta é o produto!
Me fala dois números multiplicados que dá 50!
Essa é fácil! 10 x 5!
Viu? Eu te dei um produto e você me deu dois fatores! Você acabou de fazer uma...
Fatoração!!!!
Eu sou um fatorador!
F
De fato!
@matematicarlos
FIM

POLINÔMIOS

Polinômio é toda expressão algébrica formada por monômios, ligados por operações de adição ou subtração, em que as variáveis possuem expoentes inteiros não negativos.

Os polinômios de um só termo são chamados monômios, os de dois termos, binômios, e os de três termos, trinômios. Os polinômios com mais de três termos não recebem denominação específica quanto ao número de termos.

Exemplos de polinômios:

- $2a^2$
- $4x + 2y$
- $a^2 + 2ab + b^2$

Não são polinômios:

- $x^{-2} + 3$ (expoente negativo)
- $x^{1/2}$ (expoente fracionário)
- $\frac{1}{x}$ (variável no denominador)

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS PELA COLOCAÇÃO DE UM FATOR COMUM EM EVIDÊNCIA

Assim como os números naturais, alguns polinômios podem ser fatorados. Fatorar um polinômio significa escrevê-lo como produto de polinômios mais simples.
Denominamos **fatoração algébrica** a fatoração de polinômios.

$$\underbrace{\boxed{ac + bc}}_{\text{polinômio}} = \underbrace{\boxed{c \cdot (a+b)}}_{\text{produto de polinômios}}$$

A expressão $c \cdot (a + b)$ é a **forma fatorada** do polinômio $ac + bc$.

Exemplo: $2x + 2y = 2 \cdot (x + y)$.

Essa fatoração é chamada de **fatoração pela colocação de um fator comum em evidência**.
Nessa fatoração, notamos que o polinômio $2x + 2y$ tem o 2 como fator comum a todos os termos do polinômio e ele foi colocado em evidência.
Quando todos os termos de um polinômio têm um fator comum, podemos colocá-lo em evidência. A forma fatorada é o produto do fator comum pelo polinômio que se obtém dividindo-se cada termo do polinômio dado pelo fator comum.

Considere agora a seguinte expressão: $a^2 + ab = a \cdot (a + b)$.

Notamos que *a* é um fator que aparece em todos os termos do polinômio e foi colocado, como fator comum, em evidência.

FATORAÇÃO DE POLINÔMIOS POR AGRUPAMENTO

Observe como podemos escrever algebricamente, na forma fatorada, o polinômio $ax+bx+ay+by$:

- Agrupamos os termos que possuem fator comum: $x(a+b)+y(a+b)$.

- Em cada grupo colocamos os fatores comuns em evidência: $(a+b)(x+y)$.

FATORAÇÃO DA DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

O polinômio x^2-36 representa uma diferença de dois quadrados. Observe que 36 pode ser representado por 6^2.

Podemos escrever o polinômio x^2-36 como $x^2-6^2=(x+6)(x-6)$, conforme você estudou em produtos notáveis.

Portanto, $(x+6)(x-6)$ é a forma fatorada de x^2-36.

FATORAÇÃO DO TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

- Quadrado da soma de dois termos

Observe a figura (I) abaixo.

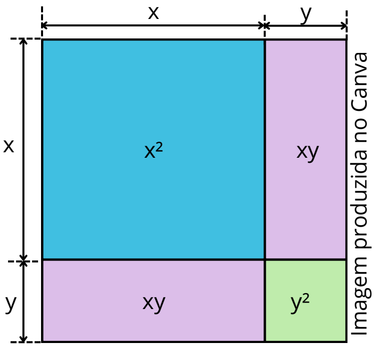


Figura (I)

Essa figura representa um quadrado cujo lado mede $(x+y)$ unidades de comprimento e cuja área pode ser escrita de duas maneiras:

Pela área do quadrado maior:	Pela soma das partes:
$(x+y)\cdot(x+y)=(x+y)^2$	$x^2+xy+xy+y^2=x^2+2xy+y^2$

Como as duas maneiras de escrita representam a mesma área, podemos concluir:

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

Sistematizando:

O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo mais o dobro do produto do 1º termo pelo 2º termo mais o quadrado do 2º termo.

- Quadrado da diferença de dois termos

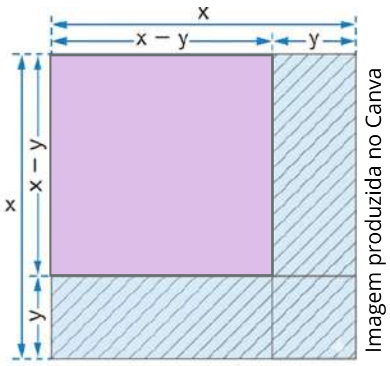


Figura (II)

Considerando a figura (II), vamos representar a área do quadrado, destacada em lilás, de duas maneiras:

Pelo cálculo a partir das medidas dos lados do quadrado:

$$(x-y)\cdot(x-y)=(x-y)^2$$

Subtraindo do quadrado maior as partes hachuradas:

$$x^2-y(x-y)-y(x-y)-y^2=$$
$$=x^2-2y(x-y)-y^2=$$
$$=x^2-2xy+2y^2-y^2=$$
$$=x^2-2xy+y^2$$

Como as duas maneiras de escrita representam a mesma área, podemos concluir:

$$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$$

Sistematizando:

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do 1º termo menos o dobro do produto do 1º termo pelo 2º termo mais o quadrado do 2º termo.

Os polinômios $x^2+2xy+y^2$ e $x^2-2xy+y^2$ são chamados trinômios quadrados perfeitos. Trinômios, porque possuem três termos; quadrados perfeitos, porque o primeiro representa o quadrado de $(x+y)$, e o segundo representa o quadrado de $(x-y)$.

Nem todo trinômio é um quadrado perfeito. Por isso, é importante saber identificar quando um trinômio possui essa característica.

Um trinômio será chamado de trinômio quadrado perfeito quando puder ser obtido pelo quadrado da soma ou da diferença de dois termos.

Considere as seguintes situações:

$$x^2+8xy+16y^2.$$

- x^2 é o quadrado de x.
- $16y^2$ é o quadrado de $4y$.

Ao multiplicarmos o produto de x e $4y$ por 2, o produto desses dois termos deverá ser o resultado igual ao termo restante.
De fato, $x\cdot 4y=4xy$, que multiplicado por 2 resulta em $8xy$, que é exatamente o termo restante (termo do meio). Portanto, $x^2+8xy+16y^2$ é um trinômio quadrado perfeito.

Agora, considere o trinômio $16x^2 - 24x + 25$.

- Observe que $16x^2$ é o quadrado de $4x$.
- 25 é o quadrado de 5.

O produto de $4x$ e 5 é $20x$, que multiplicado por 2 resulta em $40x$, diferente do termo restante deste exemplo, que é $-24x$.
Portanto, $16x^2 - 24x + 25$ não é um trinômio quadrado perfeito.

EQUAÇÕES POLINOMIAIS E SUAS RAÍZES

Vimos que um polinômio é uma expressão algébrica formada por números e variáveis associadas por operações de adição, subtração e multiplicação, em que os expoentes das variáveis são números inteiros não negativos, como por exemplo, $x^2 - 5x + 6$.

Nesse caso, temos apenas uma expressão algébrica. Não existe sinal de igualdade relacionando essa expressão a outro valor.

Já uma **equação polinomial** é obtida quando um polinômio é igualado a zero, do tipo (Px) = 0, onde P(x) é um polinômio. Essas equações envolvem uma incógnita (x) elevada a expoentes inteiros e não negativos, podendo ser escritas na forma geral:

$$a_n x^n + ... + a_1 x + a_0 = 0, \text{ com } a_n \neq 0.$$

Observe que agora temos uma igualdade. O objetivo passa a ser descobrir quais valores de x tornam essa igualdade verdadeira.

Esses valores recebem o nome de **raízes da equação polinomial**.

As raízes de uma equação são valores que, ao serem substituídos nos lugares ocupados pela incógnita, tornam a igualdade verdadeira. Em outras palavras, as raízes são as soluções da equação.

USANDO A FATORAÇÃO PARA RESOLVER EQUAÇÕES POLINOMIAIS

Existe uma importante propriedade válida para os números reais. Em um produto nulo, pelo menos um dos fatores é igual a zero. Por exemplo:

Se $x \cdot y = 0$, então $x = 0$ ou $y = 0$.

Ao considerar essa propriedade e usando os casos de fatoração, podemos resolver algumas equações.

Observe:

Quais são as raízes da equação polinomial $x^2 + 7x = 0$?

Lembre que as raízes de uma equação polinomial são os valores que tornam a sentença verdadeira, ou seja, são a solução da equação.

Fatorando $x^2 + 7x = 0$, obtemos $x \cdot (x + 7) = 0$, colocando o fator x em evidência.

$$x\,(x+7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x + 7 = 0 \therefore x = -7 \end{cases}$$

De fato, as duas raízes são 0 e -7. É possível verificar isso substituindo esses valores na equação e obtendo uma igualdade verdadeira.

Neste outro exemplo, encontraremos as raízes da equação polinomial $x^2 + 20x = 0$.

Fatorando $x^2 + 20x = 0$, obtemos $x \cdot (x + 20) = 0$, colocando o fator x em evidência.

$$x\,(x+20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x + 20 = 0 \therefore x = -20 \end{cases}$$

Portanto, as raízes da equação polinomial $x^2 + 20x = 0$ são 0 e -20.

FATORAÇÃO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU COMPLETAS

Podemos usar a fatoração para determinar as raízes de equações polinomiais. Nesta seção, trataremos das equações polinomiais do 2º grau completas (aquelas em que $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$).

- Trinômio quadrado perfeito

Quando a equação quadrática é um trinômio quadrado perfeito, podemos usar a fatoração, obtendo o quadrado da soma ou o quadrado da diferença, o que facilita a determinação das raízes. Veja alguns exemplos na página a seguir.

Prezado(a) Professor(a),
O(A) estudante precisa treinar seu olhar para identificar se um polinômio é um trinômio quadrado perfeito. Ao expor exemplos com esse tipo de polinômio, explicite o padrão para que eles(as) identifiquem o trinômio quadrado perfeito e possam escrever o quadrado da soma ou da diferença correspondente.

a) $x^2 + 10x + 25 = 0$

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

quadrado de x

dobro de x vezes 5

quadrado de 5

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = 0$$

$$(x+5)^2 = 0$$

$$\underbrace{(x+5) \cdot (x+5)}_{\text{ou}} = 0$$

Lembre-se: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

$$(x+5) = 0 \qquad (x+5) = 0$$

$$x = -5 \qquad x = -5$$

Nesse caso, obtemos duas raízes iguais.

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0$$

quadrado de 2x

dobro de 2x vezes 3

quadrado de 3

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 0$$

$$(2x-3)^2 = 0$$

$$\underbrace{(2x-3) \cdot (2x-3)}_{\text{ou}} = 0$$

$$(2x-3) = 0 \qquad (2x-3) = 0$$

$$2x = 3 \qquad 2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2} \qquad x = \frac{3}{2}$$

Nesse caso, também obtemos duas raízes iguais.

- Equações do 2º grau completas em que Δ é quadrado perfeito.

Quando a equação quadrática tem raízes racionais (ou seja, Δ é quadrado perfeito), é possível utilizar o método da cruzadinha para fatorar o polinômio do 2º grau.

O método da cruzadinha consiste em encontrar produtos que resultem nos coeficientes a e c, de tal forma que a soma dos produtos cruzados desses fatores resulte no coeficiente b.

A melhor forma de entender como o método funciona é a partir de exemplos e muita prática. Acompanhe os exemplos a seguir:

Prezado(a) Professor(a),

Nesse material, não abordamos a fórmula quadrática (fórmula de Bháskara) e nem o cálculo de delta (tratados no material do descritor D087_M Resolver problema envolvendo equação do 2º grau.).

Colocamos aqui a condição para o uso do método da cruzadinha, mas provavelmente os(as) estudantes não irão fazer essa verificação antes da tentar usar o método. Nos casos em que delta não é quadrado perfeito, os(as) estudantes não conseguirão encontrar produtos que satisfaçam as condições do método da cruzadinha.

a) $x^2 + 7x + 12 = 0$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$1x^2 + 7x + 12 = 0$$

Precisamos encontrar um produto de dois fatores inteiros que resulte em +1.

Vamos tentar $(+1) \cdot (+1)$

Precisamos encontrar um produto de dois fatores inteiros que resulte em +12.

Vamos tentar $(+3) \cdot (+4)$

Na sequência, vamos escrever cada produto abaixo do seu respectivo coeficiente e verificar os produtos cruzados que obtemos.

$$1x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (+3) \\ \times & & \times \\ (+1) & & (+4) \end{array}$$

$$1x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (+3) \\ \times & \times & \times \\ (+1) & & (+4) \end{array}$$

Um dos produtos cruzados é $(+1) \cdot (+4) = (+4)$ e o outro é $(+1) \cdot (+3) = (+3)$

Temos que verificar se a soma dos produtos cruzados resulta exatamente no coeficiente b.

Caso não resulte, podemos configurar os produtos que resultam em a e c em outra posição ou mesmo trocar os produtos escolhidos para esses coeficientes.

Verificando: $(+4) + (+3) = (+7)$

coeficiente b

Como a soma dos produtos cruzados é igual ao coeficiente b, podemos proceder para a parte final, escrevendo os dois fatores de primeiro grau da fatoração. Esses fatores serão compostos pelos números da cruzadinha, considerados em duas linhas. Veja:

$$1x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\begin{array}{ccccc} (+1) & & (+3) & \longrightarrow & (+1x+3) \\ \times & & \times & & \\ (+1) & & (+4) & \longrightarrow & (+1x+4) \end{array}$$

Por fim, escrevemos a forma fatorada e finalizamos a resolução da equação, determinando as raízes.

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$\underbrace{(x+3)\cdot(x+4)}=0$$

Lembre: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

ou

$$(x+3) = 0 \qquad (x+4) = 0$$

$$x = -3 \qquad x = -4$$

As raízes dessa equação são -3 e -4.

b) $2x^2 + x - 15 = 0$

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\begin{array}{cc} (+1) & (+3) \\ \times & \times \\ (+2) & (-5) \end{array}$$

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\begin{array}{cc} (+1) & (+3) \\ \times & \times \\ (+2) & (-5) \end{array}$$

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (+3) \\ \times & & \times \\ (+2) & & (-5) \end{array}$$

Verificando: $(-5) + (+6) = (+1)$

coeficiente b

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$\begin{array}{ccccc} (+1) & & (+3) & \longrightarrow & (+1x + 3) \\ \times & & \times & & \\ (+2) & & (-5) & \longrightarrow & (+2x - 5) \end{array}$$

Por fim, escrevemos a forma fatorada e finalizamos a resolução da equação, determinando as raízes.

$$2x^2 + x - 15 = 0$$

$$(x + 3) \cdot (2x - 5) = 0$$

ou

Lembre: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

$$(x + 3) = 0 \qquad (2x - 5) = 0$$

$$x = -3 \qquad x = \frac{5}{2}$$

As raízes dessa equação são -3 e $\frac{5}{2}$.

c) $4x^2 - 24x + 35 = 0$

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+2) & & (-5) \\ \times & & \times \\ (+2) & & (-7) \end{array}$$

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+2) & & (-5) \\ \times & & \times \\ (+2) & & (-7) \end{array}$$

Verificando: $(-14) + (-10) = (-24)$

coeficiente b

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} (+2) & & (-5) \\ \times & & \times \\ (+2) & & (-7) \end{array} \qquad \begin{array}{l} \longrightarrow (+2x-5) \\ \\ \longrightarrow (+2x-7) \end{array}$$

Por fim, escrevemos a forma fatorada e finalizamos a resolução da equação, determinando as raízes.

$$4x^2 - 24x + 35 = 0$$

$$\underbrace{(2x-5)\cdot(2x-7)=0}_{ou}$$

Lembre: quando um produto é nulo, pelo menos um dos fatores é nulo.

$$(2x-5)=0 \qquad\qquad (2x-7)=0$$

$$x=\frac{5}{2} \qquad\qquad x=\frac{7}{2}$$

As raízes dessa equação são $\frac{5}{2}$ e $\frac{7}{2}$.

Para que os(as) estudantes consigam utilizar o método da cruzadinha com mais facilidade, é necessário praticar com exercícios. Nesse sentido, o *link* ou QR Code a seguir direcionam para um material com exercícios que propõem a definição de raízes de equações quadráticas a partir da fatoração com o método da cruzadinha.

POLINÔMIOS FATORADOS E SUAS RAÍZES

Nas seções anteriores, vimos como determinar as raízes de uma equação por meio da fatoração algébrica.

Em alguns casos, não há necessidade de realizar a fatoração porque o polinômio é apresentado na forma fatorada. Veja um exemplo:

1) Considere o polinômio $P(x) = x\cdot(x-5)$. Calcule suas raízes.

Resolução:

$$x\,(x-5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ ou \\ x-5=0 \therefore x=5 \end{cases}$$

Portanto, as raízes são 0 e 5.

2) As raízes do polinômio $P(x) = (x - 3) \cdot (x + 5)$ são:
A) 3 e 5
B) -3 e -5
C) 3 e -5
D) -3 e 5

Resolução:

$$(x-3)\,(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \therefore x = 3 \\ ou \\ x + 5 = 0 \therefore x = -5 \end{cases}$$

Portanto, as raízes são 3 e -5, ou seja, opção C.

3) As raízes do polinômio $P(x) = (x-1)(x-6)(x+3)$ são:
Para encontrar as raízes, igualamos **cada fator a zero** e resolvemos as equações,

$$(x-1)\,(x-6)\,(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \therefore x = 1 \\ ou \\ x - 6 = 0 \therefore x = 6 \\ ou \\ x + 3 = 0 \therefore x = -3 \end{cases}$$

Portanto, as raízes são 1, 6 e -3

Prezado(a) Professor(a),

Neste momento da aprendizagem, espera-se que o(a) estudante seja capaz de identificar as raízes de um polinômio a partir de sua forma fatorada, estabelecendo a relação entre os fatores de 1º grau e as soluções da equação associada. É fundamental reforçar que cada fator do tipo (x - a) corresponde diretamente a uma raiz x = *a*, com base na propriedade do produto nulo.

No entanto, faz-se necessário que o(a) estudante, ao se deparar com situações em que os polinômios não estejam fatorados, saiba como fatorá-los.

Apontando a câmera do celular ao QR CODE ao lado ou clicando no link, é possível acessar uma aula de revisão de fatoração algébrica.

REPRESENTAÇÃO DE UM POLINÔMIO A PARTIR DAS RAÍZES

Há casos em que, em vez de calcular as raízes a partir do polinômio, determinamos o polinômio a partir do conhecimento de suas raízes. Para isso, utilizamos a relação entre raízes e fatores.

Regra fundamental:
Se um número *a* é raiz de um polinômio, então o fator correspondente é $(x - a)$.

Exemplo 1: Se as raízes de um polinômio são $x = 2$ e $x = 3$, os fatores são $(x-2)$ e $(x+3)$.

Assim, o polinômio é $P(x) = (x-2)(x+3)$.

Exemplo 2: Se as raízes de um polinômio são $x = 0$ e $x = 5$, os fatores são $(x-0)$ e $(x-5)$.

Assim, o polinômio é $P(x) = (x-0)(x-5)$ ou $P(x) = x(x-5)$.

Exemplo 3: Se as raízes são $x = 1, x = -2, x = 4$, os fatores são $(x-1), (x+2)$ e $(x-4)$.

Assim, o polinômio é $P(x) = (x-1)(x+2)(x-4)$.

Portanto, para construir um polinômio a partir de suas raízes, basta determinar os fatores correspondentes e multiplicá-los.

RAIZ NULA

Dado um polinômio P(x), dizemos que ele possui raiz nula quando o número zero é uma de suas raízes, isto é, quando: P(0) = 0.

Isso ocorre, por exemplo, em uma equação do 2º grau incompleta em c ($c = 0$). Ela terá uma de suas raízes igual a zero. Veja um exemplo:

$2x^2 + 4x = 0$ em que $a = 2, b = 4$ e $c = 0$

Observe essa equação fatorada:

$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 2x\,(x+2) = 0$

Temos dois fatores em um produto nulo. Assim, $2x = 0$ ou $(x+2) = 0$.

$2x = 0 \Rightarrow x = 0$ $\quad$ $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

Pela regra, como $x = 0$ é uma das raízes, então $(x - 0)$ é um dos fatores na forma fatorada do polinômio.

De fato, podemos escrever uma forma fatorada que explicita o fator $(x - 0)$ a partir da equação original.

$$2x^2 + 4x = 0 \Rightarrow 2\,(x - 0)\,(x + 2) = 0$$

Comparando as duas formas fatoradas (a apresentada no início do exemplo e essa que explicita $(x - 0)$):

$$2x^2 + 4x = 0 \begin{array}{l} \nearrow\ 2x\,(x + 2) = 0 \\ \searrow\ 2\,(x - 0)\,(x + 2) = 0 \end{array}$$

Podemos perceber que o fator x é equivalente ao fator $(x - 0)$. Dessa forma podemos sistematizar:

Quando x é um dos fatores presentes na forma fatorada de um polinômio, ele indica que há uma raiz nula.

@matematicarlos

Lembre que uma equação do 2º grau incompleta em b e c, ou seja, com b e c igual a zero, terá apenas raízes nulas.
Exemplos:

- $2x^2 = 0$
- $-4x^2 = 0$

Atenção:

Não confunda $2x(x + 2)$ com $2(x + 2)$.
No segundo caso, o fator em evidência **não** tem x. Chamamos de constante e constantes **não** alteram as raízes.
Observe que não faz sentido dizer que 2 = 0.
Portanto, em $2x(x + 2)$ temos $x = 0$ e $x = -2$; mas em $2(x + 2)$ temos apenas $x = -2$.

Polinômios do tipo $k(x + a)$ (com k ≠ 0) têm apenas uma raiz.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M100139ES - adaptado) O polinômio p(x) na sua forma fatorada é dado pela expressão

$$p(x) = -5(x-7)(x+3)$$

Suporte

As raízes desse polinômio são

Comando

Alternativas

A) -35 e 15.
B) -7 e 3
C) 7 e -3
D) -3, 5 e 7

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item exige que o(a) estudante reconheça a forma fatorada de um polinômio e aplique corretamente a propriedade do produto nulo, além de compreender que o coeficiente multiplicador não infere nas raízes.

Espera-se que o(a) estudante:

- identifique os fatores do polinômio $(x-7)$ e $(x+3)$.
- compreenda que o fator constante -5 não interfere nas raízes.
- aplique a propriedade do produto nulo.

  $x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

  $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$
- conclua corretamente que as raízes são 7 e -3.

A alternativa correta é a opção C) 7 e -3.

O(A) estudante que compreende a relação entre fatores e raízes identifica corretamente os valores que anulam cada fator de 1º grau, desconsiderando o coeficiente multiplicador.

Ao marcar a opção A) -35 e 15, o(a) estudante indica que tenta multiplicar os termos, sem compreender o conceito de raiz.

Marcando a opção B) -7 e 3, indica erro de sinal e que não realiza a inversão ao identificar as raízes.

A opção D) -3, 5 e 7 inclui valor indevido (5), indicando confusão na interpretação dos fatores.

Caso o(a) estudante marque um distrator, recomenda-se:

- reforçar a propriedade do produto nulo, trabalhando situações em que o produto é zero e discutir quais fatores podem ser nulos;
- explorar o papel do coeficiente multiplicador, comparando expressões como $(x-7)(x+3)$ e $-5(x-7)(x+3)$, mostrando que as raízes permanecem as mesmas;
- trabalhar a interpretação de sinais, propondo exercícios focados em $(x-a)=0 \Rightarrow x=a$ e $(x+a)=0 \Rightarrow x=-a$.
- propor atividades graduadas, iniciando com dois fatores e evoluir para três fatores, aumentando a complexidade de forma progressiva.

Observe que a relação entre fatores e raízes é fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico e para a resolução de equações polinomiais.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Faça a fatoração dos seguintes polinômios:

a) $P(x) = x^2 - 6x$

b) $P(x) = 2x^2 - 8x$

c) $P(x) = x^2 - 16$

d) $P(x) = x^2 - 8x + 16$

e) $P(x) = x^2 - 9x + 20$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Os dois termos têm x em comum.
Colocamos em evidência: $x^2 - 6x = x\,(x - 6)$.

Portanto, a fatoração de $P(x) = x^2 - 6x$ é $P(x) = x\,(x - 6)$.

b) Observe que os dois termos têm 2 em comum.
É interessante fazer a fatoração do 8 para visualizar melhor: 8 = 2 · 2 · 2.
Temos, então, $P(x) = (2x^2) - (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x)$.
Colocando o 2 em evidência, temos $2(x^2 - 4x)$.
Agora, fatorando novamente: $P(x) = 2x(x - 4)$.
Portanto a fatoração de $P(x) = 2x^2 - 8x$ é $2x(x - 4)$.

c) Temos uma diferença de quadrados.
Portanto, a forma fatorada de $P(x) = x^2 - 16$ é $P(x) = (x - 4)(x + 4)$.
$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$.

d) Este é um caso de trinômio quadrado perfeito porque x² é o quadrado de x e 16 é o quadrado de 4. Além disso, o dobro do produto entre x e 4 é $2 \times 4x = 8x$, que corresponde exatamente ao termo do meio.
Temos, então que $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$. Neste exemplo, $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$.
Portanto, a fatoração de $P(x) = x^2 - 8x + 16$ é $P(x) = (x - 4)^2$.

e) Para fazer a fatoração desse trinômio, podemos utilizar o método da cruzadinha.

$x^2 - 9x + 20 = 0$

$$\begin{array}{ccc} (+1) & & (-5) \\ \times & & \times \\ (+1) & & (-4) \end{array} \qquad \begin{array}{l} \longrightarrow (+1x - 5) \\ \\ \longrightarrow (+1x - 4) \end{array}$$

Portanto, a fatoração do polinômio $P(x) = x^2 - 9x + 20$ é $P(x) = (x - 5)(x - 4)$.

ATIVIDADE 2

Calcule as raízes dos seguintes polinômios:

a) $P(x) = x(x - 5)$

b) $P(x) = 2x(x + 4)$

c) $P(x) = (x + 3)(x - 2)$

d) $P(x) = (3x - 1)(x - 6)(4x - 2)$

e) $P(x) = -3(x + 2)$

f) $P(x) = 2(x + 1)(x - 2)(x - 3)$

g) $x^2 - 9x = 0$

h) $2x^2 - 8x = 0$

i) $-4x^2 = 0$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) $P(x) = 0 \Rightarrow x(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = 5 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = 5

b) $P(x) = 0 \Rightarrow 2x(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ ou \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = -4 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = -4

c) $P(x) = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ ou \\ x = 2 \end{cases}$

Raízes: x = -3 e x = 2

d) $P(x) = 0 \Rightarrow (3x - 1)(x - 6)(4x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ ou \\ x = 6 \\ ou \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Raízes: x = $\frac{1}{3}$, x = 6 e x = $\frac{1}{2}$

e) $P(x) = 0 \Rightarrow -3(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2$

Raiz: x = -2

f) $P(x) = 0 \Rightarrow 2(x+1)(x-2)(x-3) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ ou \\ x = 2 \\ ou \\ x = 3 \end{cases}$

Raízes: x = -1, x = 2, x = 3

g) $x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x-9) = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = 9 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = 9.

h) $2x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 2x(x-4) = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ ou \\ x = 4 \end{cases}$

Raízes: x = 0 e x = 4.

i) $-4x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Raiz: x = 0.

ATIVIDADE 3

Um polinômio tem as seguintes raízes $x = 0$ e $x = 3$. Qual das alternativas mostra uma forma fatorada desse polinômio?
A) $x(x+3)$
B) $x(x-3)$
C) $(x-3)(x-1)$
D) $x(3x-1)$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Se as raízes são $x = 0$ e $x = 3$, usamos a regra: para cada raiz *a*, o fator é $(x - a)$.
Montando o polinômio:

- Raiz igual a 0, fator x.
- Raiz igual a 3, fator $(x-3)$.

Uma forma fatorada é: $P(x) = x(x-3)$.
Alternativa correta letra B)

Observe que qualquer múltiplo também representa o mesmo conjunto de raízes.

Por exemplo: $P(x) = 2x(x-3); 3x(x-3), 4x(x-3), 8x(x-3)$ etc.

ATIVIDADE 4

Para cada item, construa um polinômio que atenda às condições pedidas:
a) O polinômio deve possuir **uma raiz nula**.
b) O polinômio deve estar na forma fatorada.
c) O polinômio deve ter como raízes os números x = 4 e x = -3.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) O polinômio deve possuir uma raiz nula, ou seja, $x = 0$.
Se $x = 0$ é raiz, então o polinômio deve ter o fator x.
Alguns exemplo são $P(x) = x(x-2); P(x) = 3x(x-1); P(x) = x(x-4)(x+2)$.

b) Um polinômio está escrito na forma fatorada quando é escrito como multiplicação de fatores. Por exemplo, $P(x) = (x-2)(x+5)$.

c) Para cada raiz a, o fator é $(x - a)$.
Assim, temos:

- Raiz igual a 4, fator $(x-4)$.
- Raiz igual -3, fator $(x+3)$.

O polinômio $P(x) = (x-4)(x+3)$ tem raízes $x = 4$ e $x = -3$. Mas, vale lembrar que podemos construir polinômios com constantes, como $2(x-4)(x+3)$.

ATIVIDADE 5

Calcule o valor de p na equação $x^2 - 6x + p + 5 = 0$ de modo que uma das raízes seja nula.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

A condição dada é que uma das raízes seja nula, ou seja, $x = 0$.
Substituindo $x = 0$ em $x^2 - 6x + p + 5 = 0$, temos:

$$(0)^2 - 6 \cdot 0 + p + 5 = 0 \Rightarrow p + 5 = 0 \Rightarrow p = -5$$

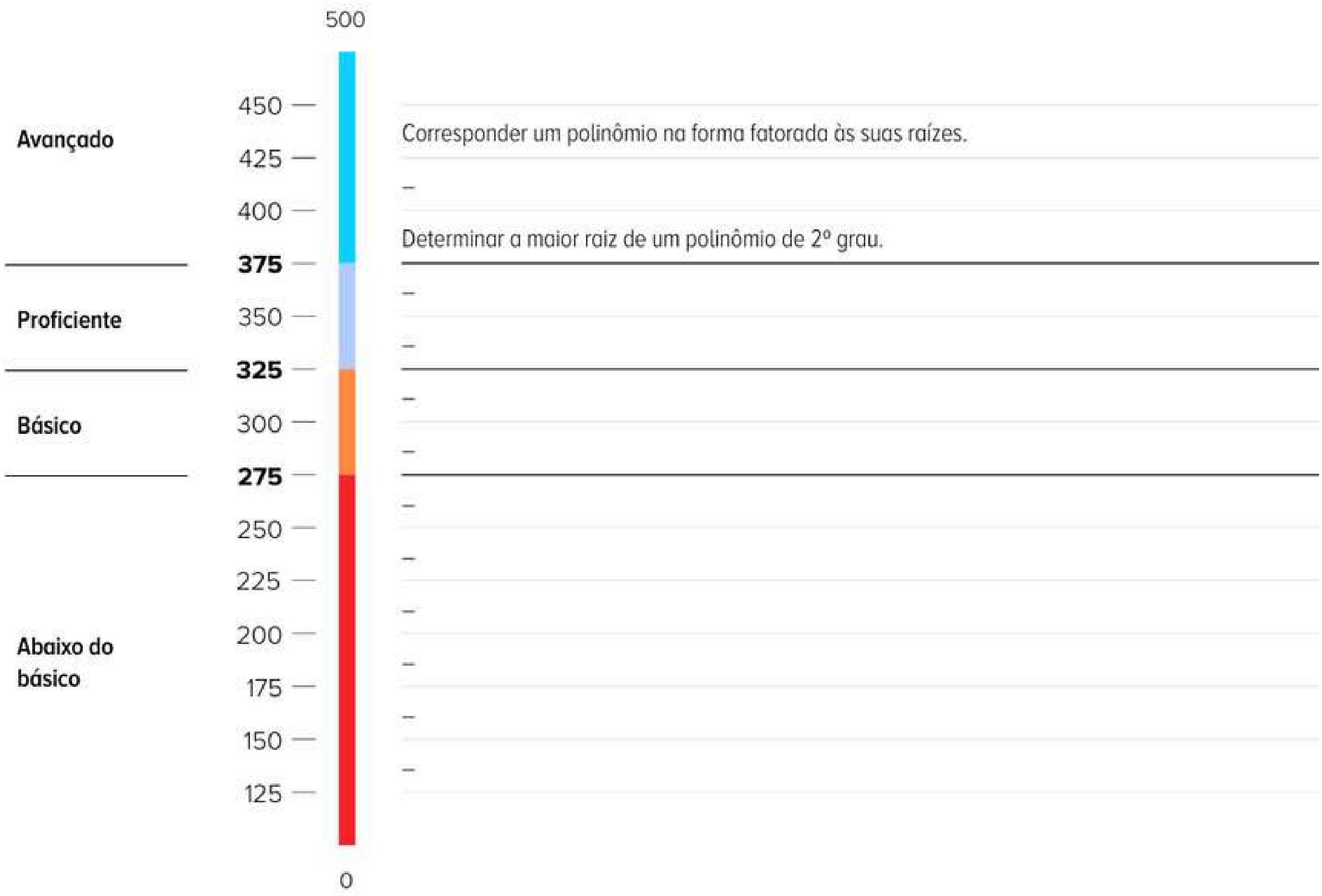
Portanto, o valor de p na equação $x^2 - 6x + p + 5 = 0$ de modo que uma das raízes seja nula é -5.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D076_M *Corresponder um polinômio fatorado por meio de polinômios de 1º grau às suas raízes.*



ITEM 1 - Avançado

(M120050CE) Quais são as raízes do polinômio $Q(x) = (x + 1)\,(x - 3)\,(x + 5)$?

A) 1, −3 e −5.

B) 1, 3 e 5.

C) −1, 3 e 5.

D) −1, −3 e −5.

E) −1, 3 e −5.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "corresponder um polinômio na forma fatorada às suas raízes". Espera-se que o(a) aluno(a) reconheça a relação entre cada fator do tipo (x - a) ou (x + a) e sua respectiva raiz, interpretando corretamente os sinais.
É importante destacar que um fator do tipo (x - a) indica a raiz (x = a) e um fator do tipo (x + a) indica a raiz x = -a). Além disso, recomenda-se atenção especial à leitura dos sinais, pois esse é um dos principais pontos de dificuldade dos estudantes nesse tipo de questão. O item também permite observar se o(a) aluno(a) compreende que cada fator fornece uma raiz, podendo estas serem distintas ou repetidas, dependendo da estrutura do polinômio.

Gabarito: E

ITEM 2 - Avançado

(M100139ES) O polinômio p(x) na sua forma fatorada é dado pela expressão, $p(x) = -5(x - 7)(x + 3)$. As raízes desse polinômio são:

A) −35 e 15.

B) −7 e 3.

C) −5, −7 e 3.

D) −3, 5 e 7.

E) 7 e −3.

Prezado(a) professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "corresponder um polinômio na forma fatorada às suas raízes". Adicionalmente, ele(a) deve compreender que coeficientes multiplicativos não alteram as raízes e identificar corretamente os valores que anulam cada fator.

Gabarito: E

ITEM 3 - Avançado

(M100011EX) A decomposição do polinômio $p(x) = x^2 - 7x + 10$ em fatores do primeiro grau é:

A) $p(x) = (x - 2)\,(x + 5)$

B) $p(x) = (x + 2)\,(x - 5)$

C) $p(x) = (x - 2)\,(x - 5)$

D) $p(x) = (x - 7)\,(x + 10)$

E) $p(x) = (x + 7)\,(x + 10)$

Prezado(a) professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de fatorar um polinômio do 2º grau em fatores do primeiro grau.

Gabarito: C

ITEM 4 - Avançado

(M100075EX) As raízes de um polinômio $P(x)$ são −2 e −3.

A expressão que representa esse polinômio na forma fatorada é:

A) $P(x) = (x - 6)\,(x - 5)$

B) $P(x) = (x - 2)\,(x - 3)$

C) $P(x) = (x + 2)\,(x + 3)$

D) $P(x) = (x + 3)\,(x - 2)$

E) $P(x) = (x + 6)\,(x + 5)$

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de identificar uma forma fatorada de polinômio a partir de suas raízes. Espera-se que o(a) estudante aplique o conhecimento de que um fator do tipo (x - a) indica a raiz (x = a) e um fator do tipo (x + a) indica a raiz x = -a), montando o polinômio corretamente.

Gabarito: C

ITEM 5 - Avançado

(M100257ES) Qual dos polinômios abaixo tem uma raiz nula?

A) $4\,(x - 1)\,(x - 7)$

B) $(x - 1)\,(x + 7)$

C) $4\,(x + 3)$

D) $5x\,(x - 1)$

E) $7\,(x - 5)$

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de identificar quando um polinômio possui raiz nula, reconhecendo que isso ocorre quando a expressão apresenta o fator x e compreendendo a relação entre fator e raiz na forma fatorada.

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

CALCULADORA PARA FATORAÇÃO ALGÉBRICA

Aponte a câmera do celular para o QR CODE ao lado e tenha acesso à calculadora on-line para fatorar um polinômio.

Referências

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações. 1. ed. São Paulo: Ática, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David. Fundamentos de matemática elementar: funções. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MATEMATICARLOS. Conteúdos e exercícios de Matemática. Disponível em: https://www.matematicarlos.com.br. Acesso em: 30 abr. 2026.

PAIVA, Manoel. Matemática Paiva. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

Detalhando o descritor

D078_M *Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.*

GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

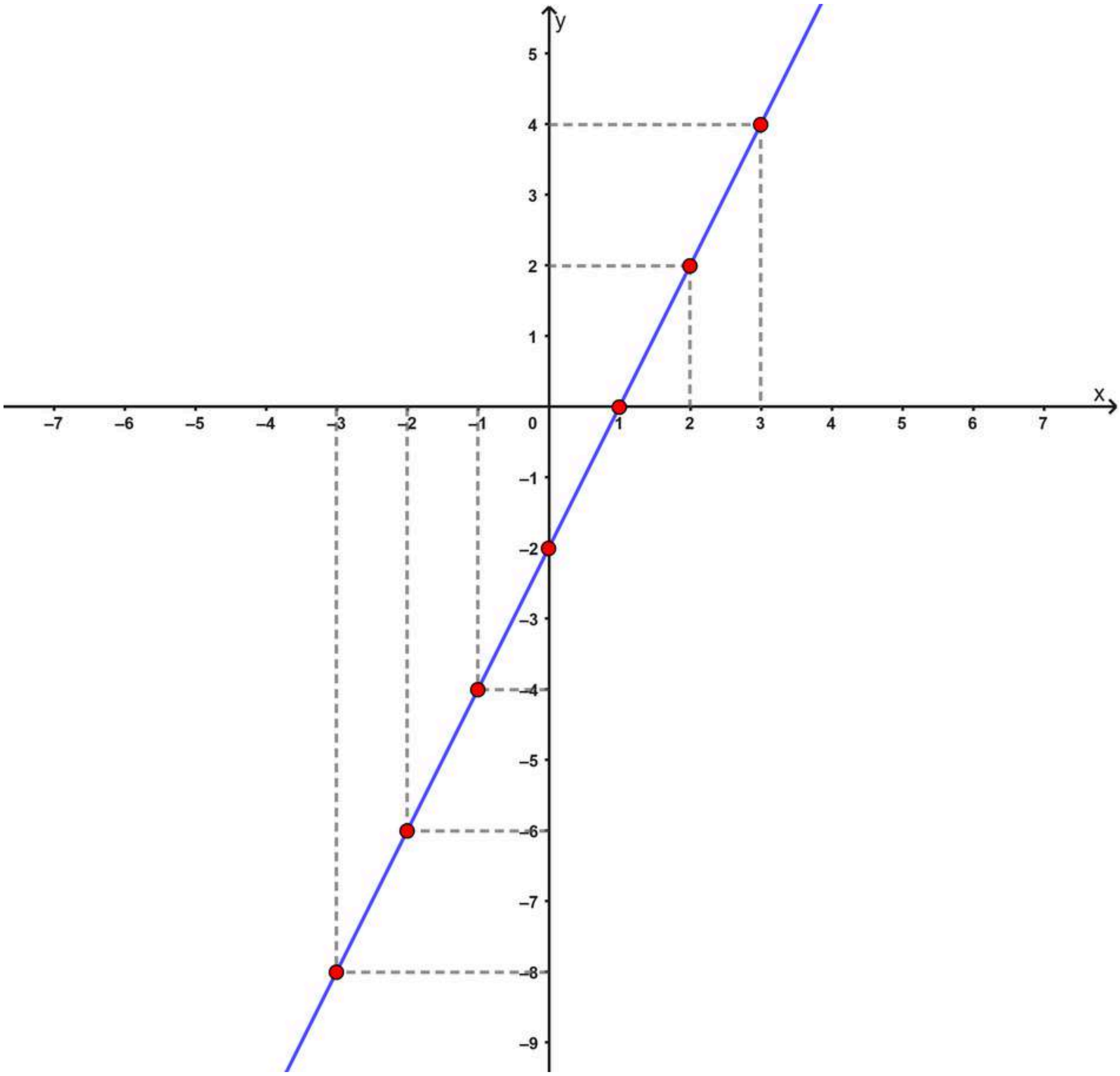
Uma função polinomial do 1º grau, é toda função f: ℝ → ℝ definida por uma lei de formação do tipo $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais e a ≠ 0. Pode-se demonstrar que o gráfico de qualquer função afim é sempre uma linha reta no plano cartesiano.

EXEMPLO INICIAL

Vamos esboçar o gráfico da função $f(x) = 2x - 2$. Para tal, iremos montar uma tabela de pontos. Quanto mais pontos, mais preciso será o nosso gráfico. Observe a tabela ao lado: os valores de x foram escolhidos ao acaso, não seguem necessariamente uma ordem. Já os valores de f(x) são obtidos por meio da relação algébrica da função solicitada.

Com sete pontos marcados, já é possível ter uma ideia bastante precisa do comportamento da reta. Observe que todos os pares ordenados da tabela estão sobre a mesma linha reta. Os pontos intermediários, que não foram calculados explicitamente, também pertencem a essa reta, pois o domínio da função é ℝ.

x	f(x) = 2x − 2	Ponto (x, f(x))
−3	f(−3) = 2·(−3) − 2 = −8	(−3, −8)
−2	f(−2) = 2·(−2) − 2 = −6	(−2, −6)
−1	f(−1) = 2·(−1) − 2 = −4	(−1, −4)
0	f(0) = 2·0 − 2 = −2	(0, −2)
1	f(1) = 2·1 − 2 = 0	(1, 0)
2	f(2) = 2·2 − 2 = 2	(2, 2)
3	f(3) = 2·3 − 2 = 4	(3, 4)

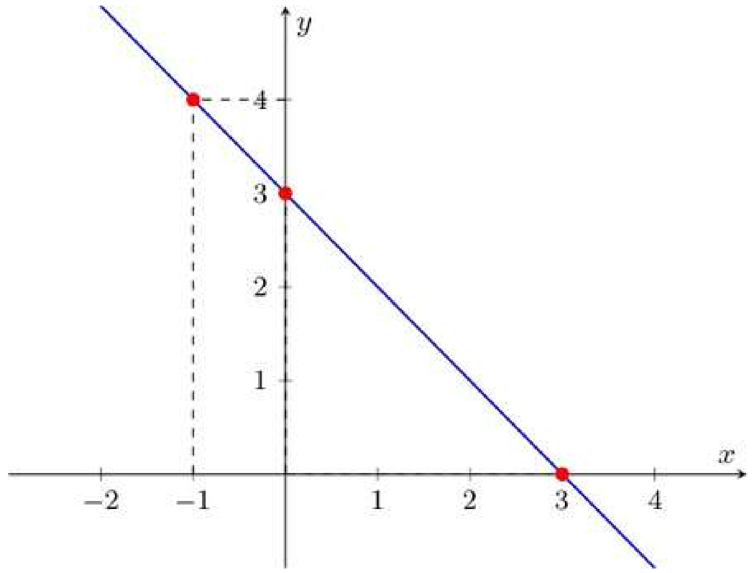


EXEMPLO: ESBOÇANDO O GRÁFICO DE $f(x) = -x + 3$

Aqui surge um questionamento válido entre os(as) estudante: sempre será necessário usarmos 7 pontos para esboçar o gráfico de uma função? Para tanto, iremos construir uma tabela com três valores para o gráfico da função $f(x) = -x + 3$. Os valores usados para x novamente serão escolhidos ao caso.

x	f(x) = −x + 3	Ponto (x, f(x))
−1	f(−1) = −(−1) + 3 = 4	(−1, 4)
0	f(0) = −0 + 3 = 3	(0, 3)
3	f(3) = −3 + 3 = 0	(3, 0)

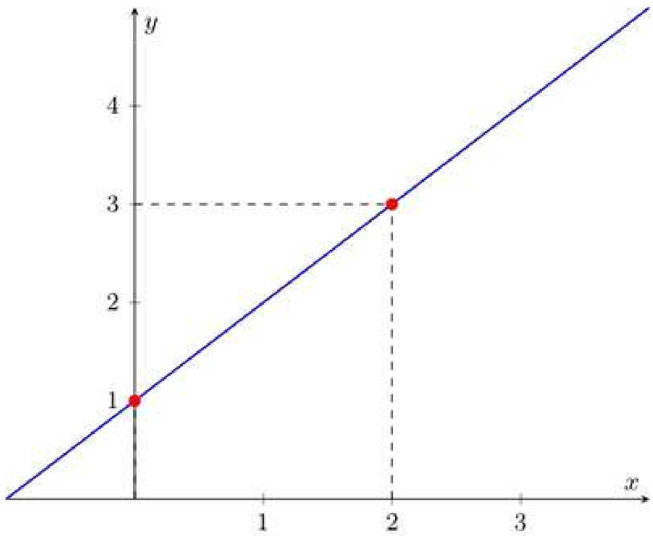
Assim, ao marcarmos os pontos obtidos na tabela no plano cartesiano e traçarmos a reta que passa por eles, conseguimos representar corretamente o gráfico da função $f(x) = -x + 3$. A utilização de mais pontos pode ajudar na visualização e conferência, mas não é indispensável para a construção do gráfico.



ESBOÇANDO O GRÁFICO APENAS COM DOIS PONTOS

A partir dos exemplos anteriores, podemos concluir: por dois pontos distintos passa uma única reta. Portanto, para determinar completamente o gráfico de uma função afim, basta calcular dois pares ordenados e uni-los com uma linha reta. A partir daí, ela pode ser prolongada indefinidamente nos dois sentidos. Observe o exemplo da função $f(x) = x + 1$:

x	f(x) = x + 1	Ponto (x, f(x))
0	f(0) = 0 + 1 = 1	(0, 1)
2	f(2) = 2 + 1 = 3	(2, 3)



Prezado(a) Professor(a),

Convide os(as) estudantes a escolherem livremente valores para as abscissas e, em seguida, proponha que comparem seus gráficos com os dos colegas.

Esse resultado está de acordo com a geometria euclidiana, apresentada por Euclides em “*Os Elementos*”. Nessa obra, afirma-se, como um postulado, que por dois pontos distintos passa uma única reta. Assim, ao determinar o gráfico de uma função afim com dois pontos, estamos aplicando esse princípio fundamental.

IDENTIFICANDO A FUNÇÃO A PARTIR DO GRÁFICO

Até aqui, aprendemos a construir o gráfico de uma função afim a partir de sua lei de formação. Agora vamos percorrer o caminho inverso: dado o gráfico de uma função afim, como identificamos qual é a sua lei de formação $f(x) = ax + b$?

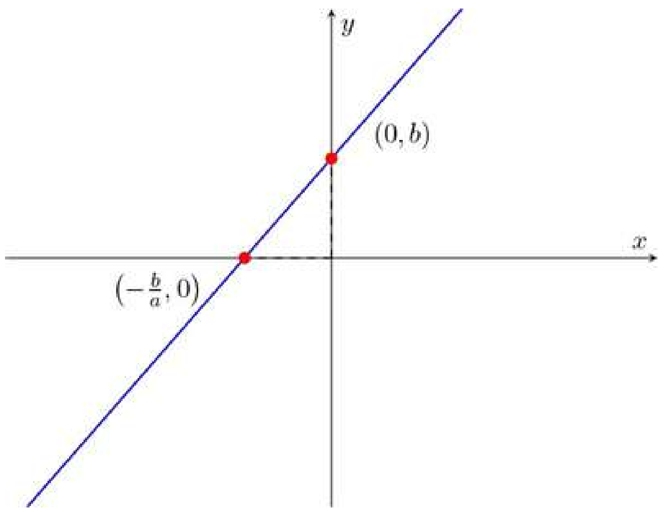
Essa é exatamente uma das tarefas avaliadas pelo descritor D078_M, e a boa notícia é que a estratégia é direta.

AS INTERSEÇÕES COM OS EIXOS COORDENADOS

Uma observação que facilita muito a leitura de um gráfico de função afim são os pontos em que a reta cruza os eixos coordenados. Esses dois pontos especiais têm nomes e podem ser obtidos com um único cálculo cada.

Interseção com o eixo Oy (ponto em que x = 0):
Quando substituímos x = 0 na lei de formação, obtemos:
f(0) = a · 0 + b = b.
Isso significa que a reta sempre cruza o eixo vertical no ponto (0, b). Visualmente, basta observar onde a reta toca o eixo y.

Interseção com o eixo Ox (ponto em que f(x) = 0):
Quando a imagem da função é zero, a reta toca o eixo horizontal. Esse valor de x é chamado de zero da função e corresponde ao ponto (−b/a, 0). Visualmente, é onde a reta cruza o eixo x.



Prezado(a) Professor(a),
no gráfico acima, foi representado o caso em que **a** e **b** são valores positivos.

Prezado(a) Professor(a),

utilize o aplicativo do *GeoGebra* para explorar a função afim de forma dinâmica. Ao variar os coeficientes a e b, os(as) estudantes podem observar as mudanças na inclinação da reta e no intercepto. Explore também a leitura visual dos pontos de interseção antes dos cálculos, pedindo que indiquem onde a reta “entra” e “sai” dos eixos, favorecendo uma compreensão mais intuitiva do gráfico.

Gráfico da Função Afim

A ESTRATÉGIA: LENDO DOIS PONTOS NO GRÁFICO

Como já vimos, dois pontos são suficientes para determinar o gráfico de uma função afim. Portanto, ao nos depararmos com uma questão que apresenta o gráfico de uma reta e nos pede para identificar a lei de formação correspondente, podemos usar o seguinte roteiro:

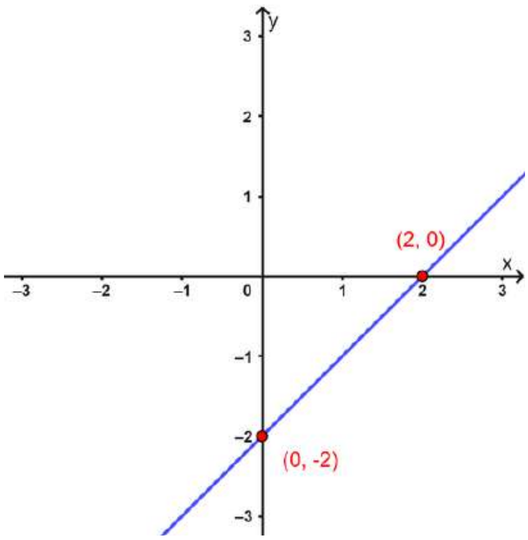
1	Observe o gráfico e escolha dois pontos cujas coordenadas sejam claramente identificáveis. De preferência, use os pontos de interseção com os eixos, pois eles são os mais fáceis de ler.
2	Anote os pares ordenados (x, y) correspondentes a esses dois pontos.
3	Organize esses dois pares em uma tabela.
4	Verifique, uma a uma, qual das alternativas apresentadas satisfaz os dois pares ordenados da tabela. Para tanto, substitua o valor de x de um par ordenado na lei de formação da alternativa, calcule, e verifique se o valor de y obtido é igual à ordenada do ponto

Perceba que não precisamos saber de antemão quais são os coeficientes a e b da função. A verificação direta nas alternativas é suficiente e isso é uma grande vantagem em questões de múltipla escolha.

EXEMPLO: IDENTIFICANDO f(x) A PARTIR DO GRÁFICO

Observe o gráfico ao lado. A reta representada pertence a uma das funções afins abaixo. Qual é ela?

A) $f(x) = x + 2$
B) $f(x) = -x + 2$
C) $f(x) = x - 2$
D) $f(x) = 2x - 2$
E) $f(x) = -x - 2$



Passo 1 — Lendo dois pontos do gráfico

Observando o gráfico, identificamos dois pontos com coordenadas inteiras bem definidas:

• A reta cruza o eixo Oy no ponto (0, −2), essa é a interseção com o eixo vertical.
• A reta cruza o eixo Ox no ponto (2, 0), esse é o zero da função.

Passo 2 — Organizando os pares ordenados em uma tabela

Com os dois pontos identificados, montamos a tabela abaixo:

x	y = f(x)
0	−2
2	0

Passo 3 — Verificando as alternativas

Agora substituímos os valores x = 0 e x = 2 em cada alternativa e comparamos com os valores da tabela:

Alternativa	f(0)	f(4)	Confere com o gráfico?	
A) $f(x) = x + 2$	f(0) = 2	f(2) = 4	Não	✗
B) $f(x) = -x + 2$	f(0) = 2	f(2) = 0	Não	✗
C) $f(x) = x - 2$	f(0) = −2	f(2) = 0	Sim — confere com a tabela	✓
D) $f(x) = 2x - 2$	f(0) = −2	f(2) = 2	Não	✗
E) $f(x) = -x - 2$	f(0) = −2	f(2) = −4	Não	✗

Apenas a alternativa C satisfaz os dois pares ordenados lidos no gráfico. Portanto, a lei de formação da função representada é $f(x) = x - 2$. Gabarito: C.

UMA DICA IMPORTANTE

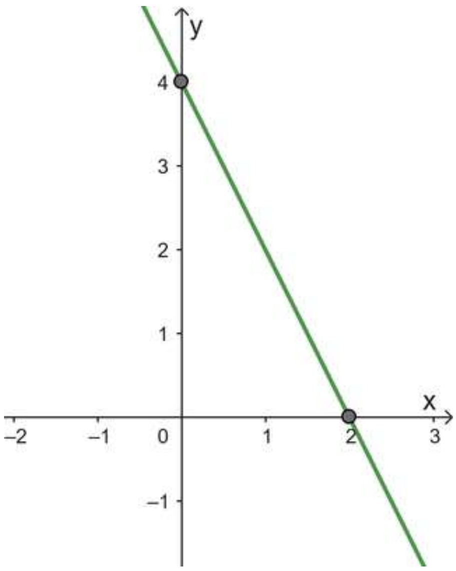
Note que, no exemplo anterior, os pontos mais convenientes a escolher foram exatamente as duas interseções com os eixos: (0, −2) e (2, 0). Esses pontos são especiais porque suas coordenadas são fáceis de ler no gráfico e, em geral, estão indicados com clareza nas questões de avaliação.

Entretanto, quando as interseções com os eixos não ficam claras no gráfico, por exemplo, quando ocorrem em valores fracionários, o(a) estudante pode e deve escolher quaisquer outros dois pontos com coordenadas inteiras bem legíveis. A estratégia de verificação por tabela funciona igualmente bem com qualquer par de pontos.

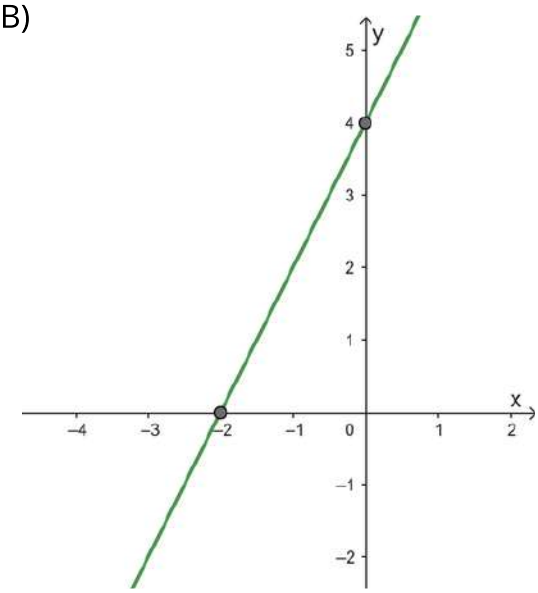
EXEMPLO: IDENTIFICANDO O GRÁFICO A PARTIR DE f(x)

Dada a função polinomial do 1° grau $f(x) = -2x + 4$, determine seu gráfico correspondente.

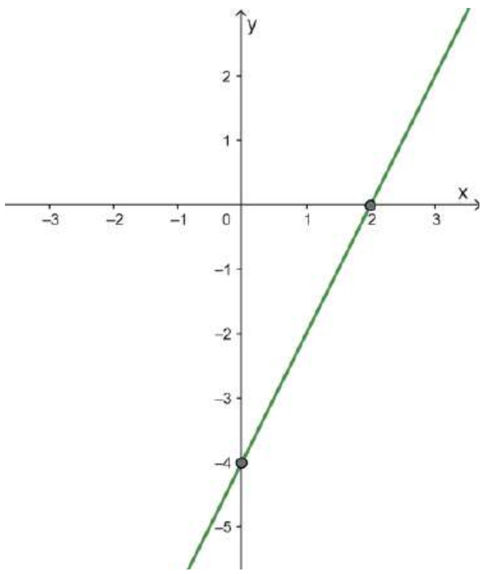
A)



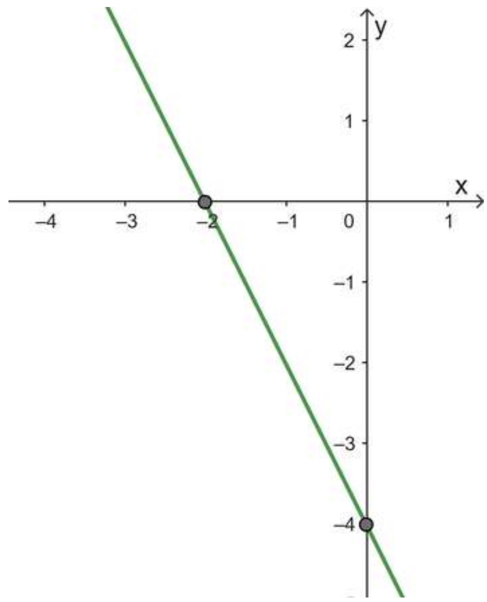
B)



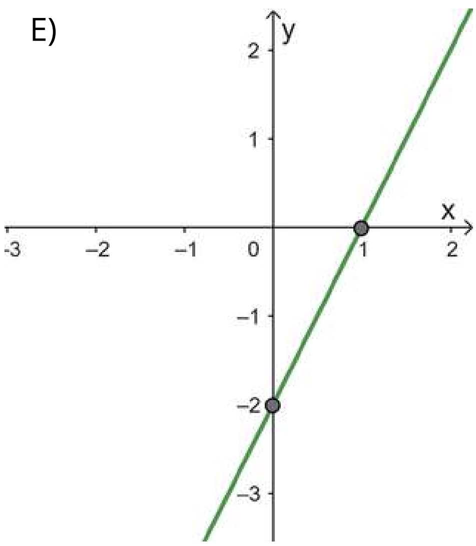
C)



D)



E)



Para determinar o gráfico da função $f(x) = -2x + 4$, vamos montar uma tabela destacando alguns pontos da reta e, a partir dela, iremos identificar qual gráfico a representa. Para isso iremos escolher os pontos que correspondem as interseções com os eixos coordenados, ou seja, x = 0 e f(x) = 0.

Temos que x = 2, quando f(x) = 0.

$$f(x) = 0$$
$$-2x + 4 = 0$$
$$-2x = -4$$
$$x = \frac{-4}{-2}$$
$$x = 2$$

Montando a tabela, usando x = 0 e x = 2:

x	$y = f(x) = -2x + 4$
0	$y = -2 \cdot 0 + 4 = 4$
2	$y = -2 \cdot 2 + 4 = 0$

Logo, temos os seguintes pontos: (0, 4) e (2, 0).

Verificando nas alternativas acima, o gráfico correspondente a esses pontos da tabela é a **letra A.**

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M00131316) Observe, no quadro abaixo, a lei de formação de uma função f definida em IR.

$$f(x) = x - 4$$

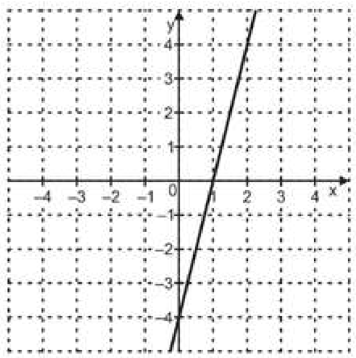
Suporte

Qual é a representação gráfica dessa função f?

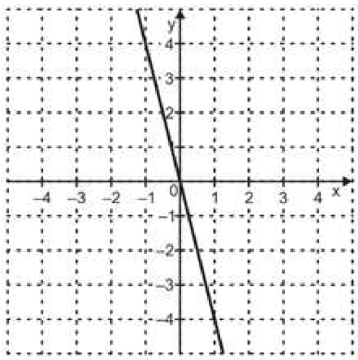
Comando

Alternativas

A)

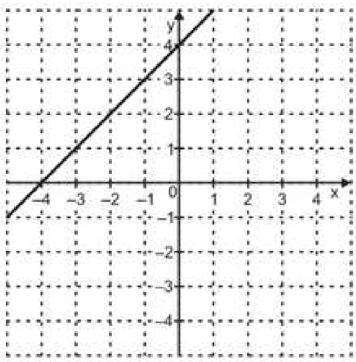


B)

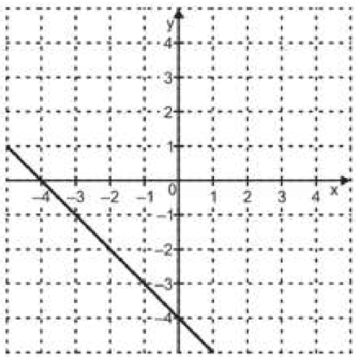


Distratores

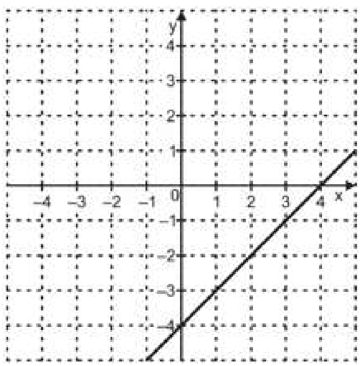
C)



D)



E)



Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada ao desenvolvimento da habilidade de identificar a representação gráfica de uma função afim. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de reconhecer que uma função definida por uma lei de formação algébrica, como f(x) = x − 4, corresponde a uma reta no plano cartesiano.

O estudante, ao marcar a alternativa correta (letra E) conseguiu interpretar corretamente o suporte e o comando do item. Calculou f(x) = 0 e f(0), marcando os pontos (4, 0) e (0, -4) nos eixos coordenados e traçou a reta passando por esses dois pontos.

A escolha de distratores nesta questão sobre a função $f(x) = x - 4$ evidencia possíveis erros de interpretação dos estudantes na relação entre a expressão algébrica e sua representação gráfica. A análise dessas alternativas incorretas permite identificar dificuldades na compreensão dos pontos de interseção e na definição de função polinomial do 1º grau.

A alternativa A evidencia que o estudante pode ter calculado apenas o valor de f(0) e traçado uma reta que passa pelo ponto (0, -4) sem considerar outro ponto do gráfico, relevando o fato de que para se obter uma reta são necessários dois pontos no mínimo.

A alternativa B evidencia que o estudante pode não ter entendido o suporte e ao visualizar o “-4”, marcou o ponto (1, -4) no gráfico e traçou uma reta qualquer que passa pela origem.

A alternativa C evidencia que o estudante pode ter calculado o valor de f(0) e o valor de f(x) = 0. No entanto, ele se confundiu ao marcar os pontos no gráfico, marcando os pontos (-4, 0) e (0, 4).

A alternativa D evidencia que o estudante pode ter calculado o valor de f(0) e o valor de f(x) = 0. No entanto, ele se confundiu ao marcar os pontos no gráfico, marcando os pontos (-4, 0) e (0, -4).

Caso o(a) estudante tenha marcado algum distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Explorar a relação entre a expressão algébrica e a representação gráfica, destacando o papel do ponto de interceptação no eixos coordenados;
- Propor atividades em que os estudantes construam gráficos a partir de diferentes funções, favorecendo a compreensão visual e conceitual dessa relação.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

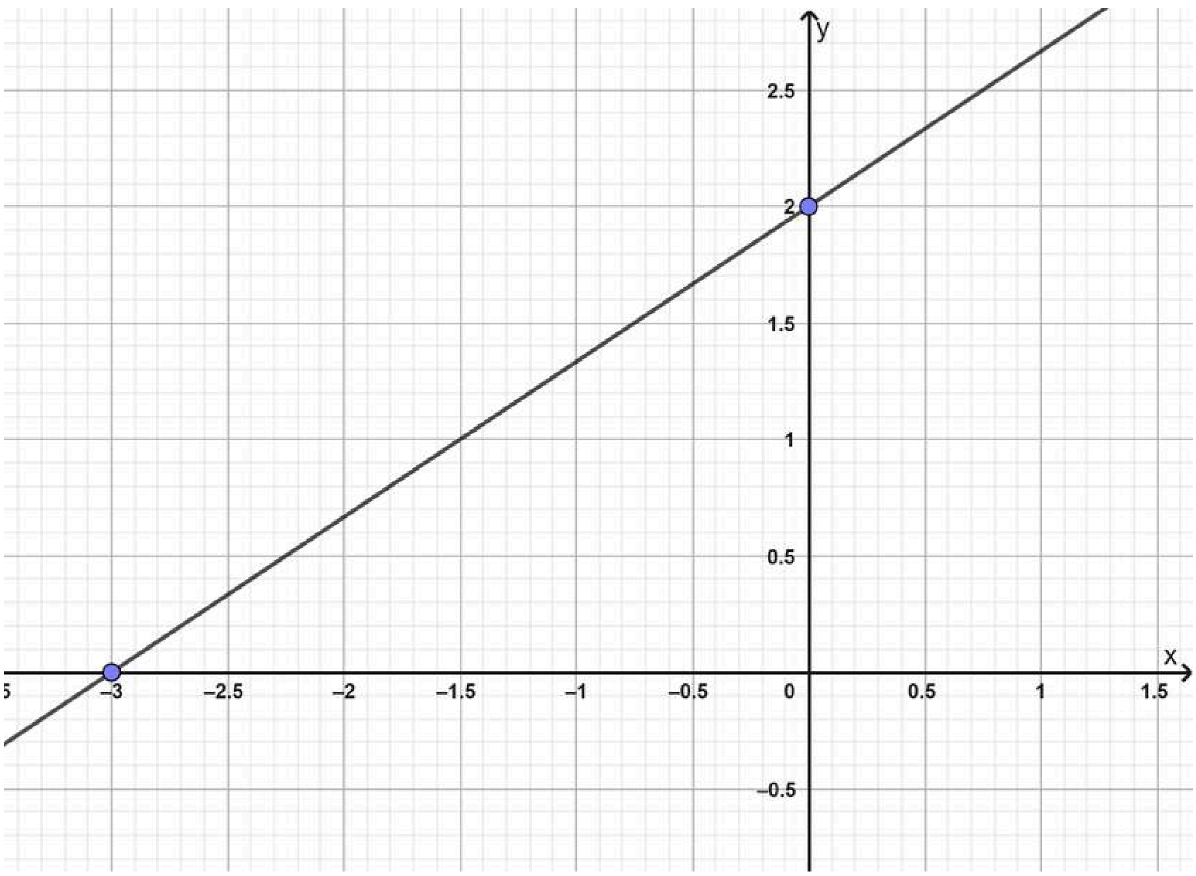
ATIVIDADE 1

Observe o gráfico da função afim a seguir.

a) Quais são as coordenadas do ponto de intesecção do gráfico com o eixo Ox?

b) Quais são as coordenadas do ponto de intesecção do gráfico com o eixo Oy?

c) Qual é a lei de formação desta função?



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Observando o gráfico, a reta cruza o eixo x no ponto (-3,0).

b) A reta cruza o eixo y no ponto (0, 2).

c) A função afim tem a forma $f(x) = ax + b$. Pelo gráfico, percebemos que a reta passa pelo ponto (0, 2). Vamos substituir esse ponto nessa forma:

$$f(x) = ax + b$$
$$2 = a \cdot 0 + b$$
$$2 = b$$

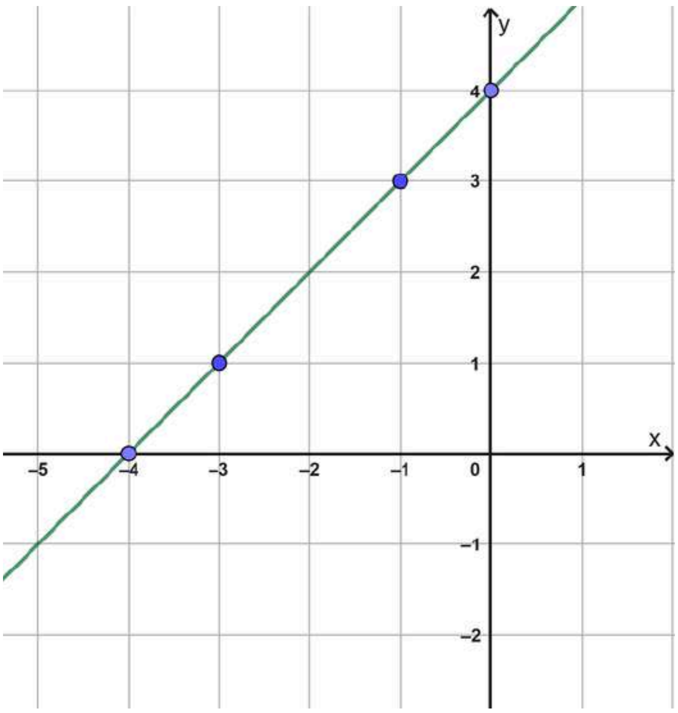
Dessa forma, a função procurada é do tipo $f(x) = ax + 2$. Para encontrar o valor de a , podemos substituir o ponto (-3, 0) nesse formato:

$$f(x) = ax + 2$$
$$0 = a \cdot (-3) + 2$$
$$0 = -3a + 2$$
$$3a = 2$$
$$a = \frac{2}{3}$$

Assim, a lei de formação da função afim é $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$.

ATIVIDADE 2

Observe o gráfico abaixo e responda os itens:



a) Quais as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo Ox?

b) Quais as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo Oy?

c) O ponto (-1, 3) pertence a este gráfico? Justifique sua resposta

d) Qual é a lei de formação desta função?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) Esse ponto ocorre quando y = 0, observando o gráfico, a reta cruza o eixo x no ponto (- 4, 0).

b) Esse ponto ocorre quando x = 0, no gráfico, a reta cruza o eixo y no ponto (0, 4).

c) Vamos observar o valor da função quando $x = -1$. Pelo gráfico, quando $x = -1$, o valor de y é 3, ou seja, o ponto (-1 , 3) pertence ao gráfico da função.

d) Para determinar a lei da função a partir do gráfico, observamos dois pontos que pertencem à reta. Por exemplo, (−4, 0) e (0, 4). Vamos substituir o segundo ponto na forma geral da função afim:

$$f(x) = ax + b$$
$$4 = a \cdot 0 + b$$
$$4 = b$$

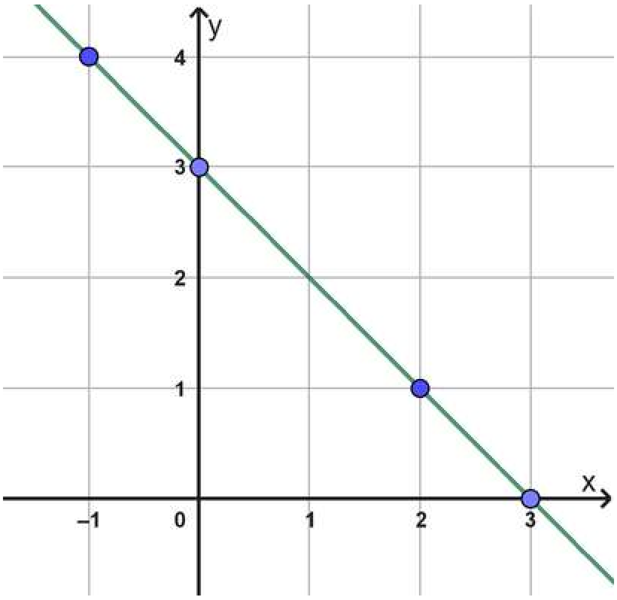
Dessa forma, a função procurada é do tipo $f(x) = ax + 4$. Para encontrar o valor de a , podemos substituir o ponto (-4, 0) nesse formato:

$$f(x) = ax + 2$$
$$0 = a \cdot (-4) + 4$$
$$0 = -4a + 4$$
$$-4 = -4a$$
$$\frac{-4}{-4} = a$$
$$1 = a$$

Assim, a lei de formação da função afim é $f(x) = 1x + 4 \rightarrow f(x) = x + 4$.

ATIVIDADE 3

Observe o gráfico abaixo e responda os itens:



a) Quais as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo Ox?

b) Quais as coordenadas do ponto de intersecção do gráfico com o eixo Oy?

c) O ponto (1,3) pertence a este gráfico? Justifique sua resposta

d) Qual é a lei de formação desta função?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a) Esse ponto ocorre quando y = 0, observando o gráfico, a reta cruza o eixo x no ponto (3, 0).

b) Esse ponto ocorre quando x = 0, no gráfico, a reta cruza o eixo y no ponto (0, 3).

c) Vamos observar o valor da função quando $x = 1$. Pelo gráfico, quando $x = 1$, o valor de y é 2, ou seja, o ponto correto seria (1,2), não (1,3).

d) Para determinar a lei da função a partir do gráfico, observamos dois pontos que pertencem à reta. Por exemplo, (3,0) e (0,3). Vamos substituir o segundo ponto na forma geral da função afim:

$$f(x) = ax + b$$

$$3 = a \cdot 0 + b$$

$$3 = b$$

Dessa forma, a função procurada é do tipo $f(x) = ax + 3$. Para encontrar o valor de a, podemos substituir o ponto (3, 0) nesse formato:

$$f(x) = ax + 2$$
$$0 = a \cdot 3 + 3$$
$$0 = 3a + 3$$
$$-3 = 3a$$
$$\frac{-3}{3} = a$$
$$-1 = a$$

Assim, a lei de formação da função afim é $f(x) = -1x + 3 \rightarrow f(x) = -x + 3$.

ATIVIDADE 4

Observe a função afim abaixo:

$$f(x) = 2x + 1$$

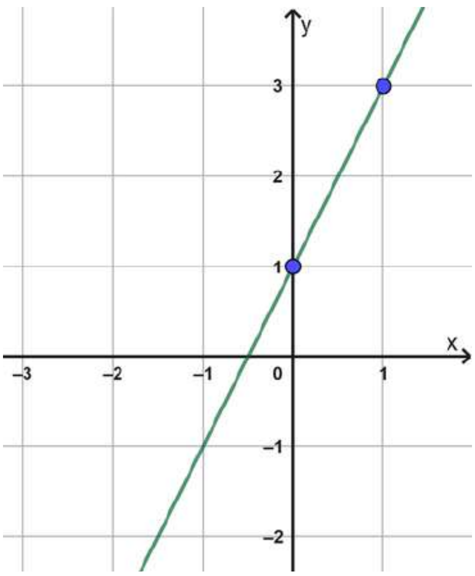
a) Determine dois pontos do gráfico dessa função.
b) Faça o gráfico da função acima, usando os pontos do item a.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) Exemplos de pontos:

- $x = 0 \rightarrow f(0) = 2 \cdot 0 + 1 \rightarrow (0, 1)$
- $x = 1 \rightarrow f(1) = 2 \cdot 1 + 1 \rightarrow (1, 3)$

b) O gráfico da função $f(x) = 2x + 1$.



ATIVIDADE 5

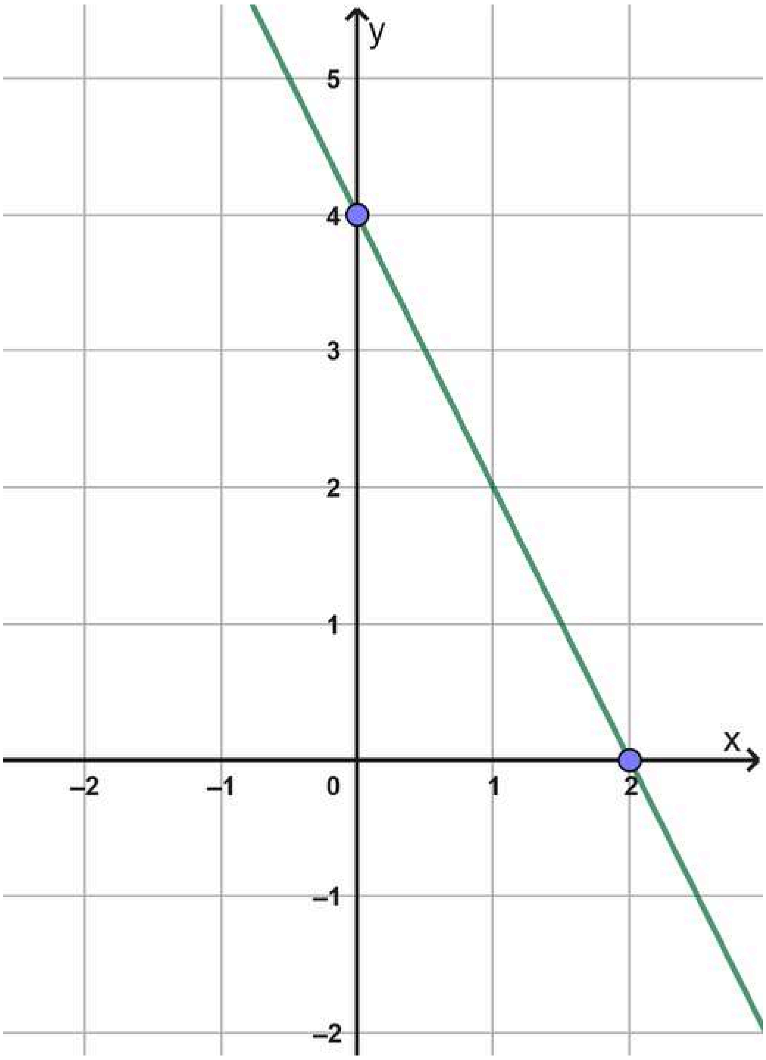
Observe a função:

$$f(x) = -2x + 4$$

a) Qual é o valor de f(0)?
b) Em que ponto a reta corta o eixo y?
c) Determine o zero da função.
d) Faça o gráfico da função acima.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) f(0)= 4
b) A reta corta o eixo y em (0, 4)
c) $0 = -2x + 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)$
d) O gráfico da função está abaixo:



De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D078_M *Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.*

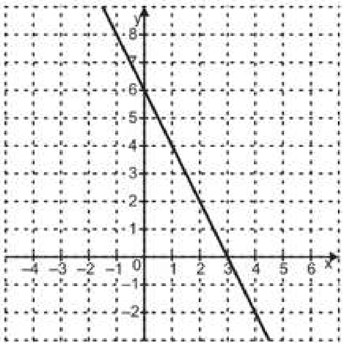
D078_M *Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico.*

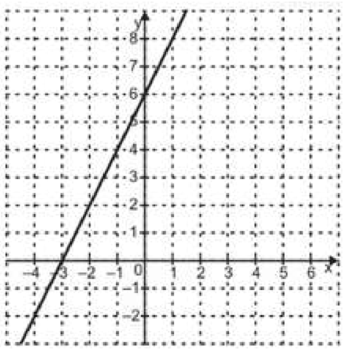
ITEM 1 - AVANÇADO

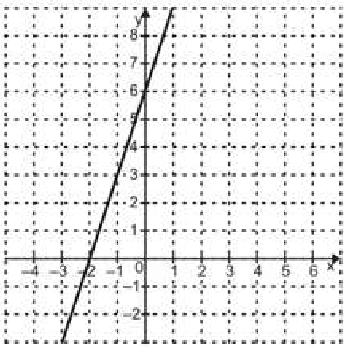
(AMA 2025-2 M00133955) Observe, no quadro abaixo, a representação algébrica de uma função f de primeiro grau.

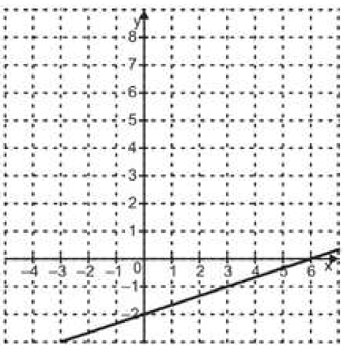
$$f(x) = -2x + 6$$

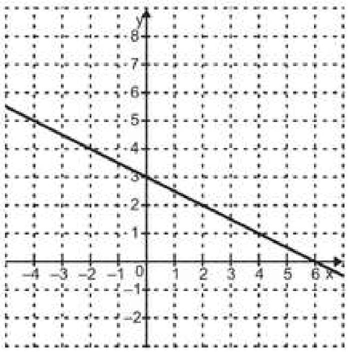
Qual é a representação gráfica dessa função?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Gabarito: A

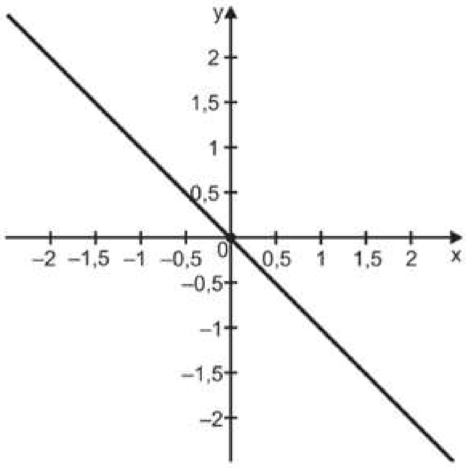
ITEM 2 - AVANÇADO

(AMA 2024-1 M111098H6) Observe a lei de formação de uma função f de primeiro grau, apresentada no quadro abaixo.

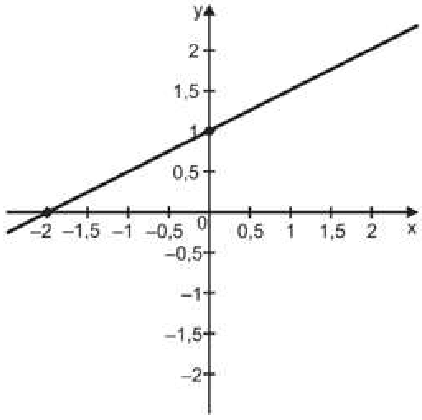
$$\boxed{f(x) = 1 - 2x}$$

A reta que corresponde ao gráfico dessa função está apresentada em

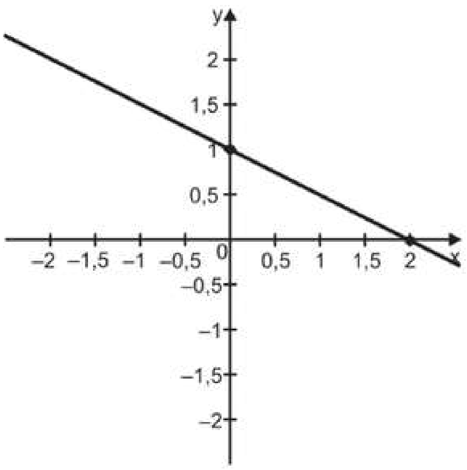
A)



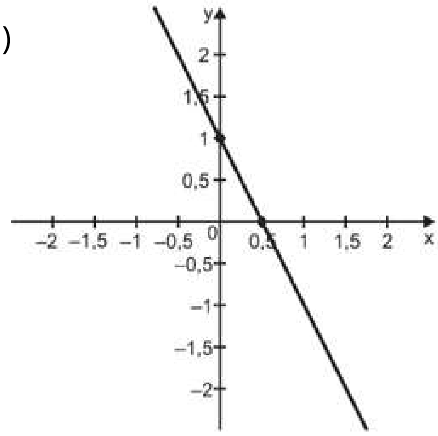
B)



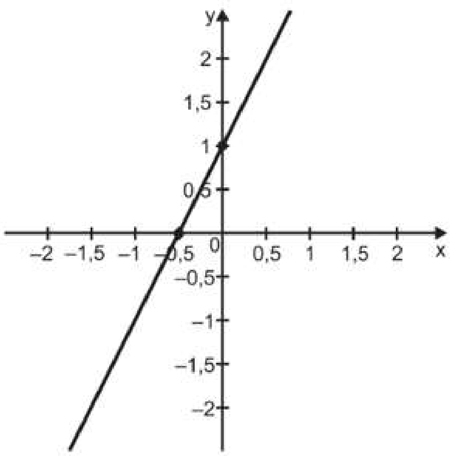
C)



D)



E)



Gabarito: D

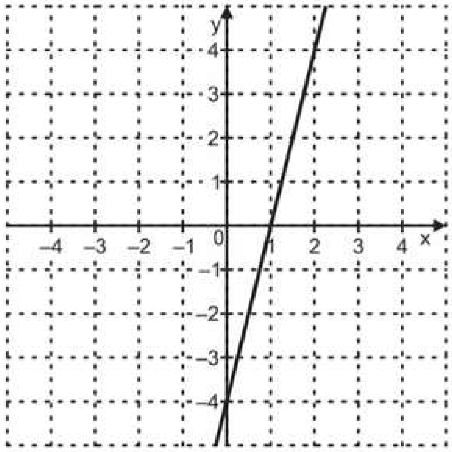
ITEM 3 - AVANÇADO

(AMA 2025-3 M00131316) Observe, no quadro abaixo, a lei de formação de uma função f definida em IR.

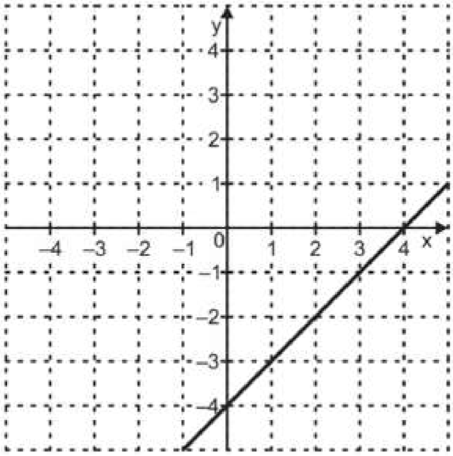
$$\boxed{f(x) = x - 4}$$

Qual é a representação gráfica dessa função f?

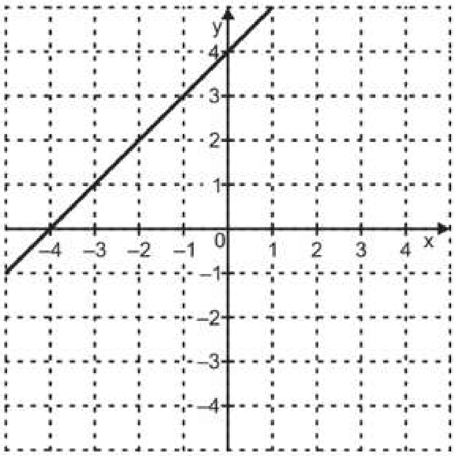
A)



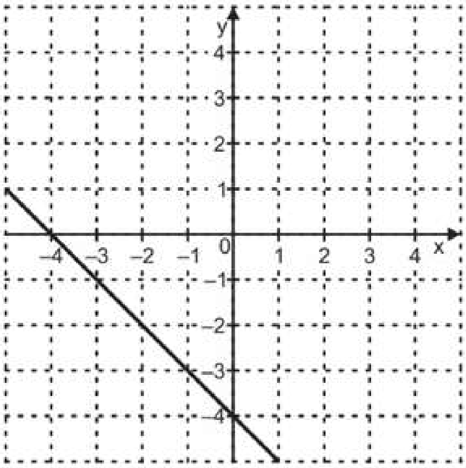
B)



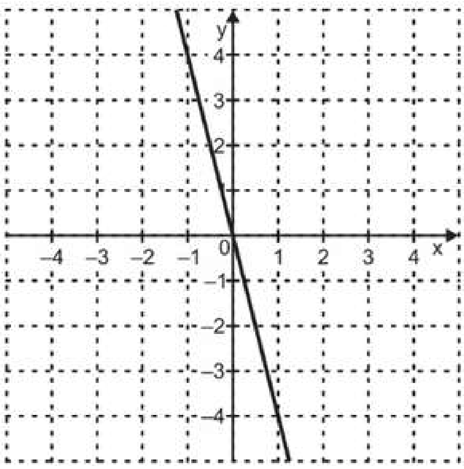
C)



D)



E)



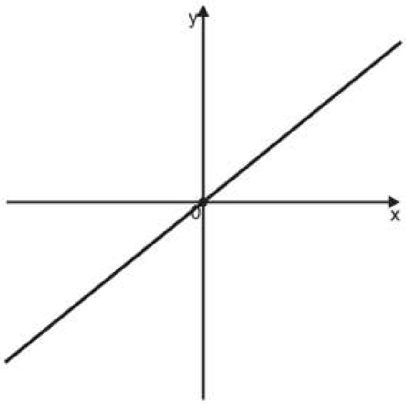
Gabarito: B

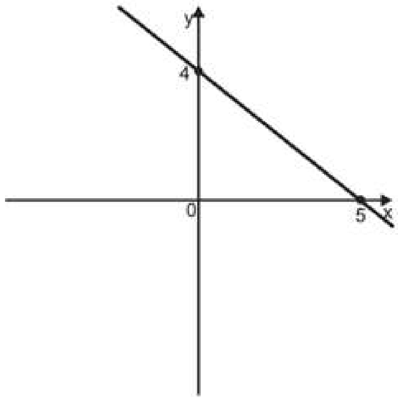
ITEM 4 - AVANÇADO

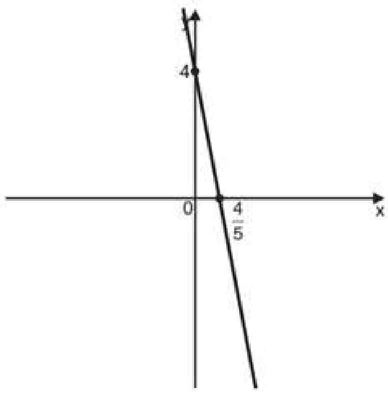
(AMA 2024-2 M00074726) Observe, no quadro abaixo, a lei de formação referente a uma função polinomial de 1º grau.

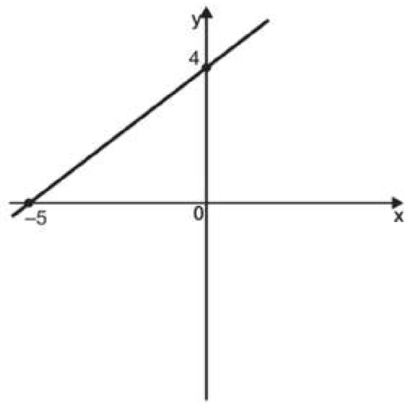
$$\boxed{f\left(x\right) = 5x + 4}$$

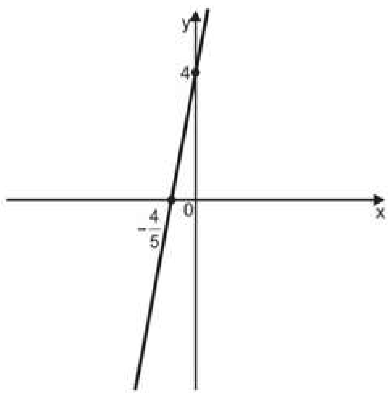
O gráfico dessa função está representado em

A)


B)


C)


D)


E)


Gabarito: E

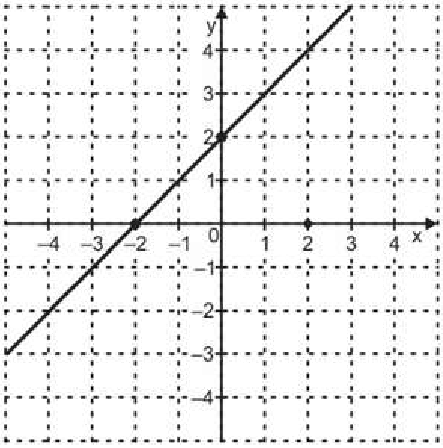
ITEM 5 - AVANÇADO

(AMA 2024-2 M00075245) Observe abaixo a lei de formação de uma função f de domínio e contradomínio, sendo o conjunto dos números reais.

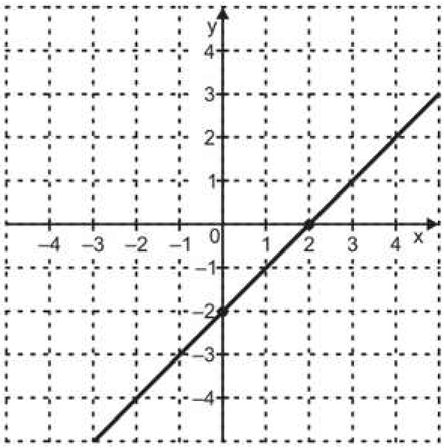
$$\boxed{f\left(x\right) = -2 + 2x}$$

A representação gráfica dessa função f está apresentada em

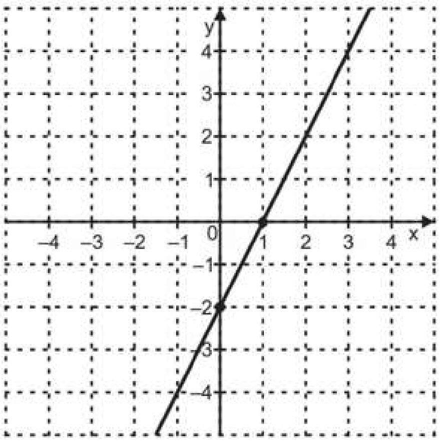
A)



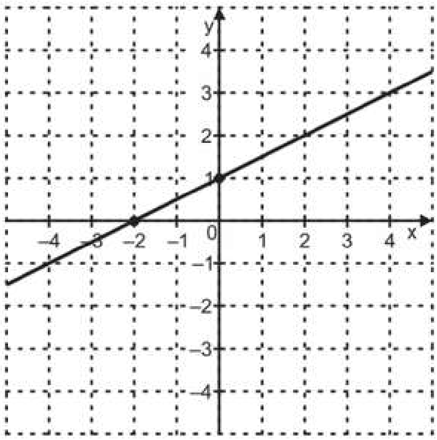
B)



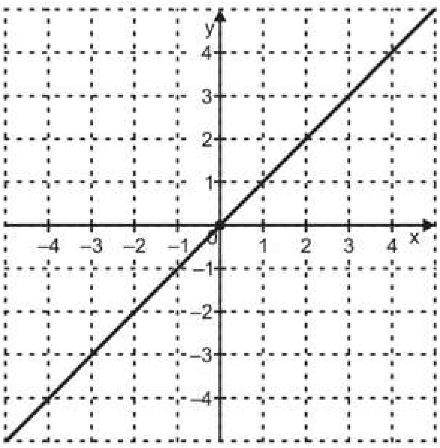
C)



D)



E)



Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

A Unidade ***Função do 1º grau*** conta com vídeos explicativos que aprofundam os conteúdos apresentados neste material. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Portal da Matemática - OBMEP

O Módulo ***Função Afim*** conta com vídeos explicativos que aprofundam os conteúdos apresentados neste material. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BONJORNO, José Roberto et al. Prisma matemática : funções e progressões. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2017: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 7: azul: 2º dia (reaplicação). Brasília, DF: Inep, 2017. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/2017_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD7.pdf. Acesso em: 27 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2021: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 5: amarelo: 2º dia (reaplicação). Brasília, DF: Inep, 2021. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2021_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD5.pdf Acesso em: 27 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria da Educação (SEDU).
Rotina Pedagógica de Matemática – 2ª série – Semana 6. Disponível em: https://curriculo.sedu.es.gov.br/curriculo/wp-content/uploads/2024/03/MAT2SERIESEMANA624032024.pdf.
Acesso em: 11 abr. 2026.

PROFWARLES. D24 – Quiz por descritor – Matemática 3ª série EM.
Disponível em: https://profwarles.blogspot.com/2020/03/d24-quiz-por-descritor-mat-3-serie-em.html
Acesso em: 11/04/2026.

Detalhando o descritor

D145_M *Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes.*

OS COEFICIENTES DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU E SEUS EFEITOS NO GRÁFICO

A função afim é definida pela lei de formação $f(x) = ax + b$.
Para dominar o descritor **D145_M**, é fundamental compreender como os valores de a e b determinam a posição e a orientação da reta no plano cartesiano.
A análise desses coeficientes permite identificar a representação gráfica de uma função de forma imediata, relacionando a expressão algébrica à sua forma geométrica.

O COEFICIENTE LINEAR (*b*)

O **coeficiente linear**, também chamado de termo constante, indica a ordenada do ponto em que a reta intercepta o eixo y. Matematicamente, esse valor é obtido quando definimos x = 0, resultando no par ordenado (0, b).

- Intersecção acima da origem: Ocorre quando $b > 0$.
- Intersecção na origem: Ocorre quando $b = 0$. Neste caso específico, a função é classificada como **função linear**.
- Intersecção abaixo da origem: Ocorre quando $b < 0$.

O COEFICIENTE ANGULAR (*a*)

O **coeficiente angular** é o valor que multiplica a variável x e determina a inclinação da reta. Ele é a representação geométrica da **taxa de variação da função**.

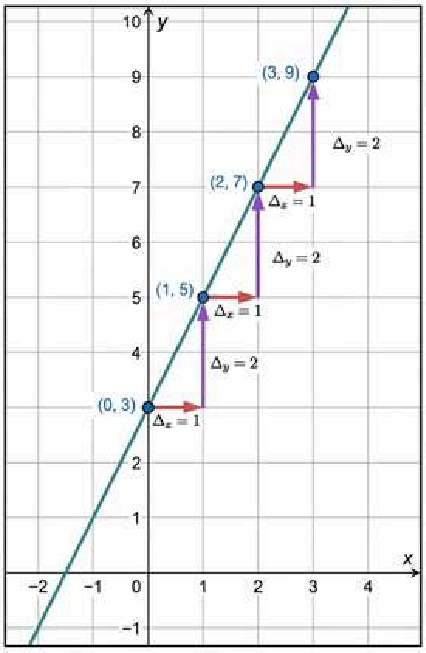
- **Se** $a \neq 0$: A reta possui uma inclinação, definindo se a função é crescente ou decrescente.
- **Se** $a = 0$: A variável x é anulada no cálculo da função, resultando em $f(x) = b$. O gráfico é uma reta horizontal e a função é classificada como **constante.**

Prezada Professora, Prezado Professor,
Acesse o QR Code ou clique no link https://www.geogebra.org/m/gc37kqtd para explorar, no GeoGebra, o gráfico da função afim. Utilize os botões deslizantes para alterar os coeficientes e observe como essas mudanças influenciam a inclinação da reta e seu ponto de interceptação no eixo y.

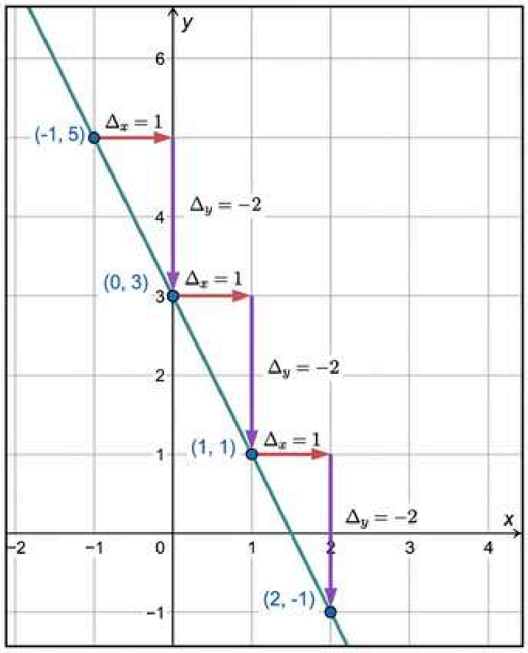
TAXA DE VARIAÇÃO

Observe os gráficos das duas funções abaixo:

$f(x) = 2x + 3$



$g(x) = -2x + 3$



Note que, em ambos os gráficos, existem marcações que se assemelham a "escadinhas". Elas não estão ali por acaso; essas marcações demonstram o comportamento da função à medida que avançamos pelo eixo x.

Na função $f(x) = 2x + 3$ **:** Cada vez que avançamos 1 unidade para a direita (seta vermelha), precisamos **subir** 2 unidades (seta roxa) para encontrar a reta novamente.
Na função $g(x) = -2x + 3$ **:** Cada vez que avançamos 1 unidade para a direita (seta vermelha), precisamos **descer** 2 unidades (seta roxa) para retornar à reta.

Perceba que, em uma função afim, o tamanho do degrau é constante. Não importa em qual ponto da reta você esteja, para cada unidade deslocada horizontalmente, **a variação vertical (para cima ou para baixo) será sempre a mesma.**

Cada degrau da nossa "escadinha" é formado por dois movimentos:

- **O passo horizontal** (Δ_x): É quanto você caminha para o lado. Nos gráficos acima, padronizamos esse passo como 1 unidade.
- **O passo vertical** (Δ_y): Indica quanto o valor da função aumenta ou diminui para que você permaneça sobre a reta.

A taxa de variação (coeficiente *a*) é o resultado da divisão da variação vertical pela variação horizontal:

$$a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$$

CRESCIMENTO E DECRESCIMENTO DA FUNÇÃO DO 1º GRAU

Investigação 1: A Dinâmica do Preço Variável

Um motorista de aplicativo cobra uma taxa fixa de R$ 5,00 (pelo simples fato de iniciar a corrida) e um adicional de R$ 2,00 por cada quilômetro percorrido.
A regra (lei de formação) que define o preço a pagar (y) em função da distância (x) é expressa por: $y = f(x) = 2x + 5$.
Vamos investigar como o valor total se comporta à medida que a viagem se alonga:

Distância (x)	Aplicação da regra: $f(x) = 2x + 5$	Preço Final (y)	Observação
0 km	2·0 + 5 = 0 + 5	**R$ 5,00**	Valor inicial (taxa fixa).
1 km	2·1 + 5 = 2 + 5	**R$ 7,00**	Quando x **aumenta**, y **também aumenta.**
3 km	2·3 + 5 = 6 + 5	**R$ 11,00**	Quando x **aumenta**, y **também aumenta.**

Note que o coeficiente que acompanha x é positivo ($a = 2 > 0$). Isso significa que, quando o valor de x (distância) aumenta, o valor de y (preço) também aumenta. **Por isso, essa é uma Função Crescente.**

Prezada Professora, Prezado Professor,
Aponte a câmera do seu celular para o QR Code ou clique no link **https://www.geogebra.org/m/c2y36cja** e acesse a simulação no GeoGebra. Nela, você poderá movimentar o controle deslizante e observar como o valor da corrida varia de acordo com a distância percorrida.

Investigação 2: A Dinâmica da Depreciação
Um smartphone é adquirido por R$ 4 000,00. Devido ao lançamento de novos modelos, ele perde R$ 800,00 de seu valor de mercado a cada ano de uso.
A Lei de Formação (regra da função) que define o valor de revenda (y) em função do tempo (x) é: $y = g(x) = -800x + 4000$.

Tempo (x)	Aplicação da regra: $g(x) = -800x + 4000$	Valor de revenda (y)	Observação
0 ano	- 800·0 + 4 000 = 4 000	**R$ 4 000,00**	Valor inicial.
1 ano	- 800·1 + 4 000 = - 800 + 4 000	**R$ 3 200,00**	Quando x aumenta, y **diminui.**
3 anos	- 800·3 + 4 000 = - 2 400 + 4 000	**R$ 1 600,00**	Quando x **aumenta**, y **diminui.**

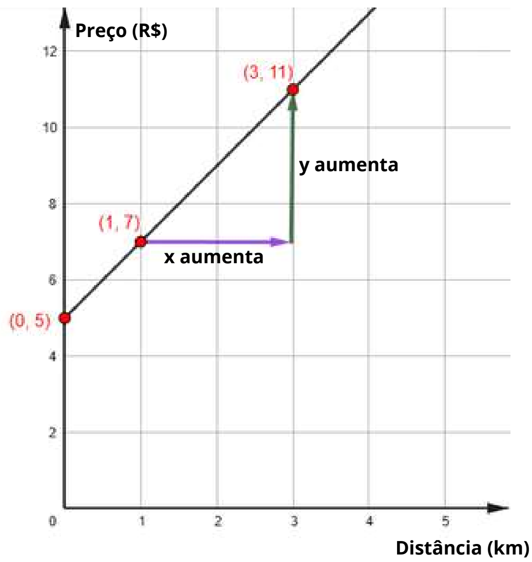
Observe que o coeficiente que acompanha x é negativo ($a = -800 < 0$). Isso indica que, quando o valor de x (tempo) aumenta, o valor de y (preço do smartphone) diminui. **Por isso, essa é uma Função Decrescente.**

SÍNTESE COMPARATIVA

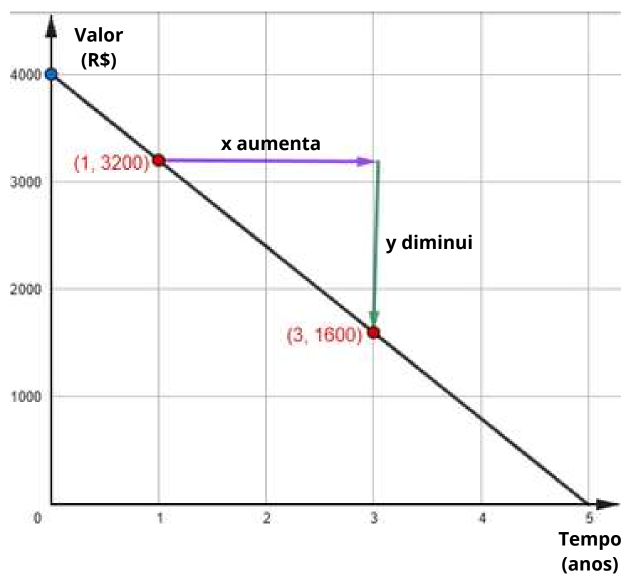
Característica	Investigação 1: Função Crescente	Investigação 2: Função Decrescente
Lei de Formação (regra da função)	$f(x) = 2x + 5$	$g(x) = -800x + 4000$
Coeficiente a	**Positivo** (a = 2 > 0)	**Negativo** (a = -800 < 0)
Classificação	**Crescente**	**Decrescente**
Como o gráfico se comporta	A reta **SOBE** da esquerda para a direita.	A reta **DESCE** da esquerda para a direita.
Relação entre x e y	Quando o valor de x **aumenta**, o valor de y **também aumenta.**	Quando o valor de x **aumenta**, o valor de y **diminui.**

Veja abaixo os gráficos de cada situação. Observe que a inclinação da reta (se ela sobe ou desce da esquerda para a direita) confirma os dados das tabelas.

$f(x) = 2x + 5$



$g(x) = -800x + 4000$



RECONHECIMENTO GRÁFICO

Uma forma eficiente de identificar o gráfico de uma função polinomial de 1º grau é analisar estas três características fundamentais:

1 - A inclinação da reta (coeficiente *a*)

- O coeficiente angular $a \neq 0$ determina a "subida" ou "descida" e a intensidade da inclinação. Lembre-se: quanto maior o valor absoluto de *a*, mais inclinada (vertical) é a reta. Quanto menor, mais próxima da horizontal ela estará.

2 - O ponto de corte no eixo y

- Localize o ponto (0, b). O coeficiente linear b indica onde a reta intercepta o eixo vertical. Para encontrar o valor de b, calcule f(0) na função dada.

3 - O ponto de corte no eixo x

- É o valor de x que zera a função (f(x) = 0).
- No gráfico, localize o ponto onde a reta intercepta o eixo horizontal. Para encontrar a abscissa desse ponto, resolva:

$$f(x) = 0 \rightarrow ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

EXEMPLO 1

Vamos identificar as características gráficas da função $f(x) = 3x - 2$ diretamente pelos coeficientes, sem precisar montar uma tabela completa de pontos.

Passo 1: Identificar o coeficiente angular:

- O coeficiente angular é *a* = 3. Como *a* > 0, a função é crescente: a reta sobe da esquerda para a direita.

Passo 2: Identificar o coeficiente linear:

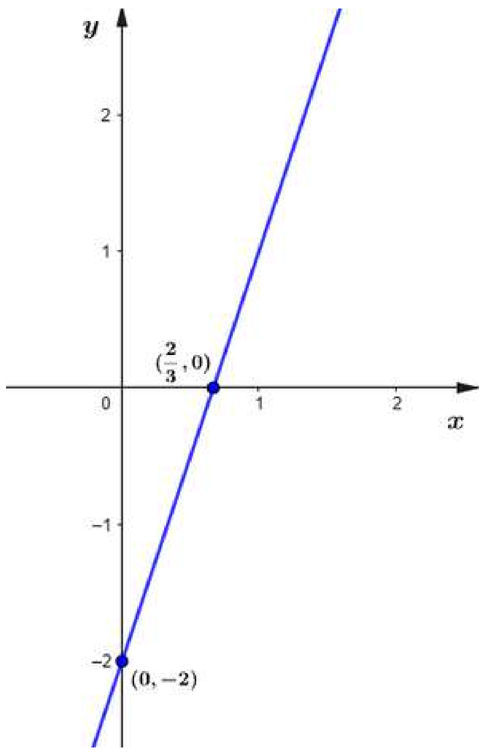
- O coeficiente linear é b = −2. A reta intercepta o eixo y no ponto (0, −2), ou seja, abaixo da origem.

Passo 3: Determinar o zero da função:

O zero (interseção com o eixo x) é obtido fazendo $f(x) = 0$:

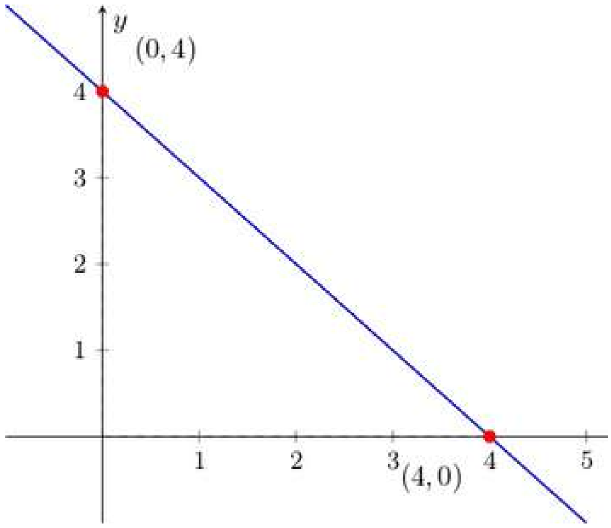
$$f(x) = 0 \rightarrow 3x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

Conclusão: O gráfico de $f(x) = 3x - 2$ é uma reta crescente ($a = 3 > 0$), que intercepta o eixo y em (0, −2) e o eixo x em $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$.



EXEMPLO 2

Vamos traçar o gráfico da função $f(x) = -x + 4$, seguindo os mesmos passos do exemplo anterior.



Passo 1: a = −1. Como a < 0, a reta é decrescente.

Passo 2: b = 4. A reta intercepta o eixo y em (0, 4), acima da origem.

Passo 3: Zero da função:

$$f(x) = 0 \rightarrow -x + 4 = 0 \rightarrow x = 4$$

A reta cruza o eixo x em (4, 0).

Conclusão:

O gráfico de $f(x) = -x + 4$ é uma reta decrescente ($a = -1 < 0$), que intercepta o eixo y em (0, 4) e o eixo x em (4, 0).

Análise Pedagógica de um Item

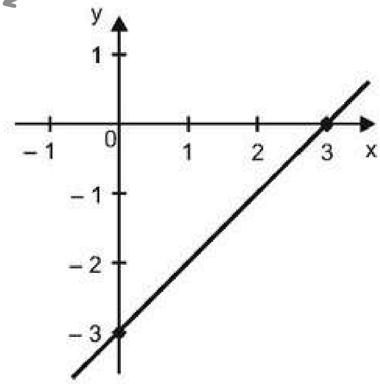
Enunciado

(M100058EX) Os coeficientes angular e linear de uma função polinomial de 1º grau são, respectivamente, 1 e -3.

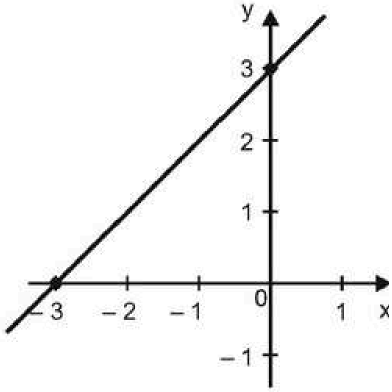
O gráfico que representa essa função é: ← **Comando**

Alternativas

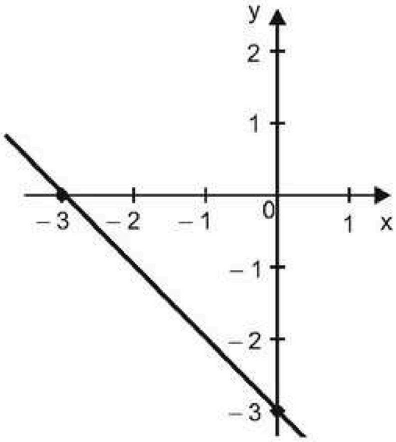
Gabarito → A)



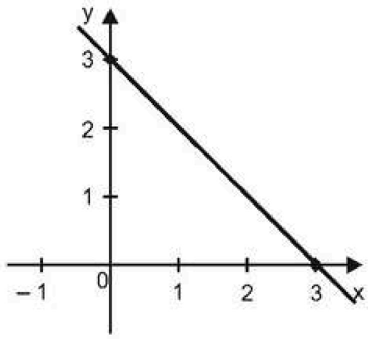
B)



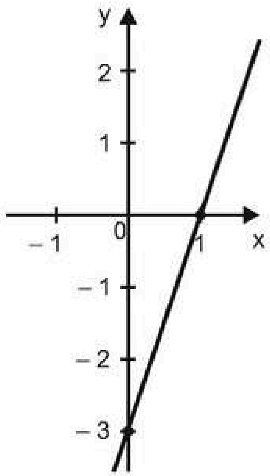
C)



D)



E)



Alternativas

A) ← **Gabarito**
B) ← **Distratores**
C) ← **Distratores**
D) ← **Distratores**
E) ← **Distratores**

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. O item acima não possui suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item situa-se em um nível de desempenho Avançado.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante reconheça o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes. Ela exige que o(a) estudante:

- reconheça o significado dos coeficientes angular e linear;
- associe o sinal do coeficiente angular ao crescimento/decrescimento da reta;
- identifique o ponto de interceptação da reta no eixo y.

A alternativa "A" é correta, pois é a única que respeita, ao mesmo tempo, todos os critérios:

- O coeficiente angular é positivo (a = 1), então a reta é crescente;
- O gráfico intercepta o eixo y em (0, −3);
- A reta cresce com taxa de variação igual a 1, ou seja, ao avançar:
    - de 0 para 1 em x, sobe de −3 para −2 em y;
    - de 1 para 2 em x, sobe de -2 para −1 em y;
    - de 2 para 3 em x, sobe de -1 para 0 em y.

Os distratores representam erros frequentes:

- **B**: O gráfico intercepta o eixo y em (0, 3), o que pode indicar que o(a) estudante considerou o coeficiente linear com sinal positivo, tomando b = 3 em vez de b = −3. Embora a reta seja crescente (coerente com a = 1), o erro sugere dificuldade em relacionar corretamente o coeficiente linear com o ponto de interseção no eixo y.
- **C**: O gráfico intercepta corretamente o eixo y em (0, −3), mas apresenta uma reta decrescente. Isso pode indicar que o(a) estudante interpretou o coeficiente angular como negativo. Também pode indicar dificuldade em associar que a = 1 representa uma função crescente.

- **D**: O gráfico mostra uma reta decrescente que intercepta o eixo y em (0, 3). Nesse caso, o(a) estudante pode ter cometido dois equívocos: o coeficiente linear com sinal positivo (b = 3) e o coeficiente angular como negativo. Esse erro sugere que o(a) estudante pode estar invertendo as regras de sinais ou interpretando os coeficientes de forma aleatória.
- **E**: O gráfico intercepta corretamente o eixo y em (0, −3) e é crescente, porém a inclinação da reta é mais acentuada do que a correspondente a *a* = 1. Isso sugere que o(a) estudante pode ter reconhecido corretamente o coeficiente linear e o sentido da reta, mas pode ter dificuldade em compreender o valor do coeficiente angular como taxa de variação, isto é, que *a* = 1 indica variação de 1 unidade em y para cada 1 unidade em x.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Propor atividades de comparação entre gráficos de retas crescentes e decrescentes, explorando explicitamente o papel do sinal do coeficiente angular.

- Utilizar recursos visuais (como o GeoGebra) para que os estudantes manipulem dinamicamente os valores de *a* e b, observando como a reta se desloca (variação de b) e como sua inclinação se altera (variação de a).

- Propor atividades em que os(as) estudantes associem diferentes expressões algébricas do tipo $y = ax + b$ a seus respectivos gráficos, justificando suas escolhas com base nos coeficientes.

- Explorar a ideia de taxa de variação, relacionando o coeficiente angular a situações como "anda 1 unidade no eixo x e sobe/desce *a* unidades no eixo y. Exemplo: Se *a* = 1, para cada 1 unidade que ando no eixo x, subo 1 no eixo y. Se o coeficiente *a* fosse 2, seria "anda 1, sobe 2". Isso ajuda o(a) estudante a não decorar apenas o caso de a = 1, mas entender a relação $a = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$.

- Trabalhar a identificação do ponto de interseção da reta com o eixo y, reforçando que esse ponto é dado por (0, b).

- Explorar a relação "se x = 0 então y = b", com atividades que peçam ao estudante para localizar esse ponto no gráfico antes mesmo de traçar a reta.

- Ensinar o(a) estudante a encontrar o ponto onde a reta cruza o eixo x fazendo y = 0 (cálculo do zero da função).

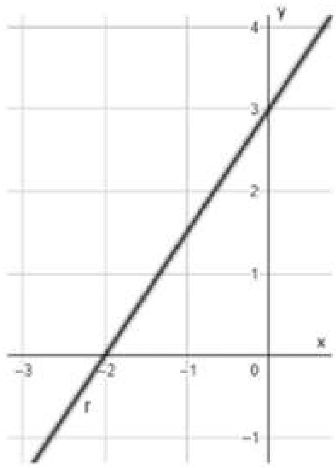
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

No plano cartesiano a seguir, está representada a reta r, gráfico de uma função afim de formato $y = ax + b$:



Com base na análise do gráfico:

a) Identifique os sinais dos coeficientes angular e linear. Justifique sua resposta explicando como o gráfico permite chegar a essa conclusão.

b) Determine o coeficiente angular.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Para resolver o item a, precisamos analisar o comportamento da reta no gráfico:

- Coeficiente angular (*a*): Ele determina a inclinação da reta. Como a reta é crescente (sobe da esquerda para a direita), o valor de *a* deve ser positivo. Portanto: $a > 0$.
- Coeficiente linear (b): Ele representa a ordenada do ponto onde a reta cruza o eixo y (eixo vertical). Olhando para o gráfico, a reta intercepta o eixo y no ponto (0, b), onde b = 3 > 0.

Logo, $a > 0$ e $b > 0$.

b) Para encontrar o coeficiente angular, observe quanto o valor de y aumenta quando x aumenta.

No gráfico, quando x passa de −2 para 0, o valor de y passa de 0 para 3.

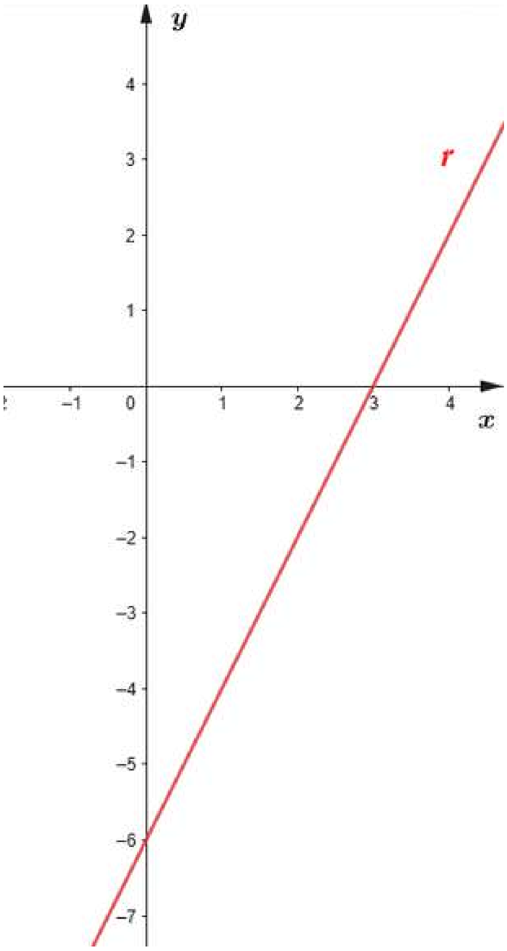
Isso significa que:

- x aumentou 2 unidades;
- y aumentou 3 unidades.

O coeficiente angular é a razão entre essas variações: $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{3}{2}$.

ATIVIDADE 2

No plano cartesiano a seguir, está representada a reta r, gráfico de uma função afim de formato $y = ax + b$:



Quais são valores dos coeficientes a e b na reta r?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Para resolver essa questão da função afim $y = ax + b$, analisamos os pontos onde a reta intercepta os eixos:

1. Olhando para o eixo vertical (y), vemos que a reta o intercepta no valor -6. Portanto, já sabemos que b = -6. A equação parcial da função é: $y = ax - 6$
2. Como o ponto (3, 0) pertence à reta, ele deve satisfazer a equação. Substituímos x = 3 e y = 0:

$$y = ax - 6$$
$$0 = a \cdot 3 - 6$$
$$0 = 3a - 6$$
$$6 = 3a$$
$$2 = a$$

Logo, *a* = 2 e b = -6.

ATIVIDADE 3

Considere a função polinomial de primeiro grau $f(x) = 2x - 3$.

a) A partir da lei de formação da função, indique se a reta é crescente ou decrescente e explique como você chegou a essa conclusão.
b) Determine os pontos em que o gráfico corta o eixo y e o eixo x.
c) Construa o gráfico dessa função no plano cartesiano.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

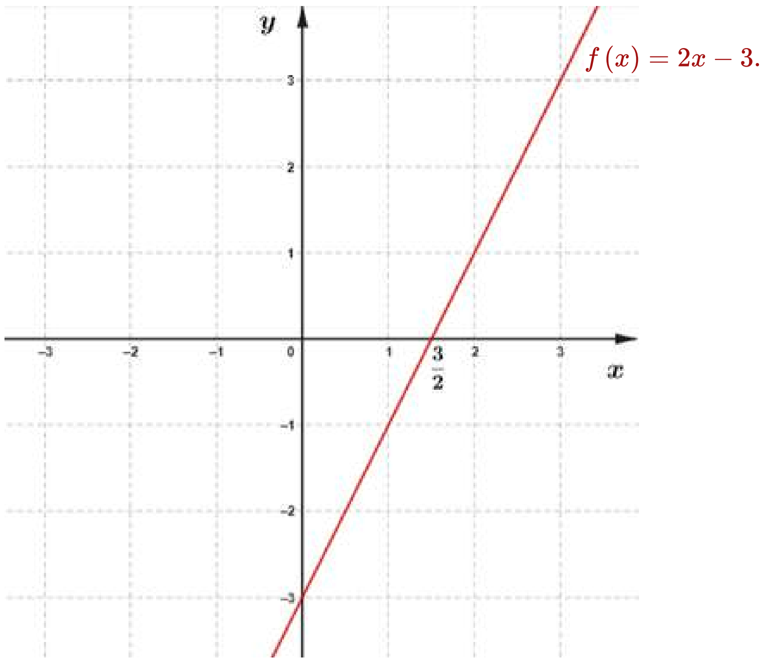
a) A reta é crescente, porque o coeficiente angular é igual a 2, que é positivo. Quando o coeficiente angular é positivo, a reta cresce da esquerda para a direita.

b) Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo y, basta olhar o valor de b na função: b = -3. Então, a reta corta o eixo y no ponto (0, −3).
Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo x, fazemos $f(x) = 0$:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

Logo, a reta corta o eixo x no ponto $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$.

C)



ATIVIDADE 4

Uma academia cobra uma taxa fixa mensal de R$ 30,00, além de R$ 6,00 por cada aula frequentada no mês. O valor total pago por um aluno pode ser representado pela função $f\left(x\right)=6x+30$, em que x é o número de aulas.

a) Construa, no plano cartesiano, o gráfico da função $f\left(x\right)=6x+30.$
b) Sabendo que o número de aulas e o respectivo valor pago não são números negativos, destaque de vermelho o gráfico que representa esta situação.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo y, basta olhar o valor de b na função: b = 30. Portanto, a reta corta o eixo y no ponto (0, 30).
Para encontrar o ponto onde a reta corta o eixo x, fazemos $f\left(x\right)=0$:

$$f\left(x\right)=0\Rightarrow 6x+30=0\Rightarrow 6x=-30\Rightarrow x=-\frac{30}{6}\Rightarrow x=-5$$

Logo, a reta corta o eixo x no ponto $\left(-5,0\right)$.
Desta forma, o gráfico da função $f\left(x\right)=6x+30$ é uma reta que passa pelos pontos (0, 30) e (-5, 0) **(Figura 1)**.

b) Como o número de aulas não pode ser negativo (x≥0), considera-se apenas a parte da reta correspondente a x≥0, como mostrado na **Figura 2**.

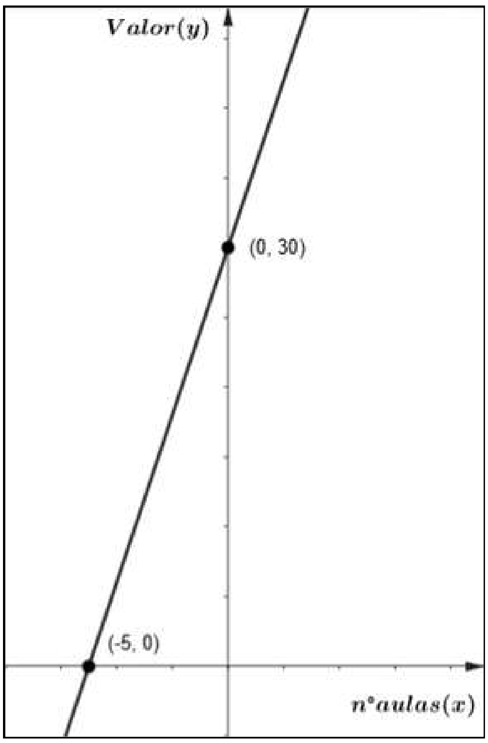


Figura 1.

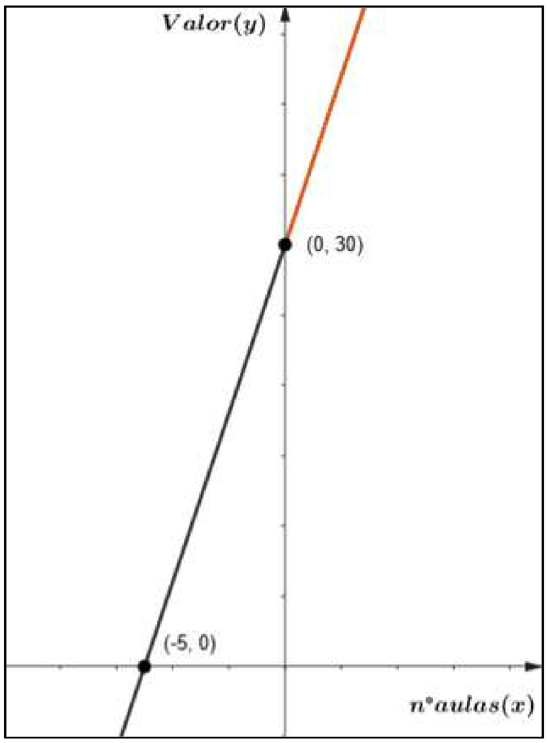


Figura 2.

ATIVIDADE 5

Considere uma função polinomial de 1º grau com coeficiente angular igual a $-\frac{3}{2}$ e coeficiente linear igual a 6.
Qual é a representação gráfica dessa função no plano cartesiano?

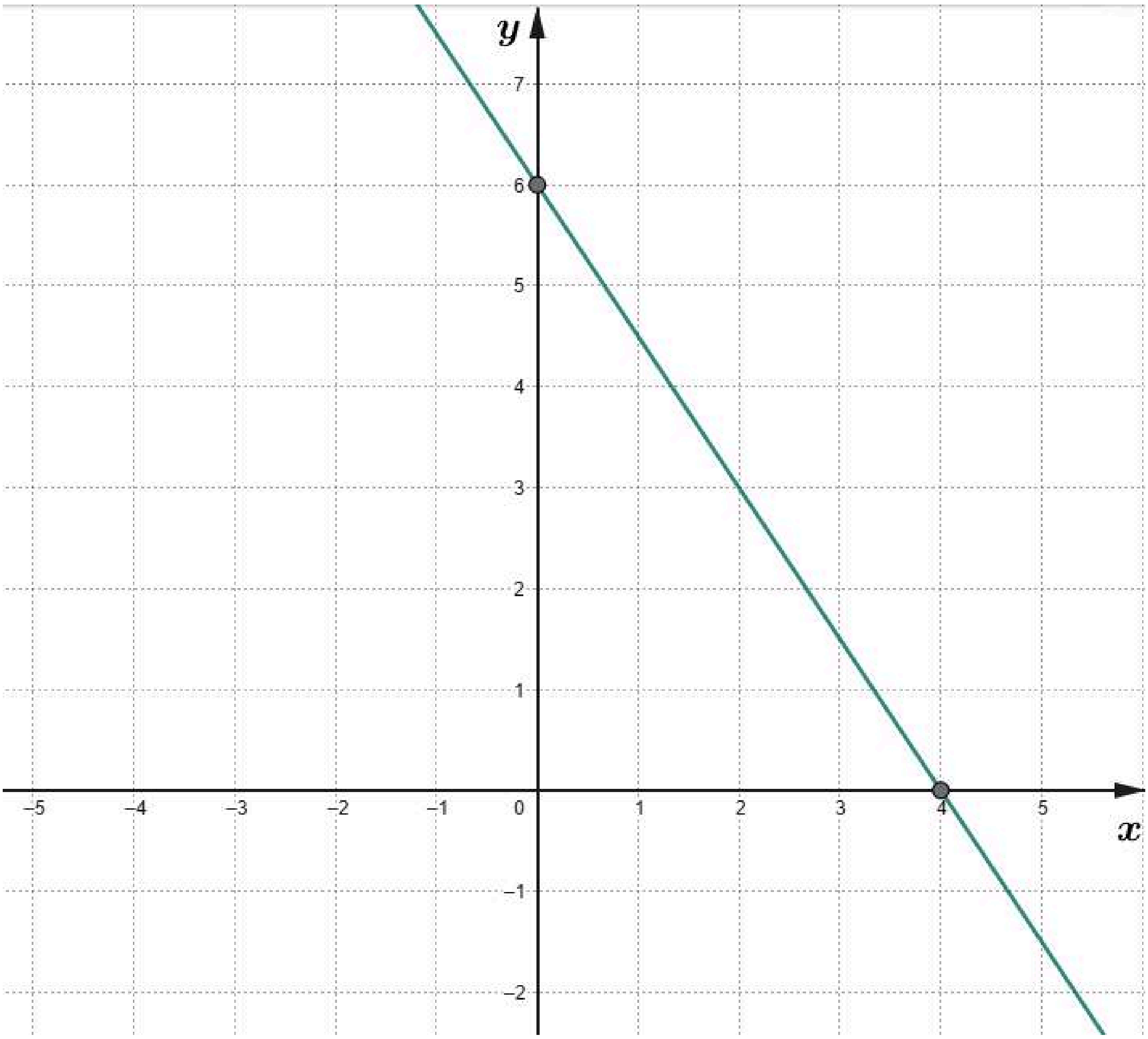
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Trata-se de uma reta decrescente (pois o coeficiente angular é negativo) que:

- corta o eixo y no ponto (0, 6);
- corta o eixo x quando $f(x) = 0$:

$f(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3}{2}x + 6 = 0 \Rightarrow x = 4$,ou seja, no ponto (4, 0).

Assim, o gráfico é a reta que passa pelos pontos (0, 6) e (4, 0), descendo da esquerda para a direita:

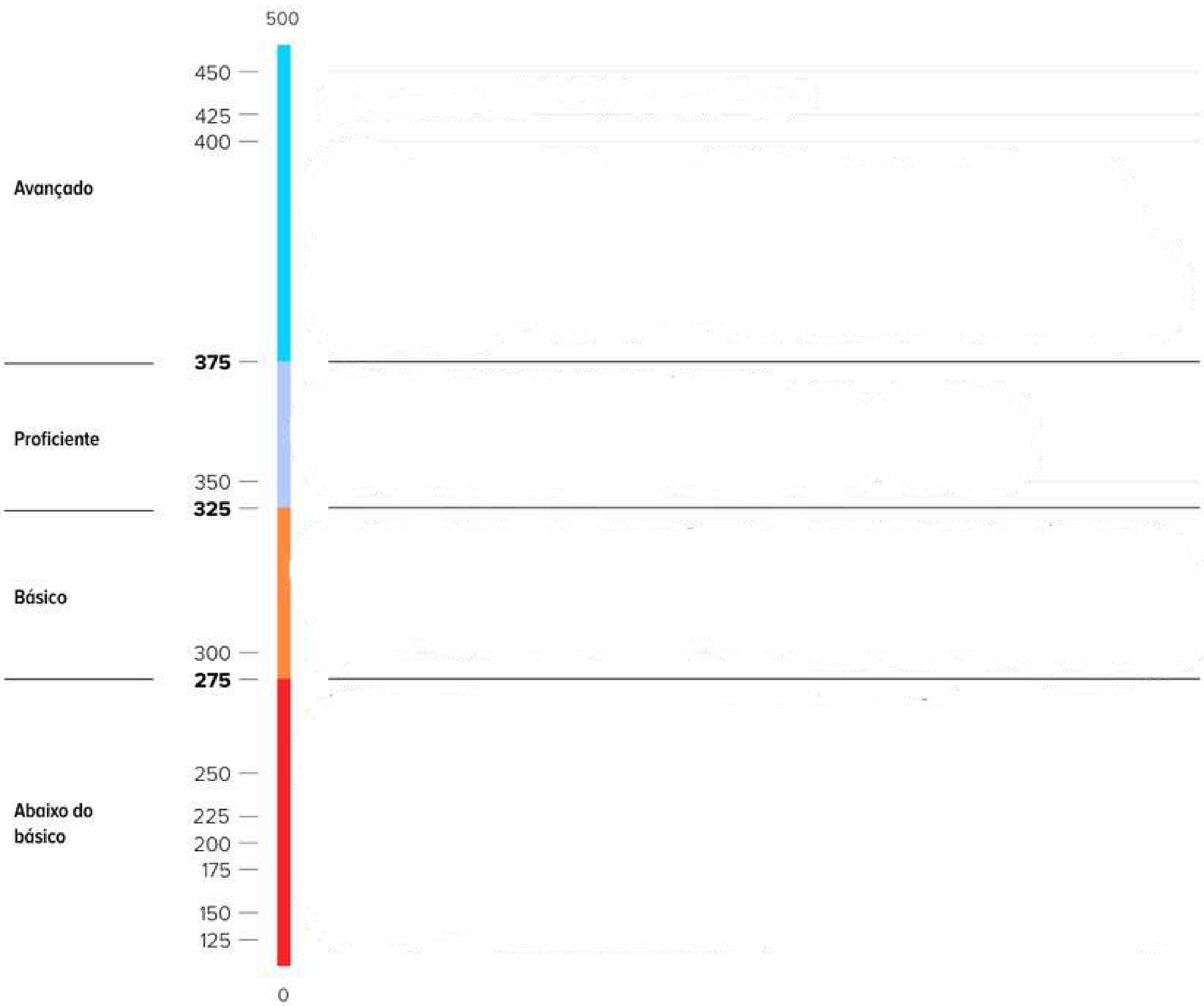


De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O “De olho no Paebes” também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D145_M *Reconhecer o gráfico de uma função polinomial de primeiro grau por meio de seus coeficientes*

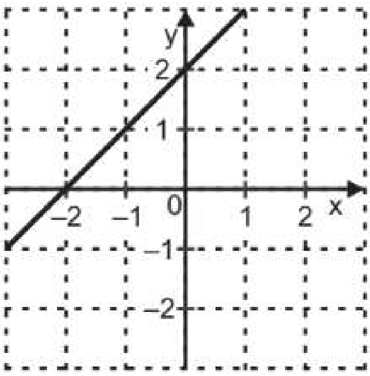


ITEM 1 - AVANÇADO

(AMA - 2024 - 1ª ed. - M00058605) Considere uma função polinomial de 1º grau que tem coeficiente angular 1 e coeficiente linear 2.

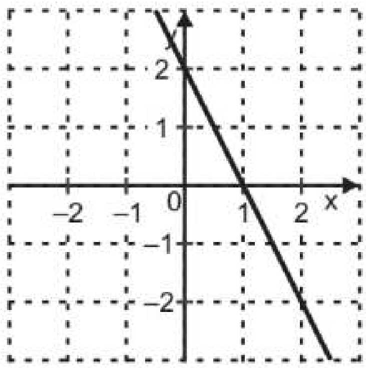
Qual é a representação gráfica dessa função no plano cartesiano?

A)

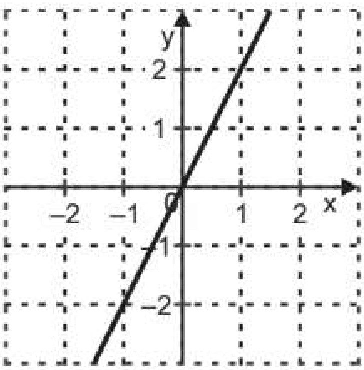


Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

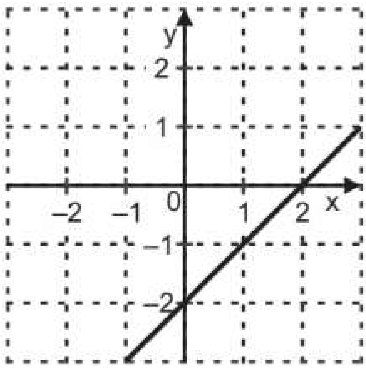
B)



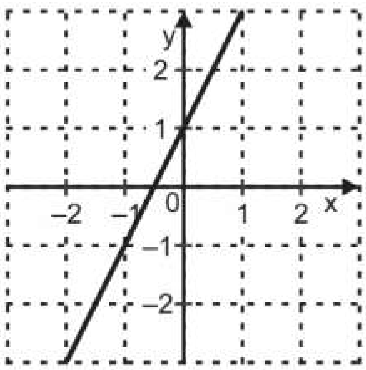
C)



D)



E)



Gabarito: A

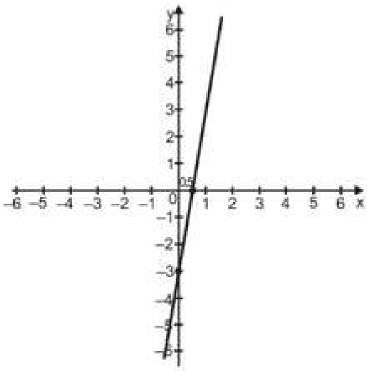
ITEM 2 - AVANÇADO

(AMA - 2024 - 2ª ed. - M00074727) Considere uma função polinomial de 1º grau com coeficiente angular igual a 6 e coeficiente linear igual a –3.

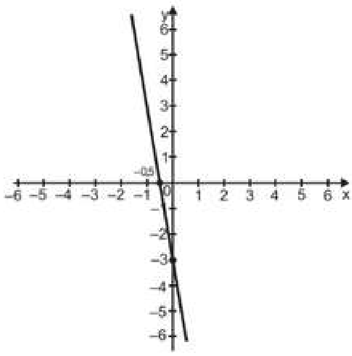
O gráfico dessa função está representado em

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

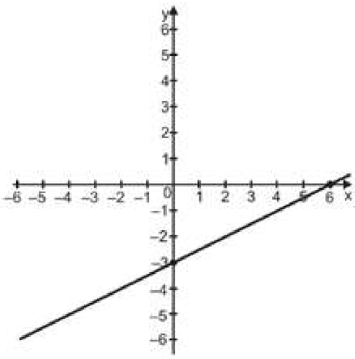
A)



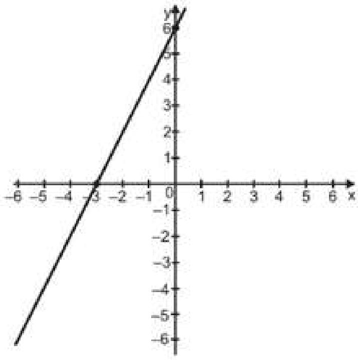
B)



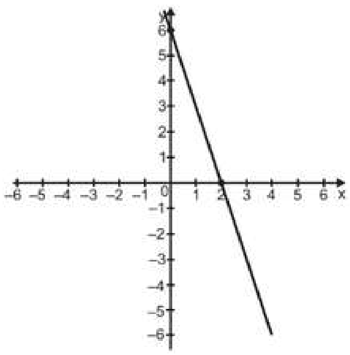
C)



D)



E)



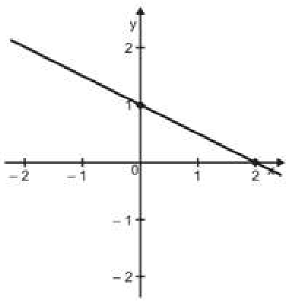
Gabarito: A

ITEM 3 - AVANÇADO

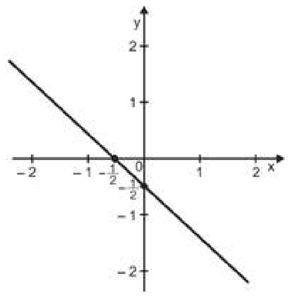
(AMA - 2024 - 1ª ed. - M11034317) Considere uma função polinomial do 1º grau $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que tem coeficiente linear igual a – 1 e coeficiente angular igual a $-\dfrac{1}{2}$.
O gráfico dessa função f está representado em

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

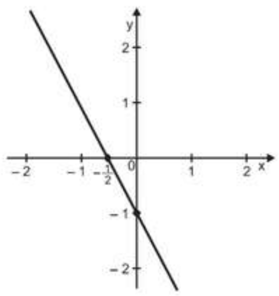
A)



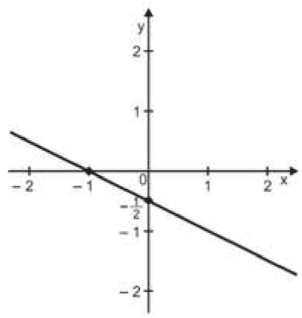
B)



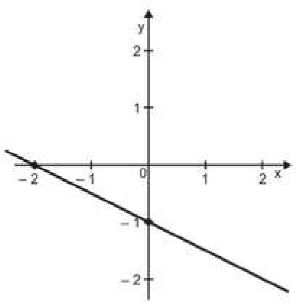
C)



D)



E)



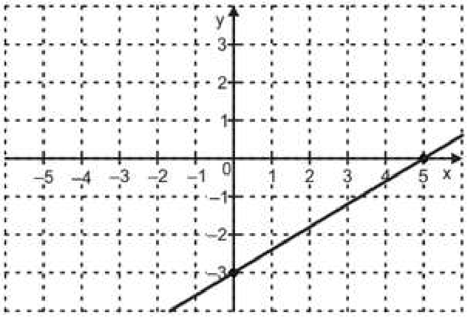
Gabarito: E

ITEM 4 - AVANÇADO

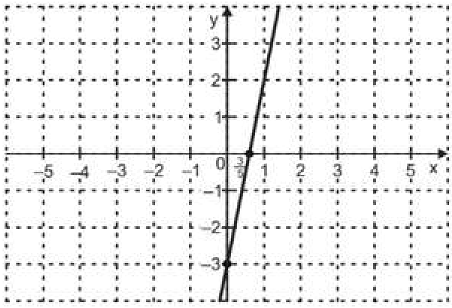
(AMA - 2024 - 1ª ed. - M121562H6) Considere uma função polinomial do 1º grau, em que o coeficiente angular é igual a $\frac{3}{5}$ e o coeficiente linear é igual a –3.

Em qual plano cartesiano está representado o gráfico dessa função?

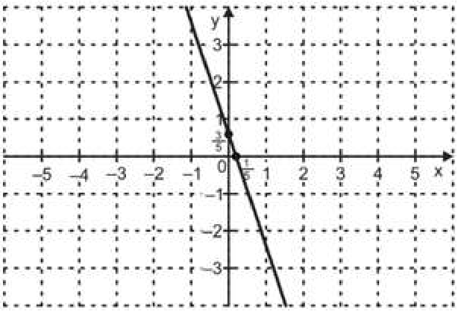
A)



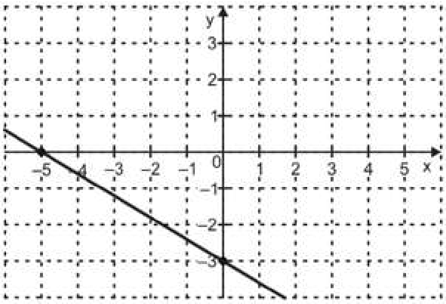
B)



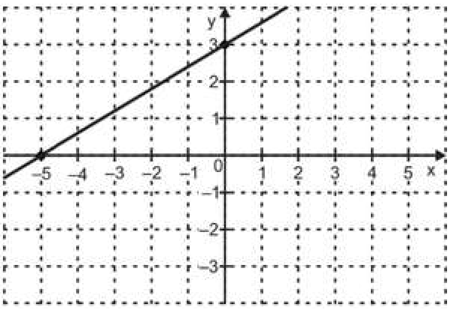
C)



D)



E)



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

Gabarito: A

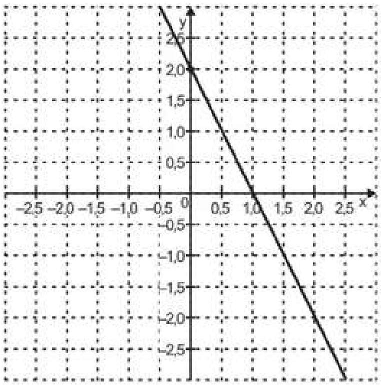
ITEM 5 - AVANÇADO

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Identificar a representação gráfica de uma reta a partir dos coeficientes de sua equação reduzida.

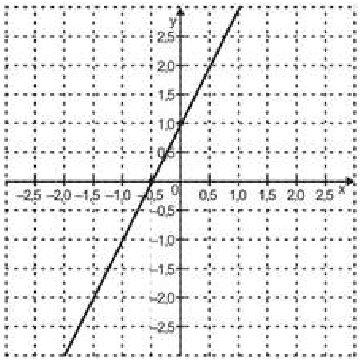
(AMA - 2024 - 2ª ed. - M00075246) Considere uma função polinomial de primeiro grau, f, que tem coeficiente linear igual a 1 e coeficiente angular igual –0,5.

Qual é o gráfico dessa função f?

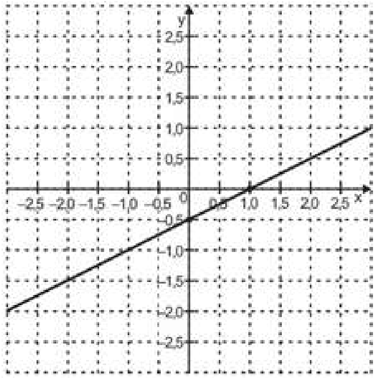
A)



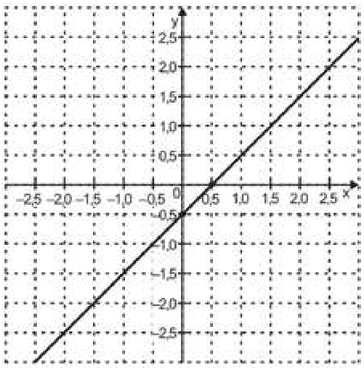
B)



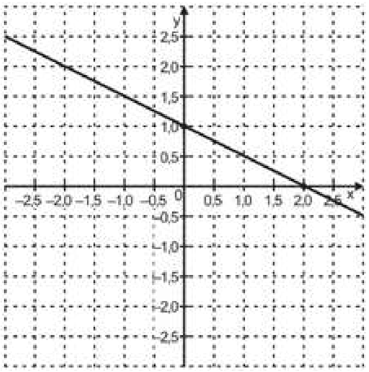
C)



D)



E)



Gabarito: E

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Simulações Interativas PhET para Ciência e Matemática

O PhET cria simulações interativas gratuitas de matemática e ciências e envolve os(as) estudantes por meio de um ambiente intuitivo e lúdico, no qual aprendem por exploração e descoberta. Acesse o QR Code ou **clique aqui** para analisar como o gráfico se comporta à medida que os coeficientes angular e linear variam.

Atividades interativas no portal da OBMEP

Acesse o QR Code ou **clique aqui** e resolva os dois problemas interativos sobre função afim no portal da OBMEP. Durante a atividade, observe o que representam os valores de (a) e (b) em cada situação, como o valor varia à medida que (x) aumenta e qual é o valor inicial em cada problema. Use suas respostas para compreender melhor a função (f(x)=ax+b).

Referências

QCONCURSOS. **Função de 1º grau ou função afim: problemas com equação e inequações.** Disponível em: https://www.qconcursos.com/questoes-do-enem/disciplinas/matematica-matematica/funcao-de-1-grau-ou-funcao-afim-problemas-com-equacao-e-inequacoes/questoes. Acesso em: 28 abr. 2026.

PHET INTERACTIVE SIMULATIONS. **Simulações interativas de ciências e matemática. Universidade do Colorado Boulder**. Disponível em: https://phet.colorado.edu/pt_BR/. Acesso em: 29 abr. 2026.

IMPA. **Portal da OBMEP: módulo de estudo.** Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=35&tipo=5. Acesso em: 29 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. **PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática.** v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 29 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D132_M *Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.*

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1° GRAU

Um fotógrafo realiza ensaios fotográficos para seus clientes. Cada ensaio tem o custo de R$350,00 e inclui 20 fotos. Caso o cliente deseje fotos adicionais, será cobrado o valor de R$15,00 por cada foto excedente.

Observe, na tabela a seguir, o valor total pago pelos clientes de acordo com a quantidade de fotos extras solicitadas:

Fonte: Canva Images.

FOTOS EXTRAS	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL DO ENSAIO
0	$350 + 15 \cdot 0$	$R\$ \ 350,00$
1	$350 + 15 \cdot 1$	$R\$ \ 365,00$
2	$350 + 15 \cdot 2$	$R\$ \ 380,00$
3	$350 + 15 \cdot 3$	$R\$ \ 395,00$
4	$350 + 15 \cdot 4$	$R\$ \ 410,00$
5	$350 + 15 \cdot 5$	$R\$ \ 425,00$
x	$350 + 15x$	$350 + 15x$

Como a cada foto extra a pessoa paga $R\$ \ 15,00$ a mais, então com x fotos extras o valor total do ensaio será $f(x) = 350 + 15x$.

Por ser representada por um polinômio do 1° grau, essa função é chamada de função polinomial do 1° grau.

DEFINIÇÃO

Toda função **y** de **x**, cuja lei de associação é do tipo **y = f(x) = ax + b**, com **a** e **b** sendo números reais é denominada **função afim**.

Especificamente, na função afim:

Se $a \neq 0$, a lei $f(x) = ax + b$ é denominada **função polinomial do 1º grau.**
Se $a = 0$, temos $f(x) = 0 \cdot x + b \rightarrow f(x) = b$ e é chamada de **função constante.**

Funções polinomiais do 1° grau são utilizadas em diversas situações do cotidiano. Veja outro exemplo a seguir:

Uma gráfica cobra uma taxa fixa de R$ 15,00 para abertura de pedido, que inclui até 25 páginas impressas. Para páginas adicionais, cobra-se R$ 0,50 por unidade.

Para determinar o valor total V em função da quantidade x de páginas adicionais impressas, é necessário considerar a soma de duas parcelas: a taxa fixa de R$ 15,00 e o valor correspondente às impressões excedentes.

Vamos calcular o valor pago pelo cliente de acordo com a quantidade de páginas impressas:

PÁGINAS IMPRESSAS	PÁGINAS ADICIONAIS	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL DA IMPRESSÃO
0 a 25	0	$15 + 0 \cdot 0,50$	R$ 15,00
26	1	$15 + 1 \cdot 0,50$	R$ 15,50
27	2	$15 + 2 \cdot 0,50$	R$ 16,00
28	3	$15 + 3 \cdot 0,50$	R$ 16,50
29	4	$15 + 4 \cdot 0,50$	R$ 17,00
30	5	$15 + 5 \cdot 0,50$	R$ 17,50
25 + **x**	**x**	$15 + x \cdot 0,50$	$15 + x \cdot 0,50$

Como cada página adicional custa R$ 0,50, o valor pago por essa parte variável depende diretamente da quantidade x , sendo dado por 0,50x.

Assim, o valor total pode ser expresso pela seguinte relação:

$$V(x) = 0,5x + 15$$

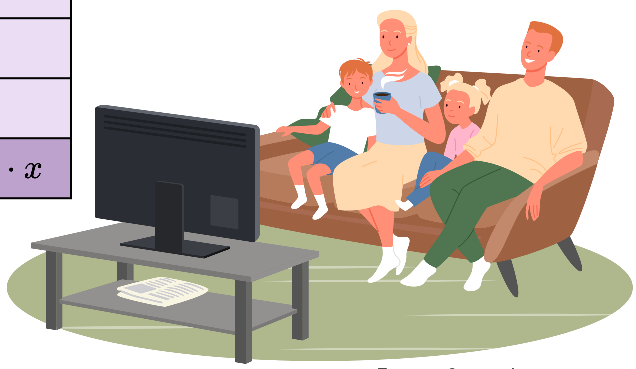
Um canal de streaming tem um plano mensal básico de 39,90 com alguns filmes e séries. Esse canal também oferece aluguel de filmes por 9,90 cada.

A) Considere x a quantidade de filmes que uma pessoa alugou em um mês e V o valor total pago por essa pessoa nesse período. Qual é a lei de formação da função que associa x e V?

O valor V pago pela pessoa é composto de uma parte fixa de R$ 39,90 adicionado de uma parte variável, que depende da quantidade de filmes alugados em cada mês.

Para sabermos a lei de formação da função que representa essa situação, podemos verificar o que acontece com o valor dadas algumas quantidades de filmes alugados. Veja a tabela a seguir:

FILMES ALUGADOS	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL
0	$39,90 + 9,90 \cdot 0$	R$ 39,90
1	$39,90 + 9,90 \cdot 1$	R$ 49,80
2	$39,90 + 9,90 \cdot 2$	R$ 59,70
3	$39,90 + 9,90 \cdot 3$	R$ 69,60
4	$39,90 + 9,90 \cdot 4$	R$ 79,50
x	$39,90 + 9,90 \cdot x$	$39,90 + 9,90 \cdot x$



Fonte: Canva Images.

Ou seja, o valor V pago ao alugar x filmes pode ser dado pela sentença a seguir:

$$V(x) = 39,90 + 9,90 \cdot x$$

B) Se em um determinado mês a pessoa pagou R$ 99,30 de mensalidade, quantos filmes ela alugou nesse período?

Na sentença anterior, V representa o valor total pago. Portanto, devemos substituir R$ 99,30 em V e resolver a equação para determinar o valor de x. Ao encontrar x, estaremos identificando a quantidade de filmes alugados durante esse mês.

$$V(x) = 39,90 + 9,90 \cdot x$$
$$99,30 = 39,90 + 9,90 \cdot x$$
$$99,30 - 39,90 = 9,90 \cdot x$$
$$59,40 = 9,90 \cdot x$$
$$\frac{59,40}{9,90} = x$$
$$6 = x$$

Ou seja, podemos concluir que 6 filmes foram alugados nesse mês.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA 2025) Uma lâmpada teve seu consumo analisado, de maneira ininterrupta, por uma equipe de estudantes. O consumo total estimado dessa lâmpada foi descrito segundo uma função com lei de formação h(x)=0,12x+1,2. Nessa função, h(x) representa o consumo total da lâmpada, em watt-minuto (Wmin), e x, o tempo em minutos, a partir do início da análise, com x > 0.

De acordo com essas informações, qual foi o consumo total dessa lâmpada, em watt-minuto, para um período de 120 minutos? ← Comando

Alternativas

A) 990,00 Wmin.
B) 158,40 Wmin.
C) 144,12 Wmin.
D) 15,60 Wmin. ← Gabarito
E) 14,40 Wmin.

Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa relacionada ao nível de desempenho **básico**. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de ”Resolver problema que envolva função do 1° grau”.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante compreenda que a variável x representa o tempo de funcionamento da lâmpada, em minutos, e que h(x) corresponde ao consumo de energia nesse tempo. Como buscamos o valor do consumo quando o tempo foi de 120 minutos, é esperado que o(a) estudante saiba que o correto a ser feito é substituir x por 120.

Ao fazer a devida substituição o cálculo será o seguinte:

$$h(x) = 0,12x + 1,2$$
$$h(120) = 0,12 \cdot 120 + 1,2$$
$$h(120) = 14,4 + 1,2$$
$$h(120) = 15,6$$

Ou seja, o gabarito é a alternativa D) 15,60 Wmin.

O distrator A revela uma inversão na interpretação das variáveis, em que o(a) estudante passa a tratar o valor 120 como resultado da função, e não como sua entrada. A partir dessa compreensão equivocada, realiza procedimentos incompatíveis com a situação proposta, como se estivesse buscando o valor da variável em vez de calcular o consumo correspondente ao tempo dado.

O distrator B pode indicar que o(a) estudante não interpretou adequadamente a lei de formação da função. Nesse caso, é possível que tenha somado os coeficientes e, e, em seguida, multiplicado esse resultado por 120, evidenciando uma leitura incorreta da expressão algébrica.

Já o distrator E sugere um raciocínio incompleto, no qual o(a) estudante considera apenas parte da expressão, deixando de somar o termo constante 1,2.

Por fim, a escolha do distrator C pode indicar erro na multiplicação de 0,12 por 120, evidenciando dificuldades em operações com números decimais.

Caso o(a) estudante tenha marcado um dos distratores, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o cálculo de operações básicas com números decimais;
- Reforçar a importância de interpretar o significado de cada variável na função;
- Esclarecer a ideia de associar uma variável a um valor determinado (entrada) e compreender o resultado como saída.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Uma residência paga pela energia elétrica de acordo com a função C(x)=0,95x+38, em que x representa o consumo em kWh e C(x) o valor em reais. Com o objetivo de incentivar o consumo consciente, foi proposta uma nova política: reduzir a taxa fixa para R$ 25,00 e aumentar o valor por kWh para R$ 1,05.

a) Determine a nova função custo.

b) Se uma família consumir mensalmente 65 kWh, a nova proposta é mais vantajosa?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) A nova proposta conta com um valor fixo de R$25,00 mais um valor de R$1,05 por kWh. Se x é a quantidade de kWh consumido pela família e P(x) é o valor pago pelo consumo, temos que a nova função P(x) é da seguinte forma: P(x)=1,05x+25.

b) Para descobrir, precisamos substituir x=65 em ambas as funções e fazer o comparativo. Vejamos:

$$C(x) = 0,95x + 38$$
$$C(65) = 0,95 \cdot 65 + 38$$
$$C(65) = 61,75 + 38$$
$$C(65) = 99,75$$

$$P(x) = 1,05x + 25$$
$$P(65) = 1,05 \cdot 65 + 25$$
$$P(65) = 68,25 + 25$$
$$P(65) = 93,25$$

Para o consumo de 65 kWh, no modelo vigente a família pagaria R$ 99,75, enquanto que na nova proposta pagaria R$ 93,25, ou seja, a nova proposta é mais vantajosa nesse caso.

ATIVIDADE 2

Duas operadoras oferecem planos mensais:

Plano A: 40GB por R$ 70,00 fixos + R$ 1,20 por GB excedente;
Plano B: 35 GB por R$ 55,00 fixos + R$ 2,00 por GB excedente;

a) Escreva as leis de formação das funções que representam o custo mensal de cada plano.

b) Se uma pessoa consumir em média 65 GB por mês, qual plano é mais vantajoso?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) Chamando de x a quantidade de GB excedentes, temos que ambos os planos contam com um valor fixo somado a uma taxa que varia de acordo com a quantidade x de GB excedentes. Consideraremos A(x) a função que representa o plano A e B(x) a função que representa o plano B. Temos então que:

Valor fixo | Valor por GB excedente

$$A(x) = 70 + 1,20x$$

PLANO A

Valor fixo | Valor por GB excedente

$$B(x) = 55 + 2x$$

PLANO B

b) Precisamos calcular o valor que essa pessoa pagaria em cada um dos planos para realizarmos um comparativo.

PLANO A: No plano A, estão inclusos 40 GB no valor fixo. Se a pessoa consumiu 65 GB de internet, então temos 65 - 40 = 25 GB excedentes. Ou seja, x = 25. Para saber o valor total precisamos calcular A(25).

$$A(x) = 70 + 1,20x$$
$$A(25) = 70 + 1,20 \cdot 25$$
$$A(25) = 70 + 30$$
$$A(25) = 100$$

Ou seja, pelo plano A a pessoa pagaria R$100,00.

PLANO B: No plano B, estão inclusos 35 GB no valor fixo. Se a pessoa consumiu 65 GB de internet, então temos 65 - 35 = 30 GB excedentes. Ou seja, x=30. Para saber o valor total precisamos calcular B(30).

$$B(x) = 55 + 2x$$
$$B(30) = 55 + 2 \cdot 30$$
$$B(30) = 55 + 60$$
$$B(30) = 115$$

Ou seja, pelo plano B a pessoa pagaria R$115,00.

Concluímos que o plano A é mais vantajoso para esse consumo.

ATIVIDADE 3

Um garçom recebe mensalmente um salário fixo de R$ 2.500,00, mais R$ 50,00 por hora extra trabalhada.

a) Escreva a lei de formação da função que descreve o salário deste garçom.

b) Qual foi o salário deste garçom no mês em que fez 12 horas extras?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a) O salário do garçom é composto de uma parcela fixa somada com uma parcela que depende da quantidade x de horas extras trabalhadas. Se ele trabalhar x horas extras, por esse trabalho ele receberá 50x. Vamos chamar de S a função salário. Daí concluímos que:

$$S(x) = 2500 + 50x$$

b) Se o garçom fez 12 horas extras em um mês, isso significa que x = 12. Para sabermos seu salário basta substituirmos x =12 na função do item a.

$$S(x) = 2500 + 50x$$
$$S(12) = 2500 + 50 \cdot 12$$
$$S(12) = 2500 + 600$$
$$S(12) = 3100$$

Ou seja, o salário do garçom foi de R$ 3100,00.

ATIVIDADE 4

Uma lanchonete da cidade passou a oferecer serviço de entrega em domicílio para facilitar o atendimento aos clientes. Para calcular o valor da entrega, o estabelecimento adotou o seguinte critério: é cobrada uma taxa fixa de R$ 2,00 referente ao serviço, acrescida de R$ 0,40 por quilômetro percorrido entre a lanchonete e o endereço do cliente.

Considere que a distância é medida em quilômetros e que o trajeto é sempre feito pelo caminho mais curto.

a) Represente, por meio de uma função do polinomial do 1º grau, a relação entre o valor **V** pago pela entrega e a distância **x** percorrida.

b) Em um determinado pedido, um cliente pagou R$ 5,40 pela entrega. Com base nessas informações, determine qual é a distância, em quilômetros, entre a casa do cliente e a lanchonete.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

A) O valor da entrega é composto de uma taxa fixa de R$2,00 mais uma parte variável que depende da quantidade **x** de quilômetros de distância entre a casa do cliente e a lanchonete. Na tabela a seguir podemos observar alguns valores de entrega:

DISTÂNCIA (em km)	CÁLCULO DO VALOR TOTAL	VALOR TOTAL
1	$2 + 0,40 \cdot 1$	R$ 2,40
2	$2 + 0,40 \cdot 2$	R$ 2,80
3	$2 + 0,40 \cdot 3$	R$ 3,20
4	$2 + 0,40 \cdot 4$	R$ 3,60
x	$2 + 0,40 \cdot x$	$2 + 0,40 \cdot x$

Ou seja, a função que representa essa situação pode ser escrita da seguinte forma:

$$V(x) = 2 + 0,4 \cdot x$$

B) A partir da lei de formação do item anterior, podemos descobrir a distância ao substituir o valor total de R$5,40 em V. Ao descobrirmos o valor de x, descobrimos a distância percorrida nessa entrega. Vejamos:

$$5,40 = 2 + 0,4 \cdot x$$
$$5,40 - 2 = 0,4 \cdot x$$
$$3,40 = 0,4 \cdot x$$
$$\frac{3,40}{0,4} = x$$
$$8,5 = x$$

Ou seja, a distância é de 8,5 quilômetros.

ATIVIDADE 5

Duas empresas de transporte, chamadas W e Y, oferecem serviços para uma viagem turística com ônibus de 50 lugares. Cada empresa adota um modelo diferente de cobrança: A empresa W cobra uma taxa fixa de R$ 400,00, além de R$ 25,00 por passageiro. Já a empresa Y cobra uma taxa fixa de R$ 250,00, além de R$ 29,00 por passageiro.

Considerando essas condições, determine o menor número de passageiros necessário para que o custo total do serviço da empresa W seja inferior ao da empresa Y.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Seja x o número de passageiros. Primeiramente vamos escrever as leis de formação das funções de cada empresa.

EMPRESA W: na empresa W a taxa fixa é R$400,00 mais R$25,00 por passageiro. Consideremos C o custo do serviço. Portanto:

$$C(x) = 400 + 25x$$

EMPRESA Y: na empresa Y a taxa fixa é R$250,00 mais R$29,00 por passageiro. Consideremos V o custo do serviço. Portanto:

$$V(x) = 250 + 29x$$

Precisamos saber a quantidade mínima de passageiros para que o custo na empresa W seja menor. Ou seja, precisamos que:

$$C(x) < V(x)$$

Comparando as duas expressões, temos que:

$$C(x) < V(x)$$
$$400 + 25x < 250 + 29x$$
$$150 + 25x < 29x$$
$$150 < 4x$$
$$\frac{150}{4} < x$$
$$37,5 < x$$

Ou seja, a quantidade de passageiros precisa ser superior a 37,5. Como precisamos considerar números naturais, obtemos 38 como resultado.

Substituindo x=38 nas funções podemos verificar que:

$$C(x) = 400 + 25x$$
$$C(38) = 400 + 25 \cdot 38$$
$$C(38) = 400 + 950$$
$$C(38) = 1350$$

$$V(x) = 250 + 29x$$
$$V(38) = 250 + 29 \cdot 38$$
$$V(38) = 250 + 1102$$
$$V(38) = 1352$$

Ou seja, o custo na empresa W é menor para quantidades de passageiros igual ou superior à 38 pessoas.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O “De olho no Paebes” também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D132_M *Resolver problema envolvendo uma função do 1° grau.*

ITEM 1 - Básico

(AMA 2025) Roberta faz chinelos personalizados por encomenda. O valor que ela cobra varia em função da quantidade de pares de chinelos encomendados, sendo uma quantia fixa de R$ 50,00 mais o valor de R$ 12,00 por par de chinelo encomendado. Na última semana, um lojista encomendou à Roberta 206 pares de chinelos personalizados.

Qual é o valor que Roberta cobrou por essa encomenda?

A) R$ 13,00.
B) R$ 72,00.
C) R$ 2 422,00.
D) R$ 2 472,00.
E) R$ 2 522,00.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: E

ITEM 2 - Básico

(AMA 2025) Júlio é guia turístico e faz pacotes de passeios para algumas regiões de seu estado. Para definir o preço total por grupo para um determinado passeio, ele utiliza a função f(x) = 150 + 25x, em que f(x) é o preço total pago pelo grupo, e x é a quantidade de pessoas no grupo. Júlio guiou um grupo nesse passeio e cobrou R$350,00.

Quantas pessoas estavam no grupo guiado por Júlio nesse passeio?

A) 8.
B) 14.
C) 20.
D) 175.
E) 8 900.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: A

ITEM 3 - Básico

(AMA 2025) No dia 25 de maio, é celebrado o Dia da África. Essa data marca a criação da Organização da Unidade Africana, na cidade de Adis Abeba, capital da Etiópia. Marcos contratou um pacote de viagem para essa cidade com o objetivo de ir a um evento que celebra essa data. Ele foi a uma agência de viagens em que a atendente utilizou uma função afim para calcular o preço total do pacote em função da quantidade de dias de hospedagem. Nessa função, o preço da passagem de R$14 000,00 foi considerado como um valor fixo. Marcos comprou um pacote para ficar hospedado 16 dias e pagou R$ 22 000,00 no total.

Quantos reais Marcos pagou por dia pela hospedagem nesse pacote?

A) R$ 500,00.
B) R$ 875,00.
C) R$ 1 375,00.
D) R$ 2 250,00.
E) R$ 8 000,00.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: A

ITEM 4 - Básico

(AMA 2025) André faz entregas para um restaurante e seu pagamento é diário. A lei de formação $f(x) = 30 + 12x$, com $x > 1$, permite calcular a quantia referente ao pagamento de André. Nessa expressão, $f(x)$ é a quantia, em real, que ele recebe ao fazer x entregas. Em um determinado dia, André fez 6 entregas.

Qual é a quantia que André recebeu nesse dia?

A) R$ 48,00.
B) R$ 72,00.
C) R$ 102,00.
D) R$ 192,00.
E) R$ 252,00.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: C

ITEM 5 - Básico

(AMA 2025) Uma academia de ginástica cobra uma mensalidade de R$ 90,00 que dá direito à prática de qualquer atividade oferecida. Além dessa mensalidade, em caso de atraso no pagamento, é cobrado um valor de R$2,50 por dia de atraso no pagamento. Juliana malha nessa academia e, no último mês, atrasou em 13 dias o pagamento da mensalidade.

Qual foi o valor total, em reais, que Juliana pagou nesse último mês nessa academia?

A) R$ 90,00.
B) R$ 92,50.
C) R$ 103,00.
D) R$ 122,50.
E) R$ 257,50.

Prezado(a) Professor(a), os itens referentes a este descritor buscam verificar se o(a) estudante é capaz de "resolver problemas que envolvam função do 1° grau".

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

Prezado(a) Professor(a),
ao lado temos uma sugestão de atividade na plataforma Khan Academy sobre resolução de problemas envolvendo função do 1° grau.
Também disponível em: Atividade Khan Academy

Referências

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2010: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: reaplicação: PPL: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2010. Disponível em: chrome-https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2010/2010_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD7.pdf. Acesso em: 26 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2017: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: reaplicação: PPL: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2017. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2017/2017_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD7.pdf . Acesso em: 28 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2019: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2019. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2019/2019_PV_impresso_D2_CD7.pdf. Acesso em: 28 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2020: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 7: azul: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2020. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2020_PV_digital_D2_CD7.pdf . Acesso em: 28 abr. 2026.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

Detalhando o descritor

D082_M *Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.*

GRANDEZAS E VARIÁVEIS

GRANDEZAS

Uma grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou quantificado. São exemplos de grandezas: tempo, temperatura, distância, massa, velocidade e preço.

VARIÁVEIS

Uma variável é uma representação simbólica (geralmente uma letra) usada para indicar uma valor que pode variar dentro de um conjunto. Uma variável pode ser utilizada para representar uma grandeza que admite diferentes valores em determinado contexto.

Considere a seguinte situação: "Um carro percorre uma distância ao longo do tempo". Nesta situação as grandezas envolvidas são **tempo** e **distância** e podemos utilizar as variáveis **t** (tempo) e **d** (distância) para representá-las.

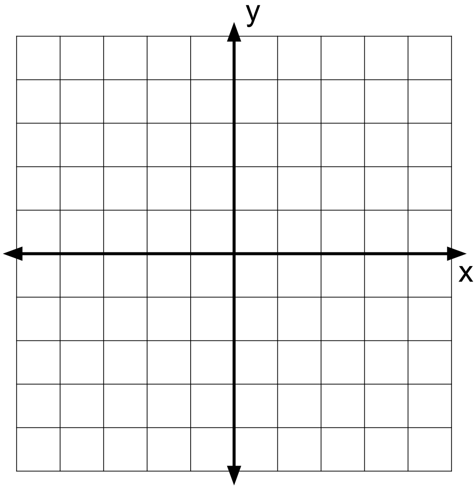
Poderíamos escrever uma relação entre elas como, por exemplo, **d = 60t.** Isso significa que a distância depende do tempo.

Dizemos que uma variável é **independente** quando seus valores podem ser escolhidos livremente. A variável cujo valor depende da outra é chamada de **dependente**. Na situação descrita acima, o tempo (t) é a variável independente e a distância (d) é a variável dependente, pois depende do tempo.

Exemplo: No enchimento de um reservatório, temos as grandezas tempo (t) e volume de água (V). A variável t (tempo) é a variável independente e a variável V (volume) é a variável dependente, pois o volume de água do reservatório depende do tempo de enchimento do mesmo.

O PLANO CARTESIANO

Para representar graficamente a relação entre duas variáveis, utilizamos o **plano cartesiano.**



Prezado(a) Professor(a),

caso os estudantes apresentem dificuldades, recomenda-se revisitar os descritores D043_M (Identificar a localização de pontos no plano cartesiano) e D078_M (Corresponder uma função polinomial do 1º grau a seu gráfico), com atividades de localização de pontos e interpretação de gráficos de funções do 1º grau.

O plano cartesiano é formado por dois eixos:

- eixo horizontal (eixo x): representa a variável independente;
- eixo vertical (eixo y): representa a variável dependente.

Cada ponto do gráfico representa um par de valores (x, y), indicando a relação entre as grandezas.

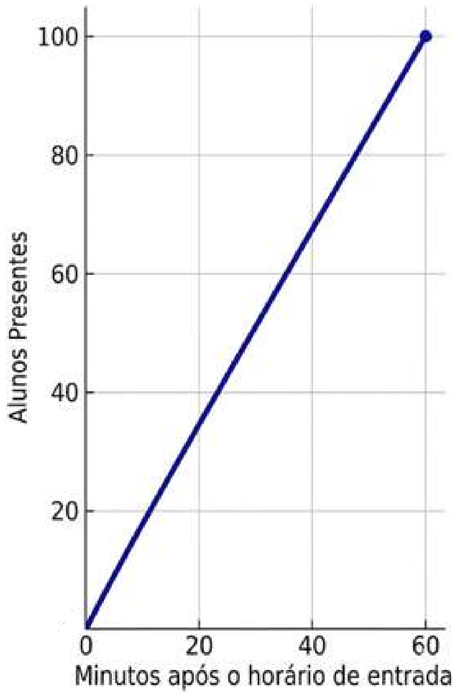
COMPORTAMENTO DAS VARIÁVEIS NO GRÁFICO

Ao analisar um gráfico, é importante observar como uma grandeza varia em relação à outra.

CRESCIMENTO

Ocorre crescimento quando uma grandeza aumenta à medida que a outra aumenta. No gráfico, a curva sobe da esquerda para a direita.

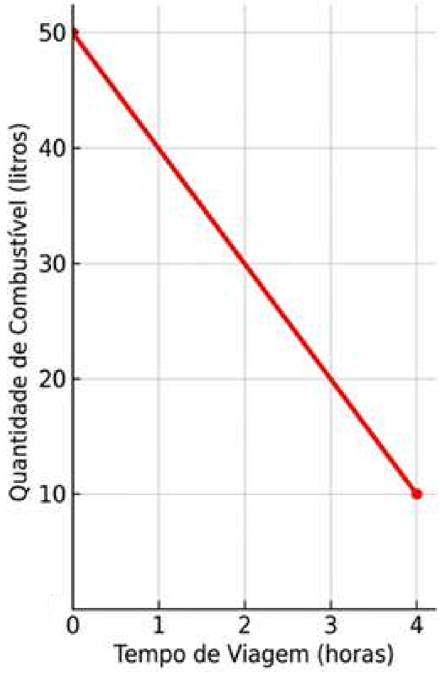
Exemplo: “O número de alunos presentes na escola aumentou à medida que passou do horário da entrada.”



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

DECRESCIMENTO

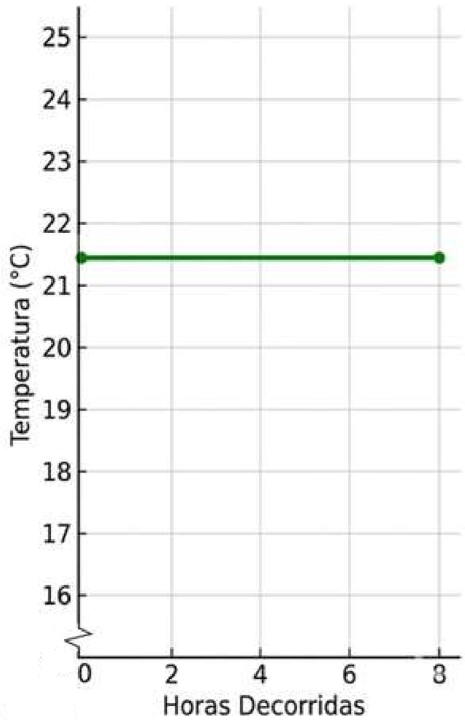
O decrescimento ocorre quando uma grandeza diminui à medida que a outra aumenta. No gráfico, a curva desce da esquerda para direita.
Exemplo: “A quantidade de combustível diminui durante a viagem.”



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

CONSTÂNCIA

Não há alteração na grandeza à medida que a outra aumenta. No gráfico, temos uma reta horizontal.
Exemplo: “A temperatura permaneceu estável por algumas horas.”



Prezado(a) Professor(a),

é importante explicar aos(às) estudantes a presença do símbolo de quebra de escala no eixo vertical do gráfico, indicando, visualmente, que a escala não é contínua desde a origem, ou seja, há um ‘salto’ que omite parte dos valores iniciais para destacar variações em valores mais altos.

Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

SITUAÇÕES COM MAIS DE UM COMPORTAMENTO

Nem sempre uma situação apresenta apenas um tipo de evolução. Em muitos casos, o comportamento muda ao longo do tempo.

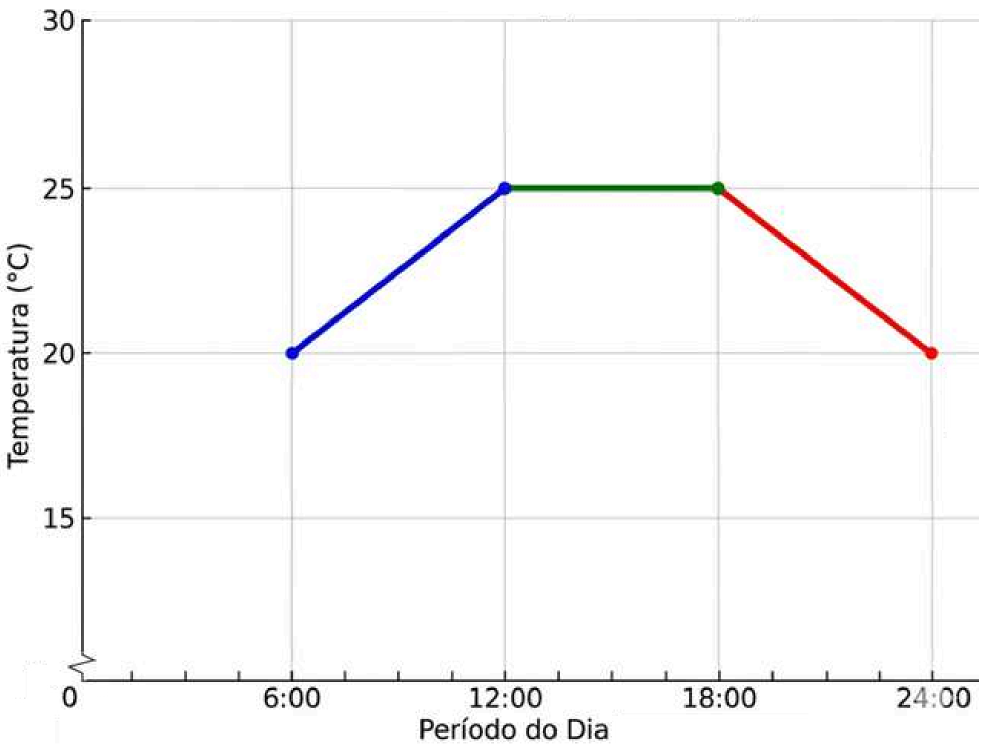
Exemplo: “A temperatura aumenta pela manhã, permanece constante à tarde e diminui à noite.”

Nesse caso, o gráfico deve apresentar:

- um trecho crescente;
- um trecho horizontal (constante);
- um trecho decrescente.

Observe o gráfico abaixo, que poderia representar o exemplo citado.

Variação da temperatura diária



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (Gemini, 2026)

Perceba que o gráfico apresentado não mantém o mesmo comportamento em todo o seu domínio. Em um primeiro momento, a grandeza temperatura cresce, depois permanece constante e, por fim, passa a decrescer. Situações como essa são descritas por **funções definidas por mais de uma sentença**, isto é, funções cuja lei de formação muda conforme o intervalo considerado da variável independente, que nesse exemplo é o tempo. Cada trecho do gráfico corresponde a uma expressão diferente, permitindo representar fenômenos reais que apresentam comportamentos distintos ao longo do tempo ou de outra grandeza.

FUNÇÕES DEFINIDAS POR MAIS DE UMA SENTENÇA

Em muitas situações reais, o comportamento da variável não é o mesmo o tempo todo. Nesses casos, utilizamos uma **função definida por mais de uma sentença**, também chamada de **função definida por partes**.

As funções definidas por partes ampliam a noção de uma única lei de formação. Em vez de uma única expressão válida para todos os valores de x, passam a ser consideradas diferentes expressões, cada uma aplicável a um intervalo específico do domínio da função. Dessa forma, o gráfico de uma função pode ser constituído por distintos trechos, como segmentos de reta, curvas exponenciais ou, ainda, apresentar descontinuidades entre determinados valores.

DEFINIÇÃO

Uma função f(x) é dita definida por mais de uma sentença quando sua lei de formação varia de acordo com o valor de x. Nesses casos, utiliza-se uma notação matemática específica para representar essa definição.

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x), & \text{se } x \text{ pertence ao intervalo } I_1 \\ f_2(x), & \text{se } x \text{ pertence ao intervalo } I_2 \\ \vdots & \\ f_n(x), & \text{se } x \text{ pertence ao intervalo } I_n \end{cases}$$

Em que:

- Cada $f_i(x)$ é uma função definida em um intervalo específico I_i ;
- Cada um dos intervalos I_i pode ser aberto, fechado ou semiaberto;
- A união dos intervalos I_1 ,I_2 , ... , I_n constitui o domínio da função.

Observe que cada “linha” da definição corresponde a uma sentença diferente e o símbolo de chave à esquerda indica que todas essas regras compõem uma única função.

O gráfico de uma função definida por partes é a reunião, em um mesmo plano cartesiano, dos gráficos de cada uma das funções $f_i(x)$.

APLICAÇÃO

1) Uma companhia de abastecimento de água adota, para residências, o sistema de cobrança descrito a seguir.

Tarifa 1	**Tarifa 2**
De 0 a 10 m³: cobra-se R$ 2,50 por m³.	Acima de 10 m³ até 20 m³: cobra-se R$ 3,50 por m³ excedente aos 10 m³ iniciais.

Tarifa 3
Acima de 20 m³ até 30 m³: cobra-se R$ 5,00 por m³ excedente aos 20 m³ iniciais.

Tarifa 4
Acima de 30 m³: cobra-se R$ 7,00 por m³ excedente aos 30 m³ iniciais.

De acordo com essas informações os funcionários da companhia construiram uma função que possibilita calcular o valor da fatura (v) conforme o consumo (c) em m³ de água.

$$v(c) = \begin{cases} 2{,}50c, & 0 \leq c \leq 10 \\ 25 + 3{,}50(c - 10), & 10 < c \leq 20 \\ 60 + 5{,}00(c - 20), & 20 < c \leq 30 \\ 110 + 7{,}00(c - 30), & c > 30 \end{cases}$$

Prezado(a) Professor(a),

ao construir a função por partes, destaque que, a partir do segundo intervalo, cada expressão inclui um valor inicial fixo, correspondente ao custo acumulado do intervalo anterior. É importante explicitar como esses valores são obtidos, para que os(as) estudantes compreendam o caráter cumulativo da função.

a) Determine o valor da fatura de uma pessoa que consuma 13 m³ de água e de uma família que consuma 32 m³ de água.

Resolução: Para resolver esse problema, devemos identificar em qual faixa de consumo cada valor se encaixa e aplicar a regra correspondente.

Caso 1: Consumo de 13 m³. Este consumo está na Tarifa 2, pois é um consumo compreendido entre 10 m³ e 20 m³. Para determinar o valor a pagar usamos a expressão da segunda faixa, atribuindo 13 ao valor da variável c.

$$v(13) = 25 + 3,50 \cdot (13 - 10) = 25 + 3,50 \cdot 3 = 25 + 10,50 = 35,50$$

Portanto, a pessoa pagará uma fatura de valor R$ 35,50.

Caso 2: Consumo de 32 m³. Este consumo está na Tarifa 4, pois é um consumo superior a 30 m³. Para determinar o valor a pagar usamos a expressão da quarta faixa, atribuindo 32 ao valor da variável c.

$$v(32) = 110 + 7,00 \cdot (32 - 30) = 110 + 7,00 \cdot 2 = 110 + 14 = 124$$

Logo, a família pagará uma fatura de R$ 124,00.

b) Contrua o gráfico da função que permite que a companhia de abastecimento de água calcule o valor da fatura de seus clientes.

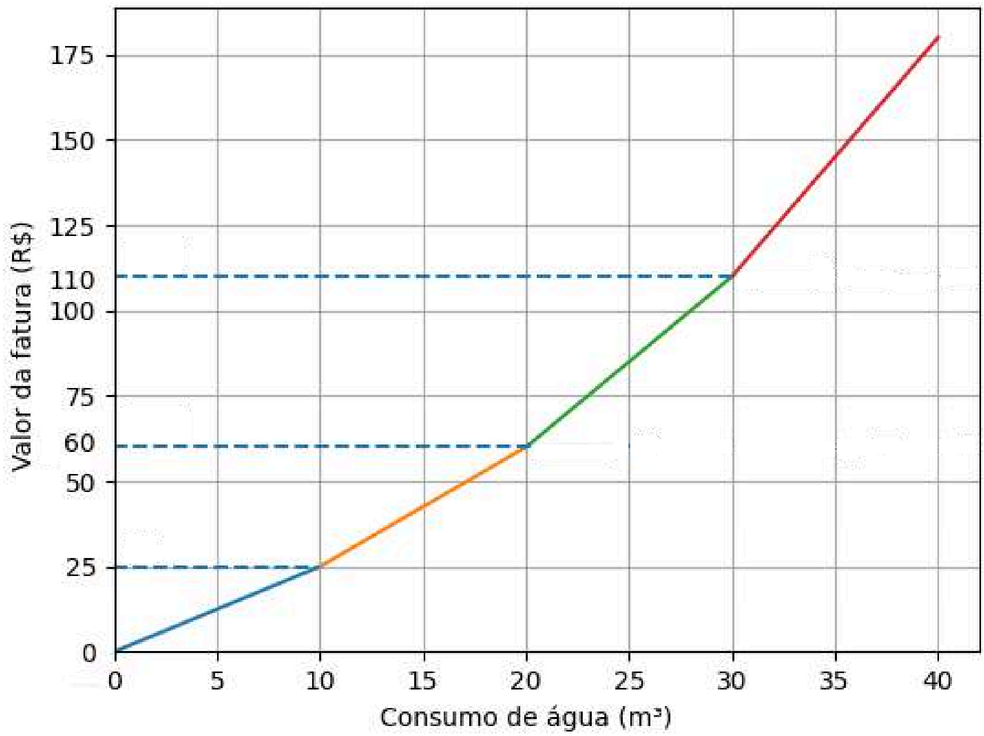
Resolução: Para compreender a natureza da função definida por partes, pode-se adotar diferentes abordagens para a construção do gráfico.

Uma opção é a criação de uma tabela de valores atribuindo valores para a variável c (consumo) em cada uma das faixas. É fundamental calcular os valores correspondentes aos "pontos de transição" (consumo igual a 10 m³, 20 m³ e 30 m³ para garantir a visualização das conexões entre os segmentos de reta.

Outra estratégia eficaz é demonstrar que o gráfico total é a junção de quatro funções afins distintas. Pode-se construir cada reta separadamente e depois destacar apenas o intervalo correspondente a cada tarifa.

Para uma visualização precisa, recomenda-se o uso softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra ou o Desmos.

Valor da fatura de água conforme consumo



Fonte: Imagem gerada por inteligência artificial (ChatGPT/OpenAI, 2026)

DO TEXTO AO GRÁFICO

Interpretar uma situação e identificar seu gráfico correspondente envolve uma habilidade importante: traduzir informações da linguagem verbal para a linguagem gráfica. Para isso leia atentamente o texto, identifique as grandezas envolvidas, determine qual depende da outra, observe o comportamento — cresce, diminui ou permanece constante — e, por fim compare as informações com o gráfico.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

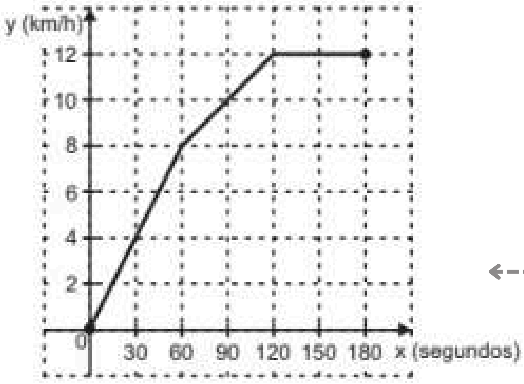
(AMA - 2024 - 1ª ed.) Um atleta realizou um treino de corrida na esteira que durou 180 segundos. Nos primeiros 60 segundos desse treino, a velocidade da esteira foi mantida em 8 km/h. Em seguida, a velocidade aumentou linearmente, durante 60 segundos, até atingir 12 km/h. Essa velocidade permaneceu constante no tempo restante desse treino.

O gráfico que representa a velocidade y da esteira, em quilômetro por hora, em função do tempo x, em segundo, desse treino está apresentado em

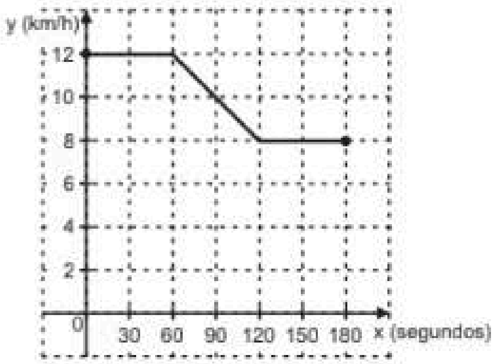
Comando

Alternativas

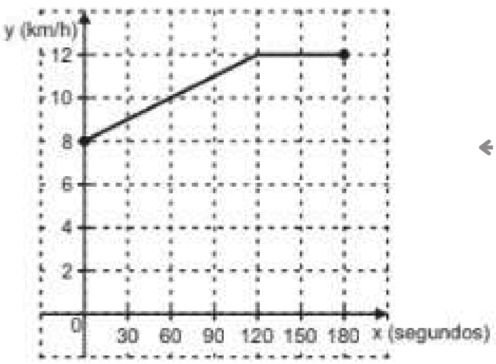
A)



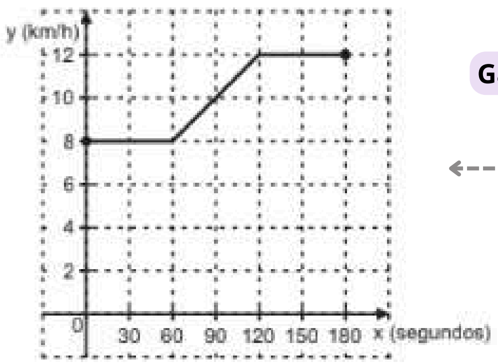
B)



C)

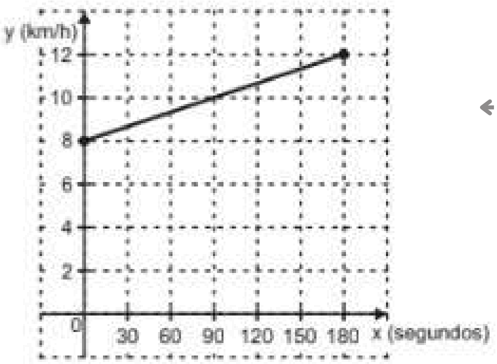


D)



Gabarito

E)



Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada no nível de desempenho **básico**. Mais especificamente, busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer o gráfico de uma função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto”.

A tarefa avaliada por esse item exige que o(a) estudante compreenda a relação entre uma situação descrita verbalmente e sua representação gráfica. Para isso, é necessário interpretar corretamente as três etapas do movimento descrito:

- Primeiro intervalo (0 a 60 s): velocidade constante de 8 km/h → trecho horizontal no gráfico;
- Segundo intervalo (60 a 120 s): aumento linear da velocidade até 12 km/h → trecho crescente (reta inclinada);
- Terceiro intervalo (120 a 180 s): velocidade constante de 12 km/h → novo trecho horizontal.

Assim, o estudante precisa articular conhecimentos sobre:
- leitura e interpretação de gráficos;
- identificação de crescimento linear;
- distinção entre trechos constantes e variáveis;
- associação entre grandezas (tempo x velocidade).

A alternativa correta (gabarito D) representa adequadamente essas três etapas, respeitando tanto os valores quanto aos intervalos de tempo descritos.

Os distratores revelam diferentes tipos de dificuldades:
- distrator A: pode indicar que o estudante reconhece crescimento e constância, mas tem dificuldade em identificar corretamente os intervalos em que cada variação ocorre e em relacionar o valor inicial do gráfico com o contexto do texto.

- distrator B: mostra uma diminuição da velocidade no trecho em que ela deveria aumentar. Esse distrator pode indicar dificuldade em interpretar o sentido da variação, confundindo aumento com diminuição, e em relacionar corretamente o valor inicial do gráfico ao contexto.
- distrator C: apresenta crescimento seguido por trecho contante, mas não respeita o comportamento inicial de constância, sugerindo dificuldade em interpretar corretamente o primeiro intervalo.
- distrator E: apresenta crescimento linear ao longo de todo o tempo. Indica que o estudante percebe que há aumento, mas ignora os trechos em que a velocidade permanece constante.

De modo geral, os(as) estudantes podem ter enfrentado dificuldades como: não distinguir entre grandezas constantes e variáveis em um gráfico; não interpretar a expressão "aumenta linearmente"; associar incorretamente o tempo descrito no texto com os intervalos no gráfico; foco apenas na tendência geral (aumenta/diminui), sem atenção aos detalhes da variação; confusão entre gráficos de crescimento contínuo e crescimento por etapas.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o conceito de função em contexto, destacando como situações do cotidiano podem ser representadas graficamente;
- Trabalhar com análise de gráficos por intervalos, incentivando a leitura "por partes" e não apenas global;
- Explorar atividades que envolvam a construção de gráficos a partir de descrições textuais e vice-versa;
- Reforçar o significado de termos como "constante" e "crescimento linear", utilizando exemplos visuais;
- Promover comparações entre gráficos semelhantes, discutindo o que muda em cada um;
- Utilizar recursos visuais (simulações, tabelas, esquemas) que auxiliem na transição entre linguagem verbal e gráfica.

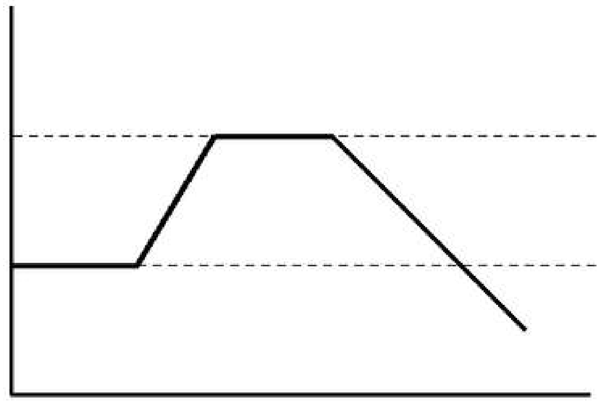
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Observe o gráfico abaixo, que representa a relação entre duas grandezas.



Analise as quatro situações descritas a seguir:

- Situação I: Um carro está trafegando por uma rua com escolas a uma velocidade constante de 30 km/h. Ao se distanciar das escolas, ele acelera até atingir uma velocidade constante de 60 km/h. Após alguns minutos mantendo essa velocidade, o motorista vê um sinal vermelho e freia o carro para que sua velocidade vá reduzindo até chegar ao sinal.
- Situação II: Um forno já estava ligado a uma temperatura baixa. O cozinheiro aumentou a potência para aquecê-lo até 200°C. A temperatura foi mantida constante enquanto o bolo assava. Ao final, o cozinheiro desligou o forno, e a temperatura começou a cair.
- Situação III: Uma cultura de bactérias começa com uma população estável. Após a adição de nutrientes, a população cresce rapidamente. Em seguida, os nutrientes se estabilizam e a população para de crescer, mantendo-se constante. Por fim, devido à falta de espaço, a população começa a diminuir.
- Situação IV: Uma loja abre o dia com 10 produtos na prateleira. Logo na primeira hora, todos os produtos são vendidos de uma vez. A prateleira fica vazia por horas até que o repositor chega e coloca 50 novos produtos de forma imediata.

Com base no gráfico e nas situações descritas, responda:

a) Quais situações (I, II, III ou IV) podem ser representadas pelo comportamento gráfico apresentado?

b) Identifique a situação que NÃO pode ser representada por este gráfico e justifique sua resposta com base na análise das grandezas envolvidas.

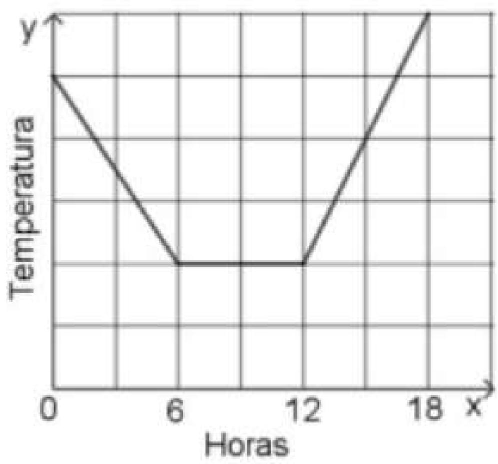
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) O(A) estudante deve identificar as situações I, II e III. Todas elas seguem a lógica: estado inicial constante → aumento gradual → estado de estabilidade → diminuição gradual.

b) A situação que não pode ser representada pelo gráfico é a IV. Nessa situação IV, as mudanças ocorrem de forma "imediata" ou inversa ao gráfico. O gráfico mostra uma constância inicial positiva, enquanto a situação IV descreve uma perda total de estoque (queda) logo no início. Além disso, o gráfico mostra um crescimento gradual (subida inclinada), enquanto a reposição "imediata" de estoque seria representada por uma linha vertical, e não inclinada.

ATIVIDADE 2

(SAEPE - 2018 - Adaptada) O gráfico abaixo apresenta a variação da temperatura em uma determinada cidade ao longo de 18 horas de um dia, iniciando à meia-noite.



Analise as três situações hipotéticas descritas a seguir:

I: "A temperatura caiu de forma constante durante as primeiras 6 horas. Após esse período, o clima se manteve estável até o meio-dia, quando então a temperatura voltou a subir de forma acelerada."
II: "Durante a madrugada, houve uma queda na temperatura. A partir das 6 horas, o dia começou a esquentar gradativamente, mantendo-se em elevação constante até o final da tarde."
III: "Nas primeiras 6 horas do dia, a temperatura permaneceu sem variações. Das 6h às 12h, os termômetros registraram uma queda brusca e, somente após as 12h, a temperatura se estabilizou e permaneceu constante."

Com base no gráfico e nas situações descritas:
a) Identifique qual das situações (I, II ou III) representa corretamente o comportamento do gráfico apresentado.
b) Para as duas situações que você não escolheu, explique detalhadamente quais partes do texto estão em desacordo com o que é mostrado visualmente no gráfico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

a) O(A) estudante deve identificar a situação I como a correta.

b) Na situação II o erro está na afirmação de que a temperatura começou a esquentar a partir das 6 horas. O gráfico mostra que, entre o intervalo de x = 6 e x = 12 (manhã), a temperatura permaneceu constante (linha horizontal), não havendo elevação nesse período. Na situação III a descrição apresentada é completamente diferente do que é mostrado no gráfico. Ela afirma que houve estabilidade no início (o gráfico mostra queda), queda no meio (o gráfico mostra estabilidade) e estabilidade no fim (o gráfico mostra subida). O(A) estudante deve apontar que o trecho horizontal do gráfico ocorre no meio (das 6h às 12h) e não no início ou no fim.

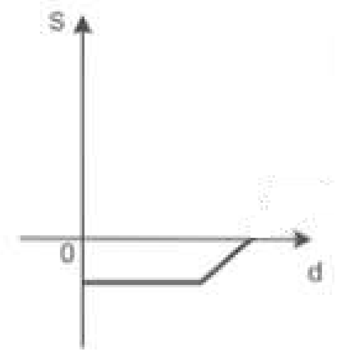
ATIVIDADE 3

(M100243ES - Adaptada) Rogério é professor da rede estadual e recebe seu salário no último dia útil de cada mês. Ele decidiu monitorar a saúde financeira de sua conta bancária ao longo do mês de maio e, para isso, começou a esboçar um gráfico que relaciona o saldo de sua conta com os dias do mês. Após receber seu salário no final do mês de abril, algumas contas agendadas foram debitadas e Rogério iniciou o mês de maio com saldo negativo. O professor passou alguns dias sem realizar qualquer tipo de movimentação (saques ou depósitos) e, por fim, recebeu alguns pagamentos extras e fez um depósito de valor exato para que seu saldo se tornasse nulo. No plano cartesiano, construa um gráfico que represente a evolução do saldo de Rogério no mês de maio de acordo com o texto.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

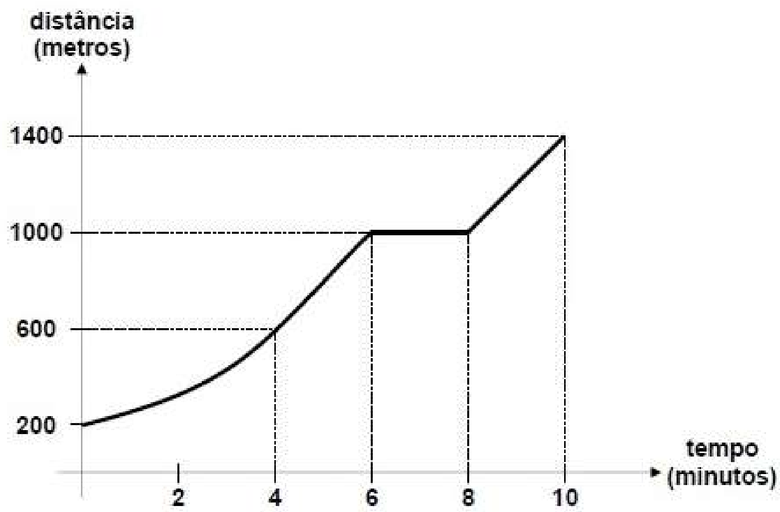
Para que a questão seja considerada correta, o gráfico desenhado pelo(a) estudante deve apresentar as seguintes características geométricas:

- Parte 1 (Início): A linha deve começar ou estar posicionada abaixo do eixo x (na região negativa do eixo y), representando o saldo devedor.
- Parte 2 (Estabilidade): Deve haver um segmento de reta horizontal (paralela ao eixo x). Isso indica que, conforme o tempo (dias) passou, o valor do saldo (y) não se alterou.
- Parte 3 (Final): A linha deve ter uma inclinação ascendente (subida) até tocar exatamente o eixo x. No ponto em que a linha toca o eixo horizontal, o valor de y é igual a zero, representando o saldo nulo.



ATIVIDADE 4

(UFPR - 2012 - Adaptada) O gráfico abaixo foi gerado por um computador durante um teste de esforço físico, registrando a distância percorrida por um indivíduo em uma esteira ao longo de 10 minutos.



Analise as três descrições abaixo sobre o comportamento do indivíduo durante o teste:
I: "O indivíduo começou o teste com uma caminhada leve. Entre os minutos 6 e 8, ele aumentou sua velocidade significativamente para alcançar a marca de 1000 metros e, nos dois minutos finais, manteve um ritmo constante até atingir 1400 metros."
II: "O indivíduo iniciou o teste aumentando sua velocidade gradualmente. Do minuto 6 ao minuto 8, ele parou de caminhar para descansar, mantendo a distância já percorrida. Após o minuto 8, ele voltou a caminhar com velocidade constante até o fim do teste."
III: "O indivíduo manteve a mesma velocidade do início ao fim do teste. A inclinação da reta mostra que não houve paradas e nem mudanças de ritmo, percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempo iguais durante os 10 minutos."

Com base no gráfico e nas descrições, responda:
a) Qual dos textos (I, II ou III) descreve corretamente a situação representada no gráfico?
b) Justifique por que os outros dois textos estão incorretos, utilizando os dados de tempo (eixo x) e distância (eixo y) para fundamentar sua resposta.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) O(A) estudante deve identificar a descrição II como a correta.

b) A descrição I afirma que houve aumento de velocidade entre os minutos 6 e 8. O gráfico contradiz isso, pois mostra um segmento horizontal nesse intervalo. Em um gráfico de distância x tempo, uma linha horizontal indica que a distância não mudou (o indivíduo estava parado ou a esteira foi pausada). Na descrição III, o texto afirma que a velocidade foi a mesma durante todo o teste (movimento uniforme). O gráfico mostra o contrário: há uma curva no início (aceleração), um patamar horizontal (parada) e segmentos com inclinações diferentes, indicando mudanças de ritmo.

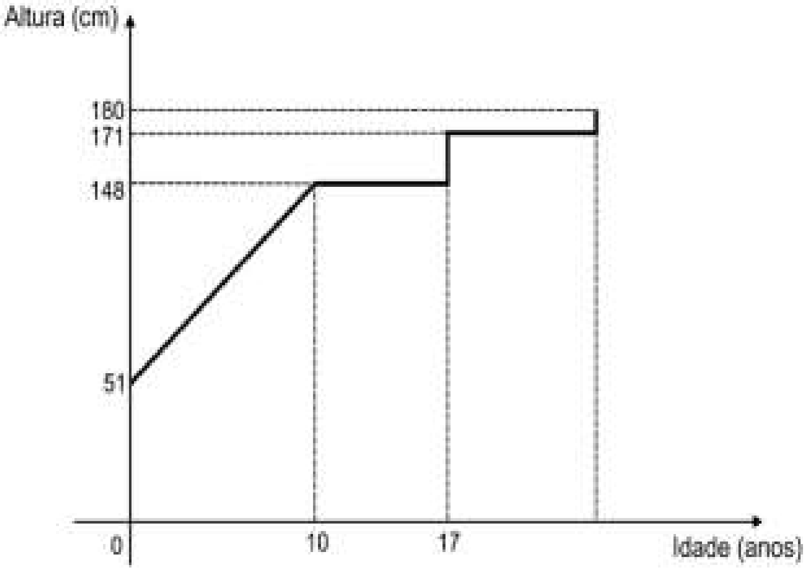
ATIVIDADE 5

(ENEM - 2010 - Adaptada) Acompanhando o crescimento do filho, um casal constatou que:

- De 0 a 10 anos, a variação da altura se dava de forma mais rápida.
- Dos 10 aos 17 anos, o crescimento continuou, mas de forma mais lenta.
- A partir dos 17 anos, essa variação passava a ser cada vez menor, até se tornar imperceptível.

Para ilustrar essa situação, o casal tentou esboçar um gráfico relacionando a altura do filho com a idade.

Analise o gráfico abaixo e responda:



a) O gráfico construído pelos pais não representa corretamente o desenvolvimento do filho. Explique o porquê, descrevendo o que estaria acontecendo com a altura desse jovem na vida real se o crescimento seguisse exatamente esse modelo apresentado no gráfico.

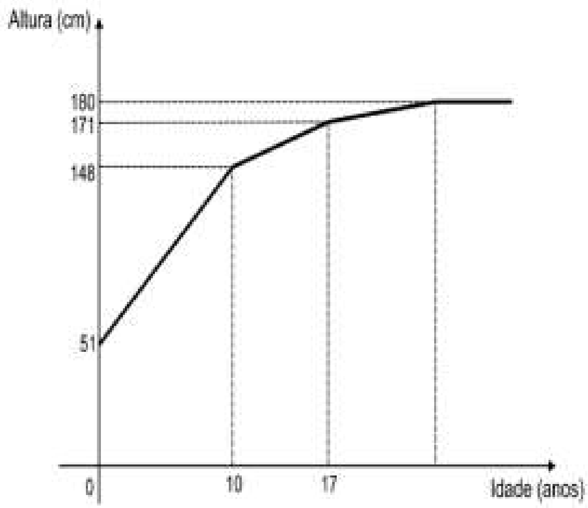
b) Com base nas informações do texto, esboce em seu caderno o gráfico que representaria corretamente a evolução da altura do filho, indicando as mudanças de inclinação nos pontos de 10 e 17 anos.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) O(A) estudante deve identificar que o gráfico representa um crescimento descontínuo. Ele deve perceber que, nesse gráfico, a criança passaria meses ou anos sem crescer absolutamente nada (linhas horizontais) e, de repente, ganharia vários centímetros de forma instantânea (linhas verticais) no dia do seu aniversário, por exemplo. Na biologia humana, o crescimento é contínuo (gradual), e não em saltos.

b) O gráfico correto deve ser uma linha poligonal ou curva ascendente com as seguintes características:

- 0 a 10 anos: Uma reta com inclinação acentuada (subida íngreme).
- 10 a 17 anos: Uma reta com inclinação menor (menos íngreme que a primeira), indicando que o crescimento continua, mas em ritmo reduzido.
- Após 17 anos: A linha deve começar a se "achatar", tendendo a uma linha horizontal (estabilização da altura).

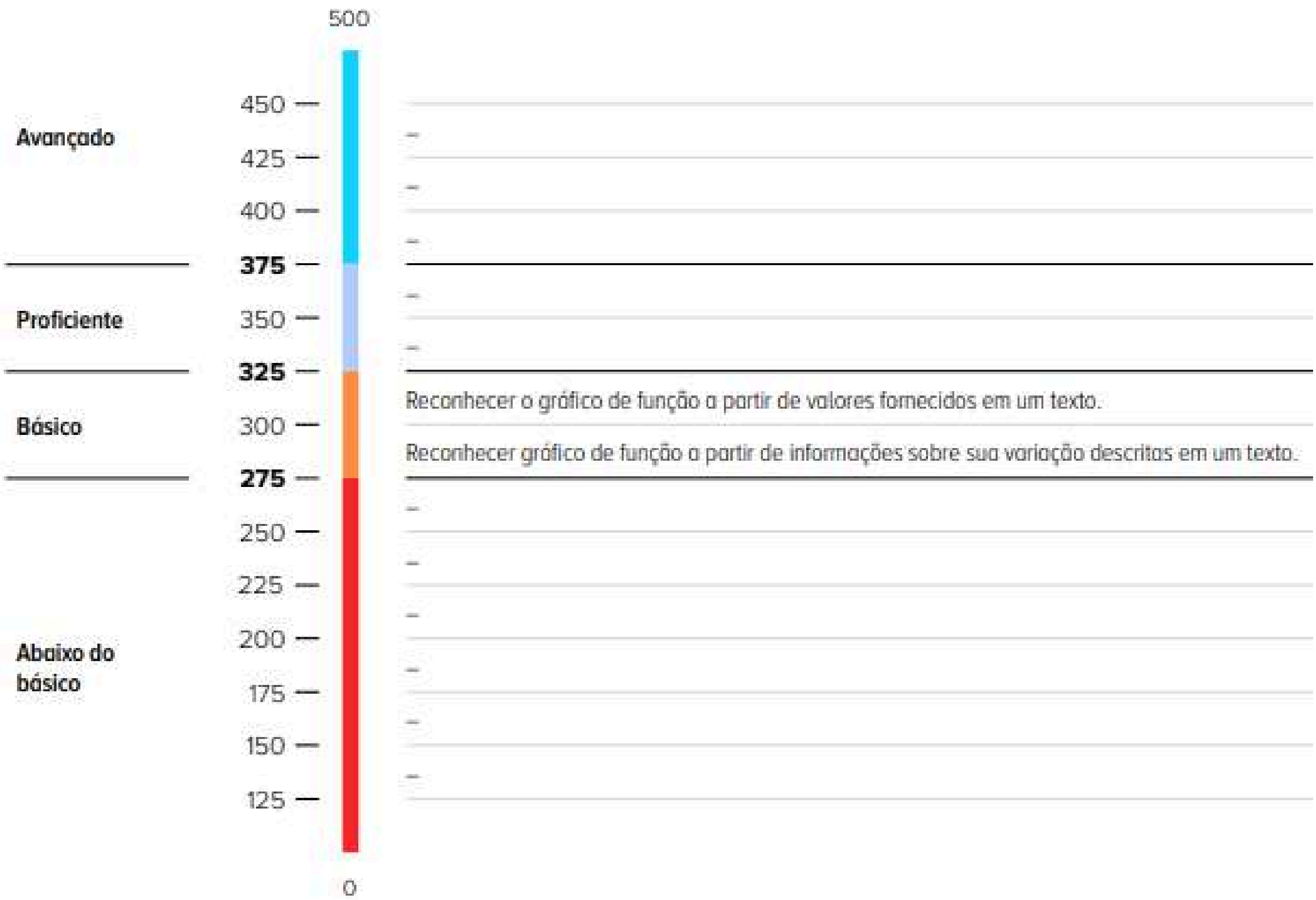


De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

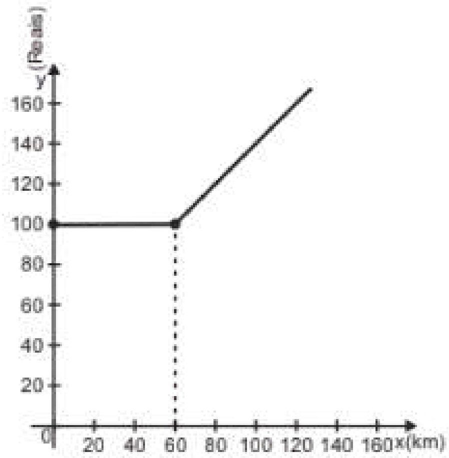
D082_M *Identificar o gráfico que representa uma situação descrita em um texto.*



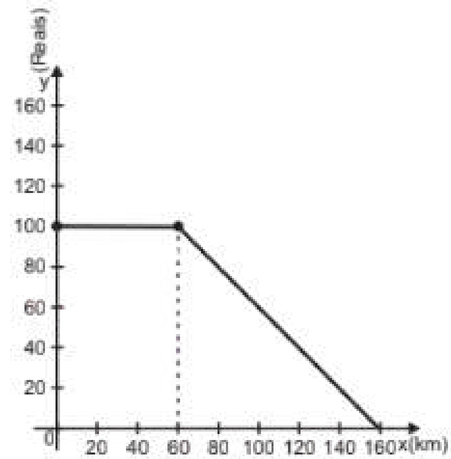
ITEM 1 - Básico

(AMA 2025 - 2ª ed. M008321) Pedro é motorista particular e cobra um valor fixo de R$ 100,00 para viagens em que são percorridos até 60 km de distância. Caso o trajeto percorrido na viagem seja superior a essa distância, é cobrado, além desse valor fixo, um valor adicional de R$ 1,00 para cada quilômetro que foi percorrido a mais. Para facilitar a compreensão desse método de cálculo de preços pelos clientes, Pedro irá elaborar um gráfico que representa os valores a serem cobrados pela viagem em função da distância total percorrida. Um gráfico que atende ao objetivo de Pedro é

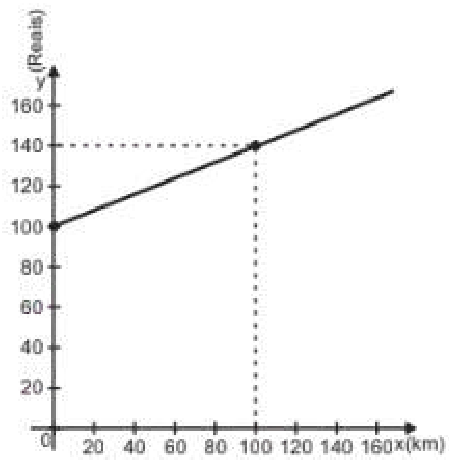
A)



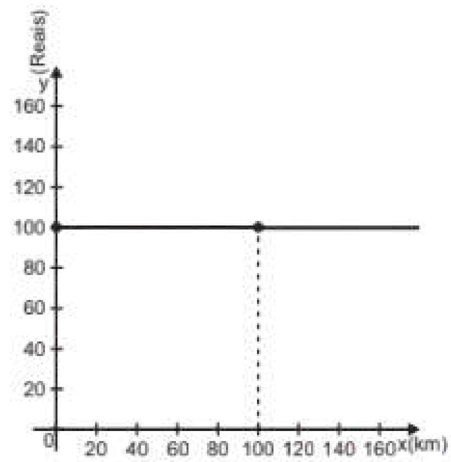
B)



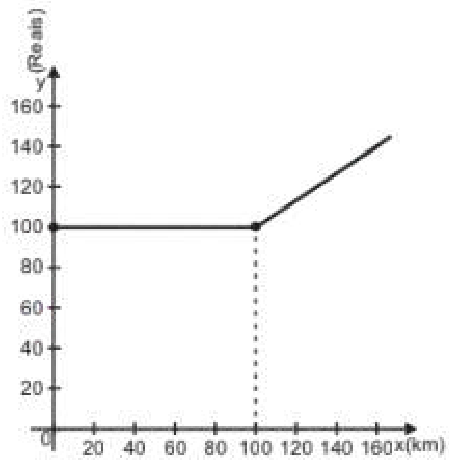
C)



D)



E)



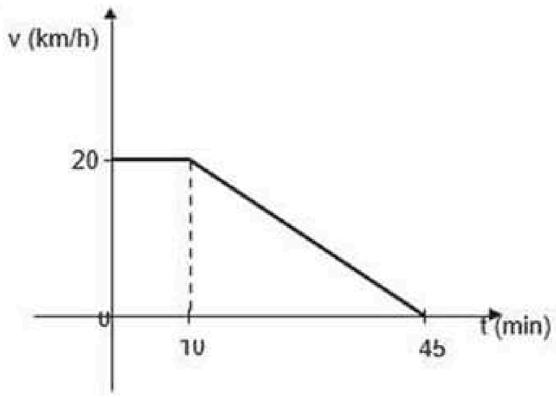
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto".

Gabarito: A

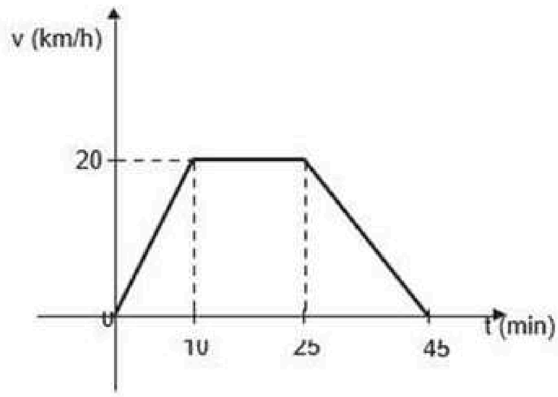
ITEM 2 - Básico

(PAEBES 2022) Em um determinado feriado, Augusto resolveu visitar sua mãe de bicicleta. Ele partiu do repouso, de sua casa, com destino a casa de sua mãe. Nos primeiros 10 minutos, ele aumentou a velocidade de sua bicicleta de forma linear, até atingir 20 km/h, mantendo essa velocidade constante nos 15 minutos seguintes da viagem. Passados esses 25 minutos, devido às condições da estrada, Augusto começou a diminuir sua velocidade, também de forma linear, até concluir seu trajeto e chegar à casa de sua mãe. Ele gastou um tempo total de 45 minutos nesse percurso. O gráfico que melhor representa a situação descrita nesse texto é

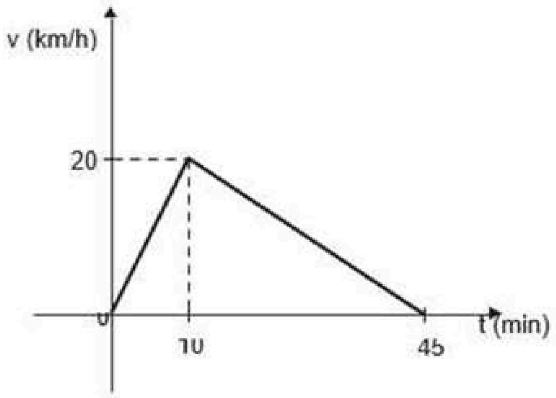
A)



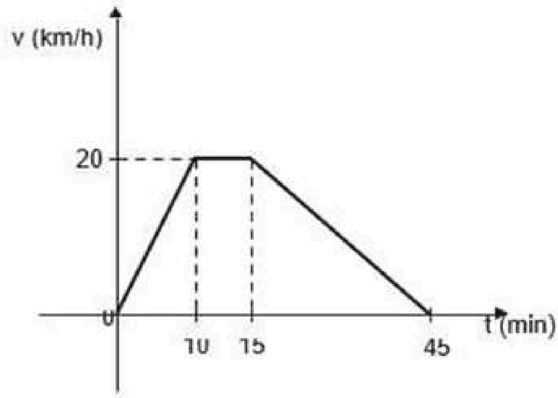
B)



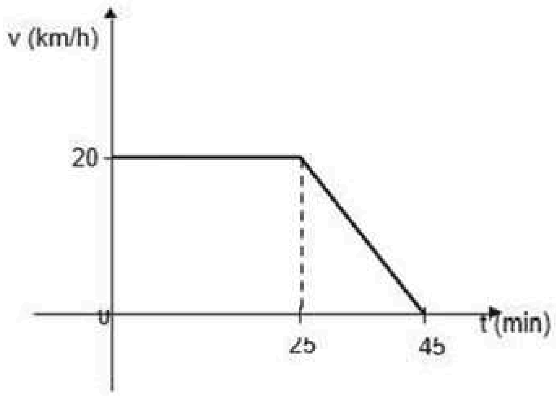
C)



D)



E)



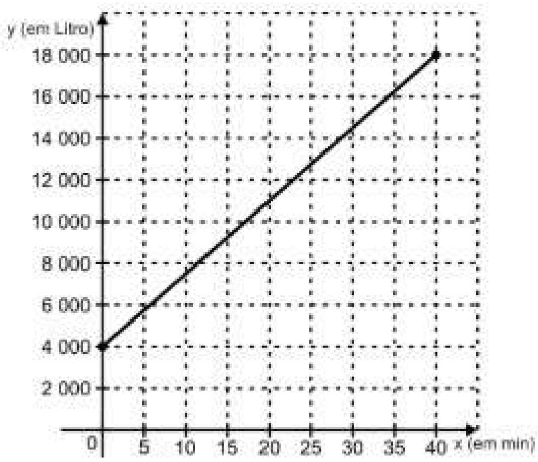
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto”.

Gabarito: B

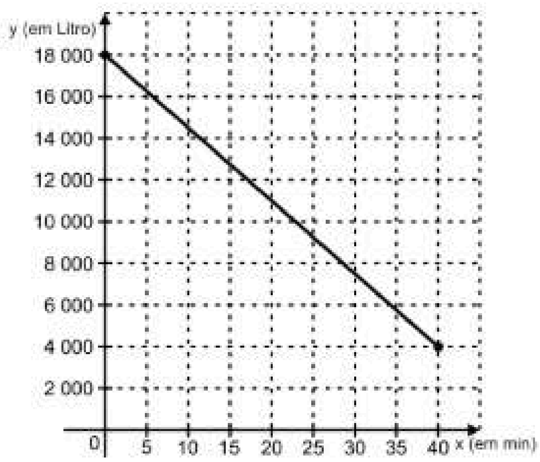
ITEM 4 - Básico

(AMA 2024 - 1 ed. M101597H6) Geraldo contratou o serviço de um caminhão-pipa para abastecer o reservatório de seu sítio. Antes de iniciar o abastecimento, esse reservatório possuía 4 000 litros de água em seu interior. O abastecimento ocorreu em 40 minutos, descarregando um total de 14 000 litros de água de forma contínua e com a mesma vazão. Durante esse abastecimento, não houve retirada de água desse reservatório. Qual é o gráfico que representa a quantidade y de litros de água nesse reservatório em função do tempo x, em minutos, em que o abastecimento foi feito?

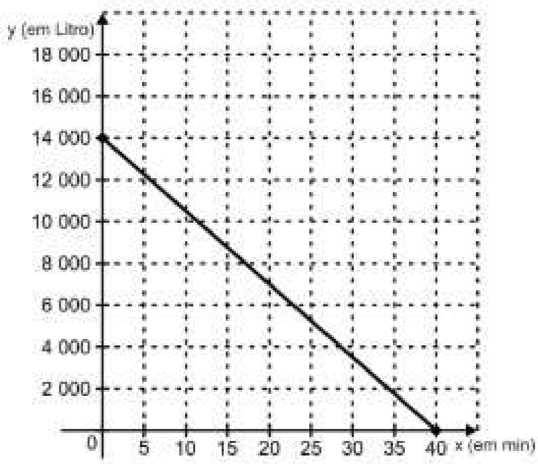
A)



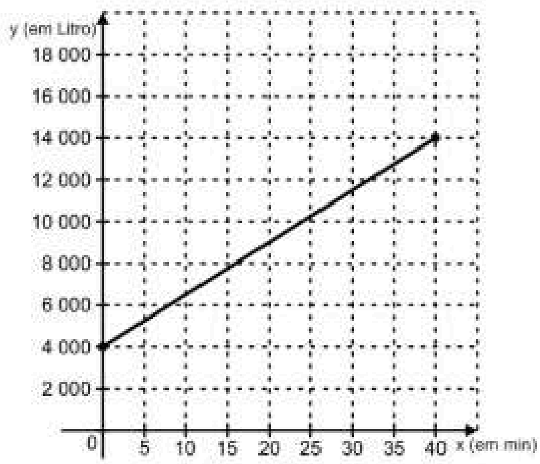
B)



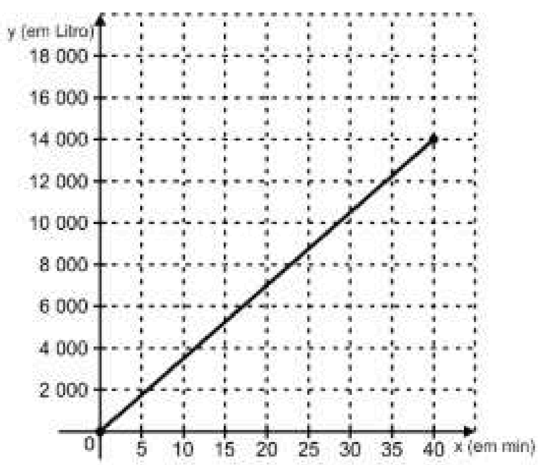
C)



D)



E)

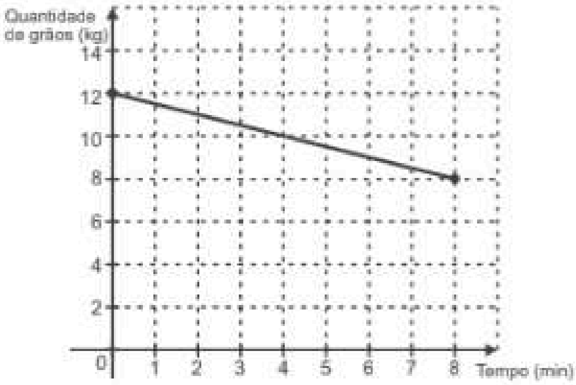


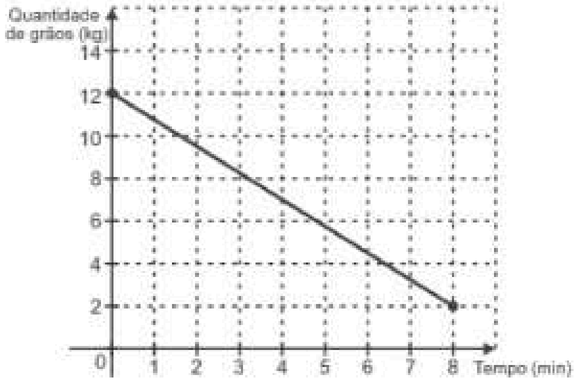
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto”.

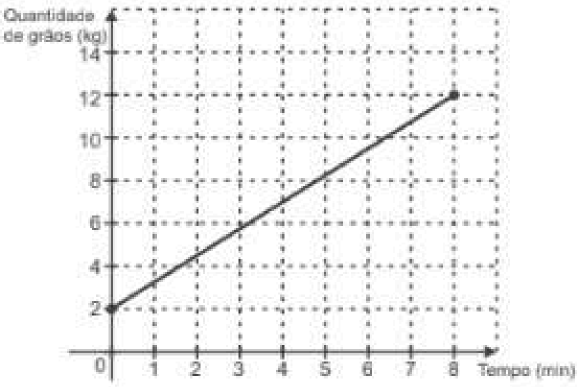
Gabarito: A

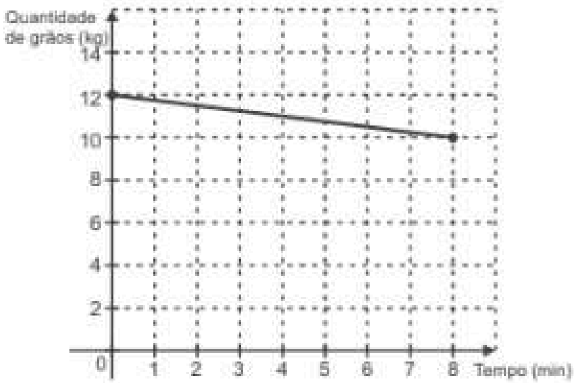
ITEM 5 - Básico

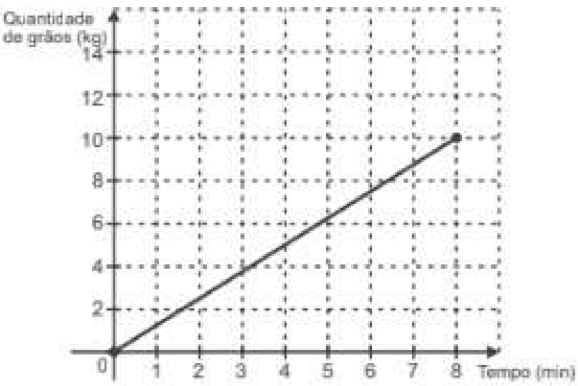
(AMA 2024 - 1 ed. M00058608) Uma máquina processadora de grãos faz a moagem de 10 kg de trigo em um tempo de 8 minutos. Após o início do processo de moagem, a quantidade de grãos, em quilograma, no reservatório dessa máquina decai de modo linear, em função do tempo de moagem. No seu último processamento, foram inseridos 12 kg de grãos de trigo em seu reservatório. O gráfico que representa a quantidade de trigo no reservatório dessa máquina, em quilograma, após iniciada a moagem em seu último processamento, está apresentado em

A)


B)


C)


D)


E)


Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto".

Gabarito: B

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

No tópico Álgebra Intermediária - Parte I, a Unidade 10 "Funções modulares e funções definidas por partes", traz vídeos e exercícios comentados sobre conteúdos contemplados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

No tópico Matemática EM - Álgebra 2, a Unidade 5 "Funções definidas por partes", traz vídeos, exercícios comentados e diversas situações nas quais ocorrem funções definidas por partes. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

Brasil. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Provas e gabaritos. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acesso em: 08 abr. 2026.

CAEd/UFJF (Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação). Avaliação e monitoramento – Pernambuco. Disponível em: <https://avaliacaoemonitoramentopernambuco.caeddigital.net/#!/biblioteca>. Acesso em: 09 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. *PAEBES 2025: revista da escola – equipe pedagógica: matemática*. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 25 mar. 2026.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto & aplicações: ensino médio*. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inês. *Ser protagonista: matemática e suas tecnologias: números e álgebra: ensino médio*. São Paulo: Edições SM, 2020.

BALESTRI, Rodrigo. *Matemática: interação e tecnologia*. v. 1. 2. ed. São Paulo: Leya, 2016.

EDITORA MODERNA (Org.). *Moderna Superação! Matemática: volume 1*. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

Detalhando o descritor

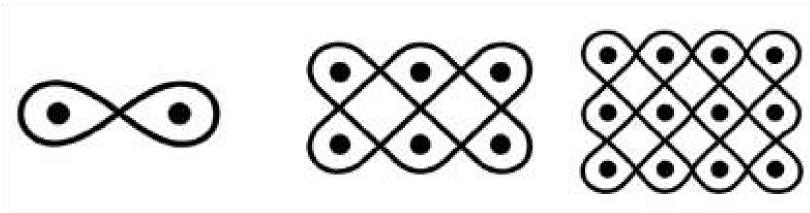
D096_M *Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.*

SEQUÊNCIAS

IDENTIFICANDO PADRÕES

Produzidos tradicionalmente por líderes e homens do povo *Tchokwe*, na África, os *sona* são traçados na areia que funcionam como veículos de memória e cultura, usados para ilustrar desde cenas de caça e objetos comuns até figuras da mitologia local. A técnica consiste em marcar uma grade de pontos equidistantes que servem de guia para uma linha contínua, traçada sem tocar os pontos e seguindo determinadas regras.

Os desenhos *sona* abaixo, por exemplo, seguem um padrão sequencial definido por uma regra única. Note que o total de pontos em cada matriz depende diretamente da posição que o desenho ocupa na série.



Fonte: imagem gerada por IA.

Assim, o 1º desenho possui uma fileira com dois pontos; no 2º desenho há duas fileiras com três pontos em cada uma; e assim por diante até que, por exemplo, a sétima figura terá sete fileiras com oito pontos em cada uma.

Prezado(a) Professor(a),

no vídeo “Geometria Sona: técnicas matemáticos do continente africano | Mwana Afrika Oficina Cultural”, é possível encontrar mais informações sobre o assunto clicando AQUI ou fazendo a leitura do *QR Code* ao lado.

A estrutura de padrões observada nos *sona* demonstra como sequências lógicas podem ser utilizadas para organizar informações e narrativas. Esse princípio de ordenação vai além das criações culturais e encontra um paralelo direto na Sequência de Fibonacci. Enquanto o povo *Tchokwe* articula pontos e linhas para registrar sua memória, diversos elementos da natureza utilizam uma sucessão numérica para orientar o seu crescimento, a Sequência de Fibonacci.

Cada novo termo da Sequência de Fibonacci é gerado pela soma dos dois números anteriores (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), estabelecendo um ritmo de expansão que se manifesta na curvatura de conchas marinhas, na distribuição das pétalas de uma flor ou na organização das sementes de um girassol, dentre outros.

Disponível em: https://museum.cornell.edu/nature-and-math-the-fibonacci-sequence/. Acesso em: 30 mar. 2026.

Seja no traçado sobre a areia ou no desenvolvimento de uma planta, o que se observa é a aplicação de sequências como um recurso prático para estabelecer equilíbrio e eficiência em diferentes contextos.

Intuitivamente, uma sequência nada mais é do que uma lista de elementos (números, objetos, nomes ou figuras) organizados em uma ordem específica que segue uma lógica ou regra. Diferente de um "conjunto" (onde a ordem não importa), na sequência, a posição de cada termo é fundamental. Se você muda a ordem, você muda a sequência ou perde o sentido da informação.

Prezado(a) Professor(a),

para mais informações sobre a sequência de Fibonacci, assista ao vídeo "O que é a sequência de Fibonacci e por que é chamada de código secreto da natureza'", clicando AQUI ou fazendo a leitura do *QR Code* ao lado.

SEQUÊNCIA NUMÉRICA

Uma sequência numérica (a_n) é entendida como uma função que associa cada número natural positivo n (que representa a posição) a um número real a_n (o valor do termo em si). Por exemplo, na sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...), temos que:

a_1 = 1 é o primeiro termo;
a_2 = 1 é o segundo termo;
a_3 = 2 é o terceiro termo;
a_4 = 3 é o quarto termo, e assim por diante.

Uma sequência é representada genericamente da seguinte maneira:

$$\left(a_1, a_2, a_3, a_4, \cdots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \cdots\right)$$

Sequência Finita:
É aquela que possui um número limitado de termos. É uma função cujo domínio é um conjunto definido por {1, 2, 3, ..., n}, em que n é um número natural não nulo. Exemplo: a sequência dos cinco primeiros números quadrados perfeitos positivos (1, 4, 9, 16, 25).

Sequência Infinita:
É aquela cujos termos se estendem indefinidamente. Seu domínio é o conjunto dos números naturais não nulos ($\mathbb{N}$*). É representada com reticências ao final. Exemplo: a sequência dos números pares positivos (2, 4, 6, 8, ...).

Prezado(a) Professor(a),

neste momento, é importante retomar os conceitos de noções de função, como, por exemplo, a definição de função, de domínio e de imagem. Para isso, o material referente à habilidade EF09MA06 pode ser consultado clicando AQUI ou fazendo a leitura do *QR Code* ao lado.

DETERMINAÇÃO DOS TERMOS DE UMA SEQUÊNCIA

A seguir, são apresentadas duas maneiras de se determinar os elementos de uma sequência numérica: por recorrência e pelo termo geral.

Recorrência

Dizemos que uma sequência é recursiva, ou seja, é estabelecida por recorrência, quando a regra para encontrar um novo elemento depende diretamente dos valores que o antecedem, sendo necessário conhecer previamente o primeiro termo (ou um grupo inicial de termos) para dar continuidade à lista. Na sequência de Fibonacci, por exemplo, temos que:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \end{cases}$$

em que n é um número natural maior do que ou igual a 3.

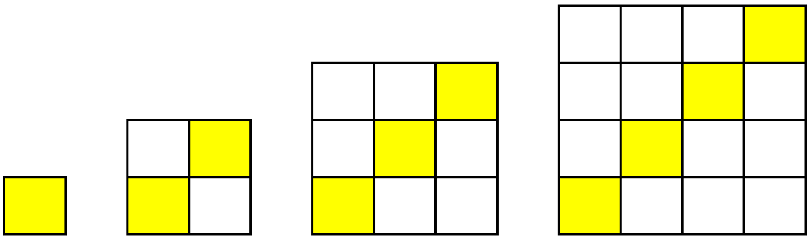
Para descobrir a regra de uma sequência definida por recorrência a partir de seus termos, é preciso analisar a relação aritmética ou lógica entre um elemento (a_n) e os seus antecessores ($a_{n-1}, a_{n-2}, \cdots$).

Termo geral

Dizemos que uma sequência possui uma definição não recursiva quando é possível calcular o valor de qualquer elemento diretamente, por meio de sua lei de formação, ou termo geral, bastando saber sua posição (n), sem que o resultado dependa de termos anteriores. Por exemplo, na sequência (1, 4, 9, 16, 25, ...), a função que estabelece uma correspondência entre todo número inteiro positivo e o seu próprio valor elevado à segunda potência é $f(n) = n^2$.

Para se obter a lei de formação, ou o termo geral, de uma sequência, é necessário identificar o padrão ou a regularidade matemática que relaciona a posição de cada termo (n) ao seu respectivo valor (a_n).

Exemplo:
Analise a sequência de figuras apresentada a seguir.



Agora,
a) determine a quantidade de quadradinhos brancos da 7ª figura da sequência.,

b) elabore uma expressão matemática que possibilite determinar o número de quadradinhos brancos em função da posição *n* da figura na sequência.

Resolução:
a) Note que a quantidade de quadradinhos brancos é dada pela diferença entre a quantidade total de quadradinhos e o número de quadradinhos amarelos (diagonal). Além disso, a posição da figura indica a medida do lado do quadrado maior em função do lado do quadradinho menor. Assim, a figura 7 será composta por $7^2 = 49$ quadradinhos ao todo, sendo 7 deles amarelos. Logo, o número de quadradinhos brancos da 7ª figura será 49 - 7 = 42.

b) Representando por n a posição da figura e Q_n a quantidade de quadradinhos brancos, temos:

$$Q_n = n^2 - n \quad \text{ou} \quad Q_n = n \cdot (n-1)$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

INTRODUÇÃO

A matemática do cotidiano muitas vezes se manifesta por meio de intervalos constantes. Quando observamos fenômenos que se repetem ou evoluem mantendo sempre a mesma "distância" ou o mesmo intervalo de tempo entre um evento e outro, estamos diante de uma progressão aritmética.

Um exemplo visual clássico é a técnica de *stop-motion*. O *stop-motion* ("movimento parado") cria a ilusão de fluidez ao sequenciar fotografias de objetos com leves alterações de posição. Por ser uma técnica minuciosa, exige um volume imenso de capturas. Para compor os 101 minutos de exibição da produção britânico-americana *“A Fuga das Galinhas: A Ameaça dos Nuggets”*, de 2023, o filme manteve o padrão de 24 capturas fotográficas para cada segundo de animação. Assim, a sequência (24, 48, 72, ...) indica o número de fotografias a_n utilizadas para produzirem n segundos de animação.

No esporte, as sequências também marcam o tempo. A Copa do Mundo de Futebol, por exemplo, ocorre tradicionalmente a cada 4 anos. Exceto por interrupções históricas, os anos das edições (1930, 1934, 1938...) formam uma sequência onde o intervalo fixo é de 4 anos.

Já na astronomia, o Cometa *Halley* nos visita em intervalos de aproximadamente 75 a 76 anos. Embora a gravidade dos planetas possa causar pequenas variações, ele é um dos exemplos mais famosos de um evento cíclico que se comporta como uma sequência previsível ao longo dos séculos. Registrada pela última vez em fevereiro de 1986, a próxima passagem visível do cometa deve ocorrer em 2061, permitindo que novas gerações observem o célebre astro a olho nu.

Em todos esses casos, em que há acréscimos ou decréscimos constantes, ou ainda quando os valores se mantêm invariáveis, temos progressões aritméticas. A seguir, exploraremos como essa regularidade de acréscimos/decréscimos ou de manutenção de valor define o comportamento desse tipo de sequência. Identificaremos o padrão que conecta cada termo de uma progressão aritmética e utilizaremos ferramentas matemáticas para prever valores futuros desse tipo de sequência sem precisar listar termo por termo.

DEFINIÇÃO

Uma **Progressão Aritmética** (P.A.) caracteriza-se como uma sequência numérica em que a diferença entre qualquer termo (exceto o primeiro) e o seu antecessor permanece invariável. Essa diferença fixa, que determina o ritmo de crescimento ou de decréscimo da sequência, é denominada razão e costuma ser identificada pela letra r. A seguir, temos a representação genérica:

$$(a_1 \overset{+r}{\frown} a_2 \overset{+r}{\frown} a_3 \overset{+r}{\frown} a_4 \overset{+r}{\frown} a_5 \overset{+r}{\frown} a_6, \ldots, a_n, \ldots)$$

Exemplos:

a) $(-16, -11, -6, -1, 4, 9)$ é uma PA de razão $r = 5$.

b) $(7,1; 7,8; 8,5; 9,2; \ldots)$ é uma PA de razão $r = 0,7$.

c) $(4, 4, 4, 4, 4, \ldots)$ é uma PA de razão $r = 0$.

d) $(2, \frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2}, -1, \ldots)$ é uma PA de razão $r = -\dfrac{1}{2}$.

Para encontrar o valor da razão, escolha um termo da sequência (a partir do segundo) e subtraia dele o termo que vem logo antes. Assim,

$$r = a_n - a_{n-1}$$

Se conhecemos dois termos quaisquer da sequência, chamados de a_p e a_k , a razão é a variação total dividida pela distância entre suas posições:

$$r = \frac{a_p - a_k}{p - k}$$

Exemplos:

e) Conhecendo-se o segundo e o quinto termos de uma progressão aritmética (__, 7, __, __, 19, ...), por exemplo, podemos calcular a razão da seguinte maneira:

$$r = \frac{a_5 - a_2}{5 - 2} = \frac{19 - 7}{5 - 2} = \frac{12}{3} = 4$$

Assim, temos a seguinte progressão aritmética:

$$(3 \overset{+4}{\frown} 7 \overset{+4}{\frown} 11 \overset{+4}{\frown} 15 \overset{+4}{\frown} 19 \overset{+4}{\frown} 23, \ldots)$$

f) Determine o valor de x de modo que a sequência $(x+2, 2x+1, 12)$ seja uma progressão aritmética. Em seguida, escreva os termos dessa sequência.

Resolução:
Para que a sequência $(x+2, 2x+1, 12)$ seja uma P.A., devemos ter:

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$12 - (2x+1) = (2x+1) - (x+2)$$

$$12 - 2x - 1 = 2x + 1 - x - 2$$

$$11 - 2x = x - 1$$

$$x = 4$$

Logo, os termos dessa progressão aritmética são (6, 9, 12).

No exemplo a seguir, vale notar que o desenvolvimento da solução passa pela resolução de uma equação polinomial do segundo grau.

g) Determine os possíveis valores de $x \in \mathbb{R}$, de modo que a sequência

$$(x+1, 3x-1, x^2+1)$$

forme, nesta ordem, uma Progressão Aritmética. Após encontrar os valores de x, escreva as sequências numéricas correspondentes.

Resolução:
Considerando que a diferença entre dois termos consecutivos de uma P.A. é sempre constante, temos:

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$(x^2+1) - (3x-1) = (3x-1) - (x+1)$$

$$x^2 + 1 - 3x + 1 = 3x - 1 - x - 1$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

As raízes da equação polinomial do segundo grau acima são 1 e 4. Logo, para $x = 1$, temos a progressão aritmética constante (2, 2, 2), e, para $x = 4$, temos a progressão aritmética crescente (5, 11, 17).

CLASSIFICAÇÃO DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Dependendo do valor da razão r, toda progressão aritmética pode ser enquadrada em uma destas três classificações:

Classificação de uma P.A.	Condição	Exemplo
CRESCENTE	$r > 0$	$(7, 11, 15, \dots)$
DECRESCENTE	$r < 0$	$(3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, 2, \dots)$
CONSTANTE	$r = 0$	$(5, 5, 5, 5, \dots)$

TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Considere a seguinte progressão aritmética de razão r.

$$(a_1 \overset{+r}{\curvearrowright} a_2 \overset{+r}{\curvearrowright} a_3 \overset{+r}{\curvearrowright} a_4 \overset{+r}{\curvearrowright} a_5 \overset{+r}{\curvearrowright} a_6, \dots)$$

Note que:

$$a_4 = a_1 + 3r$$
$$a_5 = a_3 + 2r$$
$$a_6 = a_2 + 4r$$
$$a_{10} = a_4 + 6r$$

De maneira geral, dados n e k naturais positivos tais que $n \geq k$, a relação entre dois termos quaisquer a_n e a_k de uma P.A. é dada por:

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot r$$

Tomando $k = 1$, temos a expressão conhecida como fórmula do termo geral da P.A. é dada por:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

Exemplos:

a) Uma empresa de reflorestamento planeja plantar mudas de Ipê em uma avenida de 5 km de extensão. No primeiro dia de trabalho, a equipe planta 12 mudas. Devido ao ganho de experiência, o grupo estabelece a meta de plantar, a cada dia subsequente, 4 mudas a mais do que no dia anterior. Determine quantas mudas serão plantadas especificamente no 25º dia de trabalho.

<u>Resolução</u>:

Identificando os dados, temos:

$$a_1 = 12$$

$$r = 4$$

$$a_{25} = ?$$

$$n = 25$$

Substituindo os dados na fórmula do termo geral, obtemos:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$a_{25} = 12 + (25-1) \cdot 4$$
$$a_{25} = 12 + 24 \cdot 4$$
$$a_{25} = 12 + 96$$
$$a_{25} = 108$$

Portanto, no 25º dia, serão plantadas 108 mudas.

b) Em um programa de treinamento de corrida, um atleta registra as suas distâncias semanais seguindo uma progressão aritmética. Sabe-se que na 5ª semana ele correu 18 km e na 12ª semana ele atingiu a marca de 39 km. Determine qual será a distância percorrida por esse atleta na 20ª semana de treino.

<u>Resolução</u>:

Note que foram dados o 5º e o 12º termos da P.A., cujos termos representam as distâncias percorridas a cada semana. Assim,

$$a_5 = 18$$

$$a_{12} = 39$$

Para determinarmos a distância percorrida pelo atleta na 20ª semana de treino, podemos usar a seguinte expressão, considerando $k = 5$ e $n = 12$.

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_{12} = a_5 + (12 - 5) \cdot r$$

$$39 = 18 + 7 \cdot r$$

$$39 - 18 = 7 \cdot r$$

$$21 = 7 \cdot r$$

$$3 = r$$

Agora, uma forma de finalizar a resolução da questão é usar novamente a expressão acima, considerando $n = 20$ e $k = 12$.

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_{20} = a_{12} + (20 - 12) \cdot r$$

$$a_{20} = 39 + 8 \cdot 3$$

$$a_{20} = 39 + 24$$

$$a_{20} = 63$$

Portanto, o atleta percorreu 63 km na 20ª semana de treino.

c) Durante a fase de afastamento da Terra, a espaçonave *Orion* da Missão *Artemis* II realizou uma série de transmissões de telemetria, tecnologia que permite a medição, coleta e envio automático de dados de sensores, máquinas ou dispositivos remotos para uma central de monitoramento em tempo real.

Disponível em: https://www.nasa.gov/gallery/lunar-flyby/. Acesso em: 09 abr. 2026.

Suponha que a primeira transmissão foi feita com uma potência de 120 kW e que, seguindo o protocolo de teste, a potência de cada transmissão aumenta em exatos 15 kW em relação à anterior. Considerando que a última transmissão deste protocolo atingiu a potência de 405 kW, determine quantas transmissões de telemetria foram realizadas ao todo.

Resolução:
Como o acréscimo da potência de cada transmissão é sempre constante, temos a seguinte progressão aritmética, cujos termos são a potência de cada transmissão:

$$(120, 135, 150, \dots, 405)$$

Precisamos encontrar o número total de transmissões de telemetria, isto é, o número de elementos da progressão aritmética acima. Identificando os dados, temos:

$$a_1 = 120$$
$$r = 15$$
$$a_n = 405$$
$$n = ?$$

Substituindo os valores na fórmula do termo geral, temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$
$$405 = 120 + (n-1) \cdot 15$$
$$405 - 120 = (n-1) \cdot 15$$
$$285 = (n-1) \cdot 15$$
$$\frac{285}{15} = n - 1$$
$$19 = n - 1$$
$$19 + 1 = n$$
$$20 = n$$

Logo, foram realizadas 20 transmissões de telemetria ao todo.

Prezado(a) Professor(a),

destaque aos(às) estudantes que o uso da fórmula não é o único caminho. Em muitos casos, especialmente quando o número de termos é pequeno, listar os elementos da sequência também é uma estratégia legítima.

d) Um reservatório de água está perdendo volume devido a uma forte seca. No 1º dia de uma medição técnica, o volume de água era de 1.200 m³. Mantendo-se uma queda constante por dia, no 21º dia o volume registrado foi de apenas 800 m³. Determine quanto o volume diminuiu a cada dia.

Resolução:
Como a queda do volume de água é constante, a sequência de medições diárias de água é uma progressão aritmética (1200, ..., 800). Essa P.A. possui 21 termos e, assim, temos:

$$a_1 = 1200$$

$$a_{21} = 800$$

$$n = 21$$

$$r = ?$$

Substituindo os valores na fórmula do termo geral, temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{21} = a_1 + (21 - 1) \cdot r$$

$$800 = 1200 + 20 \cdot r$$

$$800 - 1200 = 20 \cdot r$$

$$-400 = 20 \cdot r$$

$$-\frac{400}{20} = r$$

$$-20 = r$$

Portanto, o volume de água no reservatório diminuiu 20 m³ a cada dia.

PROPRIEDADES DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

1. Em qualquer progressão aritmética finita, a soma do primeiro com o último termo resulta no mesmo valor que a soma de qualquer par de termos que esteja à mesma distância dos extremos.

Exemplo:
a) Considere a progressão aritmética (2, 8, 14, 20, 26, 32, 38).

Note que a soma dos extremos é igual a 40, assim como a soma dos termos equidistantes dos extremos.

2. Uma sequência com três elementos é uma progressão aritmética se, e somente se, o valor central for exatamente a média aritmética dos seus dois vizinhos. Na prática, isso significa que, em uma sequência (a, b, c), o termo do meio (b) deve ser o resultado da soma dos extremos dividida por dois:

$$b = \frac{a+c}{2}$$

Exemplo:
b) Na P.A. (5, 12, 19), temos que o termo central é igual a $\frac{5+19}{2} = \frac{24}{2} = 12$.

Uma consequência dessas propriedades é que, em qualquer progressão aritmética que possua uma quantidade ímpar de elementos, o termo central equivale exatamente à média aritmética entre o primeiro e o último termo da sequência.

INTERPOLAÇÃO DE MEIOS ARITMÉTICOS

Interpolar meios aritméticos consiste em inserir uma quantidade específica de valores reais entre dois números extremos já conhecidos, de modo que a sequência completa se torne uma progressão aritmética. O objetivo desse processo é preencher o intervalo entre eles de tal forma que o conjunto completo de números obedeça à lógica de uma progressão aritmética, mantendo sempre a mesma razão.

Exemplo:
Interpole cinco meios aritméticos entre -18 e 24.

Resolução:
Ao inserir cinco meios aritméticos entre -18 e 24, teremos, então, uma progressão aritmética de sete termos (-18, ___, ___, ___, ___, ___, 24). Assim,

$$a_1 = -18$$
$$a_7 = 24$$
$$n = 7$$

Agora, basta encontrarmos a razão dessa P.A. por meio da fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_7 = a_1 + (7-1) \cdot r$$
$$24 = -18 + 6 \cdot r$$
$$24 + 18 = 6 \cdot r$$
$$42 = 6 \cdot r$$
$$\frac{42}{6} = r$$
$$7 = r$$

Logo, temos a seguinte progressão aritmética (-18, -11, -4, 3, 10, 17, 24).

REPRESENTAÇÕES CONVENIENTES DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Para otimizar a resolução de problemas de progressão aritmética, especialmente aqueles que fornecem a soma de termos consecutivos desconhecidos, podemos utilizar modelos de escrita que simplificam a álgebra, utilizando representações simétricas. A estratégia consiste em posicionar os termos de modo que a razão se anule ao somá-los, simplificando a equação resultante.

Para um número ímpar de termos, como em uma sequência de três ou cinco elementos, definimos o termo central como x e subtraímos ou somamos a razão (r) conforme nos afastamos do centro. Assim, três termos podem ser escritos como $(x-r, x, x+r)$ e cinco termos como $(x-2r, x-r, x, x+r, x+2r)$. Nesses casos, a soma resulta diretamente em $3x$ ou $5x$, permitindo encontrar o valor médio instantaneamente.

Já para um número par de termos, como em uma sequência de quatro elementos, a simetria exige um ajuste na razão para que o cancelamento ocorra. Utilizamos, então, a sequência $(x-3r, x-r, x+r, x+3r)$ onde a diferença entre os termos passa a ser $2r$. Ao somar esses quatro valores, obtemos $4x$, agilizando a descoberta das incógnitas de forma similar ao modelo anterior.

Exemplo:
Encontre uma P.A. crescente composta por três termos, sabendo que a soma desses três elementos resulta em 15 e o produto entre eles é igual a 80.

Resolução:
Podemos representar esses termos como $(x-r, x, x+r)$, em que r é a razão dessa progressão aritmética. Como a soma desses termos resulta em 15, temos que:

$$(x-r)+x+(x+r)=15$$

$$3x=15$$

$$x=5$$

Assim, os termos podem ser escritos como $(5-r, 5, 5+r)$. A outra informação é a de que o produto desses termos é igual a 80. Então,

$$(5-r)\cdot 5\cdot (5+r)=80$$

$$(5-r)\cdot (5+r)=16$$

$$25-r^2=16$$

$$9=r^2$$

$$\pm 3=r$$

Portanto, como a P.A. é crescente, temos que $r=3$. Logo, os termos são (2, 5, 8).

A PROGRESSÃO ARITMÉTICA E A FUNÇÃO AFIM

Até agora, abordamos a Progressão Aritmética (P.A.) como uma sucessão numérica cujo comportamento é definido por uma taxa de variação constante, seja ela de crescimento, de decréscimo ou, no caso de uma progressão aritmética constante, de manutenção de valor. Mas, se observarmos atentamente a estrutura do seu termo geral, perceberemos uma semelhança notável com um conceito já conhecido: a Função Afim.

Ao aplicarmos a propriedade distributiva e reorganizarmos os termos da fórmula do termo geral de uma P.A., temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$

$$a_n = a_1 + n\cdot r - r$$

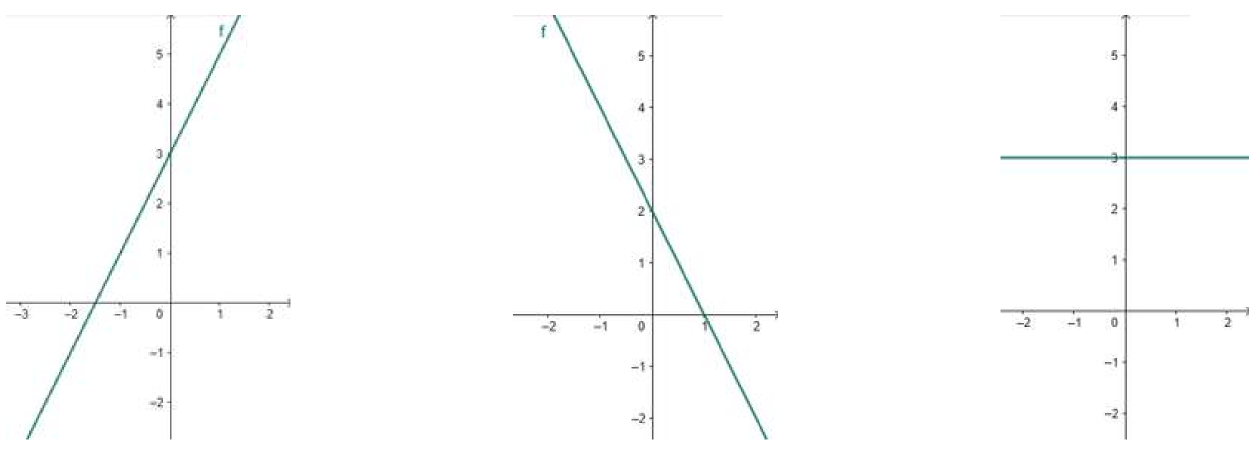
$$a_n = n\cdot r + a_1 - r$$

$$a_n = r\cdot n + (a_1 - r)$$

Comparando essa estrutura com a lei de formação $f(x) = ax + b$ de uma função afim, notamos que a razão (r) da P.A. desempenha exatamente o mesmo papel que a taxa de variação (a) da função: ela determina a inclinação e o ritmo de crescimento da sequência.

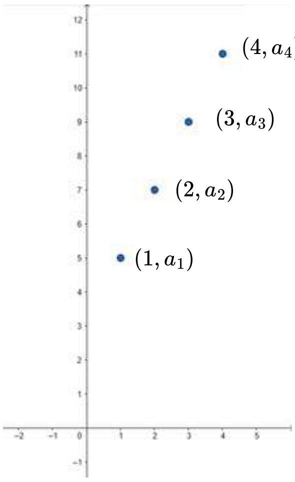
Embora a P.A. e a Função Afim possuam estruturas algébricas equivalentes, existe uma diferença fundamental no gráfico que todo estudante deve dominar:

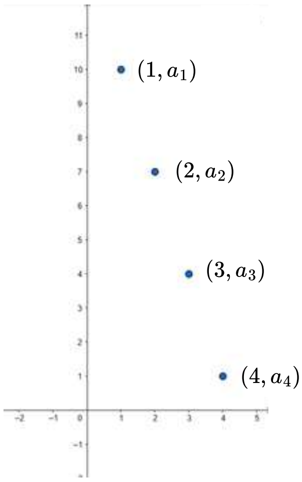
Função Afim ($f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$): Seu domínio é o conjunto dos números reais. Por isso, seu gráfico é uma linha reta contínua.

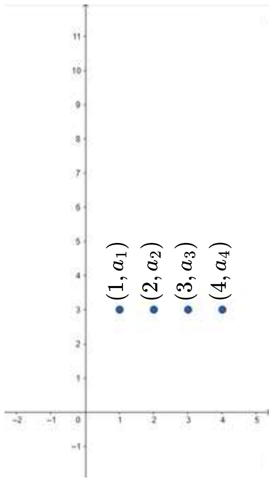


Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

Progressão Aritmética ($f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{R}$): O domínio é restrito aos números naturais positivos (1, 2, 3...), que representam as posições dos termos. Por isso, o gráfico de uma P.A. é composto por pontos isolados (n, a_n).







Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

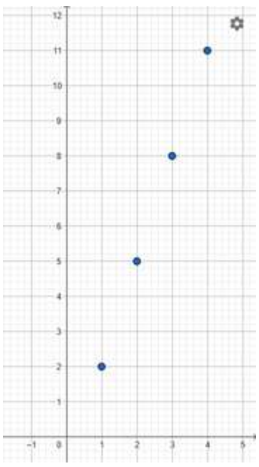
Em ambos os casos, a imagem de cada ponto corresponde ao respectivo termo na progressão aritmética.

Prezado(a) Professor(a),

destaque aos(às) estudantes que, embora os pontos do gráfico de uma função associada a uma P.A. não sejam ligados por uma linha, eles são obrigatoriamente colineares. Mostre que, se colocassem uma régua sobre pontos, todos estariam perfeitamente alinhados sobre a trajetória de uma reta.

Exemplo:

A progressão aritmética formada pelas ordenadas (y) dos pontos assinalados no plano cartesiano a seguir possui razão (r) e primeiro termo (a_1) iguais a 3 e 2, respectivamente.



Fonte: https://www.geogebra.org/calculator

SOMA DOS N PRIMEIROS TERMOS DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Frequentemente, a Matemática nos apresenta desafios que parecem exigir um esforço braçal exaustivo, mas que podem ser resolvidos com elegância por meio da observação de padrões. Um dos episódios mais célebres da história da ciência ilustra perfeitamente essa transição do "cálculo bruto" para o "raciocínio lógico".

Conta-se que, em 1785, em uma escola na Alemanha, um professor desejava manter sua turma ocupada e solicitou que os(as) estudantes somassem todos os números inteiros de 1 a 100. Para a surpresa do mestre, um jovem de apenas 10 anos chamado Carl Friedrich Gauss (1777–1855) apresentou o resultado correto (5.050) em poucos minutos.

Disponível em: Wikimedia Commons.
Acesso em: 10 abr. 2026.

Gauss percebeu uma propriedade na sequência (1, 2, 3, ..., 98, 99, 100). Ao somar os pares das extremidades (o primeiro com o último, o segundo com o penúltimo, e assim por diante), ele notou que o resultado era sempre o mesmo: 101.

(1 , 2 , 3 , 4 , ... , 97 , 98 , 99 , 100)

Como a sequência de 1 a 100 possui exatamente 50 desses pares, Gauss simplesmente multiplicou 50 por 101, chegando instantaneamente ao valor de 5.050.

Para calcularmos a soma de todos os n termos de uma P.A. sem precisar somá-los um a um, podemos escrever a soma total (S_n) de duas formas: a original e a invertida.

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \cdots + a_2 + a_1$$

Ao somarmos as duas equações membro a membro, teremos:

$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \cdots + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$$

Como cada par entre parênteses resulta no mesmo valor $(a_1 + a_n)$ e, além disso, existem n termos na sequência, temos:

$$2 \cdot S_n = (a_1 + a_n) \cdot n$$

Isolando S_n, chegamos à fórmula que permite calcular a soma dos n primeiros termos de qualquer P.A.:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Exemplo:
Um estudante decidiu guardar dinheiro para uma viagem de formatura. No primeiro mês, ele poupou R$ 50,00. A cada mês seguinte, ele conseguiu aumentar o valor poupado em R$ 10,00 em relação ao mês anterior. Ao final de 12 meses de economia, qual será o valor total acumulado por esse estudante exclusivamente com esses valores poupados?

Resolução:
A sequência formada pelos valores depositados a cada mês (50, 60, 70, ..., a_{12}) é uma progressão aritmética. Para encontrarmos o valor total economizado por esse estudante, precisamos somar todos os doze termos dessa progressão aritmética. Antes, utilizando a fórmula do termo geral, encontraremos o valor do último (12º) valor poupado neste ano.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{12} = 50 + (12-1) \cdot 10$$
$$a_{12} = 50 + 11 \cdot 10$$
$$a_{12} = 50 + 110$$
$$a_{12} = 160$$

Assim, no 12º mês, ele poupou R$ 160,00. Calculando a soma dos doze termos da progressão aritmética, temos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{12} = \frac{(50 + 160) \cdot 12}{2}$$
$$S_{12} = \frac{210 \cdot 12}{2}$$
$$S_{12} = 210 \cdot 6$$
$$S_{12} = 1260$$

Portanto, o estudante guardou ao todo R$ 1260,00.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(Paebes 2023) Analisando os 12 primeiros meses da produção de cacau na sua fazenda, Joaquim observou que, no primeiro mês, foram produzidas 3 toneladas de cacau, no segundo, 4,5 toneladas e, no terceiro, 6 toneladas. Ele observou, ainda, que esse padrão de crescimento de sua produção se manteve durante todos os 12 meses analisados.

$$\boxed{\begin{gathered} Dado: \\ a_n = a_1 + (n-1)\cdot r \end{gathered}}$$

Suporte

A produção total de cacau dessa fazenda ao final desses 12 meses, em toneladas, foi

Alternativas

A) 19,45.
B) 34,5.
C) 135,0.
D) 144,0.
E) 202,5.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item em questão apresenta uma proposta de atividade estruturada com base no nível **básico** de proficiência/desempenho. De forma mais precisa, pretende-se avaliar se o(a) estudante demonstra capacidade para “Determinar a soma de uma progressão aritmética, dada sua forma geral”.

O presente item pressupõe que o(a) estudante identifique que a produção mensal segue uma sequência lógica de crescimento constante. Dessa forma, é esperado que ele(a) reconheça a razão da progressão aritmética (r = 1,5) e compreenda que a "produção total" não se refere apenas ao último mês, mas à soma de todas as produções mensais ao longo do período de 12 meses.

A execução correta do cálculo envolve descobrir que, no 12º mês, a produção atingiu 19,5 toneladas. Ao somar a produção de todos os 12 meses, chega-se ao resultado de 135,0 toneladas (gabarito C).

Em especial, destacamos o distrator A, que apresenta o valor de 19,5. Este erro ocorre quando o estudante interrompe o raciocínio após descobrir a produção isolada do último mês, esquecendo-se de que a questão pede o montante "total" dos 12 meses. O distrator B (34,5) pode representar um erro de cálculo na aplicação da fórmula para a obtenção do 12º termo, ao realizar as operações $3 + 11 \cdot 1,5$. O distrator D (144,0) indica um erro comum de interpretação no qual o estudante ignora a progressão e multiplica um valor fixo (como $12 \cdot 12$). O distrator E (202,5), por sua vez, pode surgir de um erro na aplicação da fórmula da soma ou na identificação da razão.

Para apoiar os estudantes que não atingiram o resultado esperado, recomendam-se as seguintes ações educativas:

- retomar a diferença conceitual entre o valor de um termo específico (a_n) e a soma acumulada dos termos (S_n);
- trabalhar a interpretação de problemas de enunciado longo, destacando palavras-chave como "total", "padrão de crescimento" e "ao final de";
- praticar a identificação da "razão" em sequências numéricas aplicadas a situações do cotidiano;
- reforçar a leitura atenta de enunciados para identificar comandos que indiquem a necessidade de somatório, como "produção total" ou "ao final de todo o período";
- desenvolver exercícios que exijam o uso sequencial de duas fórmulas (termo geral e soma), reforçando a necessidade de concluir todas as etapas do problema.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

(AMA 2024 - 1ª Série - 2ª Edição - Adaptada) De acordo com estudo publicado pela Agência Brasil, em 2022, a política de cotas permitiu que o número de estudantes negros de escolas públicas aumentasse nas universidades federais brasileiras. Segundo esse estudo, em uma determinada universidade havia 24 estudantes autodeclarados negros no ano de 2012; em 2013, essa universidade passou a ter 32 estudantes autodeclarados negros; e, em 2014, essa quantidade foi de 40 estudantes. Esses dados formam uma progressão aritmética. De acordo com essa progressão, quantos estudantes autodeclarados negros essa universidade deverá ter no ano de 2028?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

A progressão aritmética formada pela quantidade de estudantes autodeclarados negros, de 2012 a 2028, é $(24, 32, 40, \cdots, a_{17})$. Assim,

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{17} = 24 + (17-1) \cdot 8$$
$$a_{17} = 24 + 16 \cdot 8$$
$$a_{17} = 24 + 128$$
$$a_{17} = 152$$

Logo, essa universidade deverá ter 152 estudantes autodeclarados negros em 2028.

ATIVIDADE 2

(AMA 2023 - 3ª Série - 3ª Edição - Adaptada) Um grupo de atletas vai participar de um treinamento que consiste em realizar 15 séries de saltos de corda. Na primeira dessas séries, cada atleta irá executar 10 saltos de corda e, a cada nova série, cada um executará 4 saltos a mais do que na série anterior, até atingir as 15 séries.
Quantos saltos de corda, ao todo, cada atleta desse grupo terá executado ao final dessas 15 séries de saltos?

Dados:
$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$
$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

A sequência formada pelas quantidades de saltos executados por cada atleta é uma progressão aritmética de razão 4. Para encontrarmos a quantidade total de saltos executados por cada atleta, é necessário calcular o número de saltos realizados na 15ª série:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$
$$a_{15} = 10 + (15-1) \cdot 4$$
$$a_{15} = 10 + 14 \cdot 4$$
$$a_{15} = 10 + 56$$
$$a_{15} = 66$$

Logo, o número total de saltos executados nas 15 séries é dado por:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(10 + 66) \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{76 \cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = 38 \cdot 15$$
$$S_{15} = 570$$

Portanto, cada atleta executou, ao todo, 570 saltos nas 15 séries.

ATIVIDADE 3

(AMA 2025 - 1ª Série - 2ª Edição - Adaptada) O número da casa de Denise é 5. Ela decidiu registrar os números de todas as casas que estão localizadas no mesmo lado da rua que a sua. Observe uma parte desse registro no quadro abaixo, no qual está incluído o número da casa de Denise.

5	11	17	23	29	...
Casa 1	Casa 2	Casa 3	Casa 4	Casa 5	...

Denise observou que as numerações das casas registradas nesse quadro formam uma progressão aritmética e que ela registrou, no total, o número de 58 casas, incluindo a numeração da sua. Qual é o número da última casa registrada por Denise nesse quadro?

Dado:
$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Buscamos o 58º termo da progressão aritmética (5, 11, 17, 23, 29, ..., a_{58}). Aplicando a fórmula do termo geral, temos

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$
$$a_{58} = 5 + (58 - 1) \cdot 6$$
$$a_{58} = 5 + 57 \cdot 6$$
$$a_{58} = 5 + 342$$
$$a_{58} = 347$$

Portanto, 347 é o número da 58ª casa.

ATIVIDADE 4

(Enem PPL 2024 - 2º Dia - Adaptada) É comum pensarmos na equivalência entre a idade de um animal de estimação, no caso de cães e gatos, e de um ser humano. De acordo com as diretrizes de idade criadas pela *American Animal Hospital Association* (AAHA), o *International Cat Care* e a *American Association of Feline Practitioners* (AAFP), a última fase da vida de um gato é chamada de geriátrica e começa aos 15 anos de vida do animal. A tabela apresenta os primeiros anos da fase geriátrica da equivalência entre a idade do gato e a idade de um humano.

Idade do gato (ano)	Idade equivalente de um humano (ano)
15	76
16	80
17	84
18	88
19	92
20	96
21	100
22	104
23	108
24	112
25	116

Sabe-se que o gato mais velho do mundo morreu ao completar 38 anos de vida. Considere que o padrão observado na tabela se mantém.

Disponível em: https://canaldopet.ig.com.br. Acesso em: 28 nov. 2021 (adaptado).

De acordo com os dados apresentados, a idade em que o gato mais velho do mundo morreu é equivalente a qual idade, em ano, de um humano?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

A progressão aritmética da idade do gato (15, 16, 17, 18, ..., 38), em ano, possui 24 termos. Assim, buscamos encontrar o 24º termo da progressão aritmética da idade equivalente de um humano (76, 80, 84, 88, ..., a_{24}):

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_{24} = 76 + (24-1) \cdot 4$$

$$a_{24} = 76 + 23 \cdot 4$$

$$a_{24} = 76 + 92$$

$$a_{24} = 168$$

Portanto, a idade em que o gato mais velho do mundo morreu (38 anos) é equivalente à idade de 168 anos de um humano.

ATIVIDADE 5

(Enem PPL 2011 - 2º Dia - Adaptada) Atualmente existem muitos aplicativos de fazendas virtuais que, apesar de críticas, possuem uma enorme quantidade de usuários. Embora apresentem algumas diferenças de funcionamento, as fazendas virtuais possuem a mesma concepção: cada vez que o usuário cuida de sua fazenda ou da de seus amigos, ganha pontos, e, quanto mais pontos acumula, maior é seu nível de experiência.

Em um aplicativo de fazenda virtual, o usuário precisa de 1 000 pontos para atingir o nível 1. Acumulando mais 1 200 pontos, atinge o nível 2; acumulando mais 1 400 pontos, atinge o nível 3 e assim por diante, sempre com esse padrão.

Quantos pontos um usuário que está no nível 15 de experiência acumulou?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Para resolvermos a questão, basta adicionarmos a quantidade de pontos necessária para atingir cada nível, ou seja, basta somarmos os termos da P.A. (1000, 1200, 1400, ..., a_{15}). Utilizando a fórmula do termo geral para encontrarmos o 15º termo, temos:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$$
$$a_{15} = 1000 + (15-1)\cdot 200$$
$$a_{15} = 1000 + 14\cdot 200$$
$$a_{15} = 1000 + 2800$$
$$a_{15} = 3800$$

Agora, basta substituirmos os valores na fórmula da soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15})\cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{(1000 + 3800)\cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = \frac{4800\cdot 15}{2}$$
$$S_{15} = 2400\cdot 15$$
$$S_{15} = 36000$$

Portanto, um usuário que está no nível 15 de experiência acumulou 36000 pontos.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D096_M *Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.*

ITEM 1 - Abaixo do básico

(Paebes 2022) O administrador de um parque montou um projeto de arborização em um espaço onde só havia grama. Para isso, ele plantou 15 fileiras de mudas de árvores, sendo que, na primeira fileira, foram plantadas 8 mudas, na segunda, 12 mudas, na terceira,16 mudas, mantendo esse padrão até a última fileira. Qual é a quantidade de árvores plantadas na última fileira?

A) 56
B) 60
C) 64
D) 68
E) 72

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética".

Gabarito: C

ITEM 2 - Abaixo do básico

(AMA 2025 - 1ª SÉRIE - 2ª EDIÇÃO) No território de uma comunidade quilombola, há um ecomuseu que possui roteiros de trilhas para serem percorridas por visitantes. Essas trilhas apresentam atividades pedagógicas com o objetivo de valorizar o lugar, a cultura e a população local. Durante 7 dias, essa comunidade recebeu visitantes para participarem de um roteiro dessas trilhas. No 1º dia, 15 visitantes participaram desse roteiro. Em cada um dos dias seguintes, a quantidade de visitantes aumentou em 4 visitantes em relação ao dia anterior. Quantos visitantes participaram desse roteiro de trilhas no 7º dia?

A) 19.
B) 25.
C) 36.
D) 39.
E) 43.

$$\boxed{\begin{array}{c} Dado: \\ a_n = a_1 + (n-1)\cdot r \end{array}}$$

Gabarito: D

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética".

ITEM 3 - Básico

(AMA 2023 - 3ª SÉRIE - 3ª EDIÇÃO) Gabriela começou a treinar para uma corrida de 41 km. No primeiro treino, ela correu 5 km e, a cada treino, aumentou 0,5 km na sua corrida, em relação ao treino anterior, até conseguir correr a distância de 41 km. Em qual treino ela correu exatamente 41 km?

A) 25º treino.
B) 41º treino.
C) 73º treino.
D) 74º treino.
E) 82º treino.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar o número de termos de uma progressão aritmética, dados o primeiro, o último termo e a razão, em uma situação-problema".

Gabarito: C

ITEM 4 - Básico

Uma cooperativa de reciclagem de alumínio registrou que o volume de material processado cresce segundo uma progressão aritmética. A quantidade a_n de toneladas processadas no mês n é determinada por:

$$a_n = 12 + (n-1) \cdot 3,5$$

Considerando essa lei de formação, qual será a quantidade de alumínio, em toneladas, reciclada no 12º mês?

A) 50,5 toneladas.
B) 15,5 toneladas.
C) 47,0 toneladas.
D) 38,5 toneladas.
E) 54,0 toneladas.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral".

Gabarito: A

ITEM 5 - Básico

(AMA 2024 - 1ª SÉRIE - 2ª EDIÇÃO) Em janeiro de 2024, uma empresa iniciou suas atividades e, durante esse primeiro mês, obteve um lucro de 5 000 reais. Em fevereiro, essa empresa teve lucro de 5 500 reais e, em março, 6 000 reais. O gerente estima que o lucro da empresa aumentará em progressão aritmética conforme os 3 primeiros meses do ano, até o final de 2024. De acordo com essa estimativa, qual será o lucro total da empresa no ano de 2024?

A) 10 500 reais.
B) 16 500 reais.
C) 76 500 reais.
D) 93 000 reais.
E) 96 000 reais.

Dados:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar a soma de uma progressão aritmética, dada sua forma geral".

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo "Progressão Aritmética" traz vídeos, caderno de exercícios e aplicativos, dentre outros, sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar AQUI ou fazer a leitura do *QR Code* (ao lado).

GeoGebra

O *software GeoGebra* oferece diversas atividades e simulações interativas sobre Progressões Aritméticas. Para ter acesso, basta clicar AQUI ou fazer a leitura do *QR Code* (ao lado).

Khan Academy

A "Unidade 1: Progressão aritmética (P.A.) traz vídeos e exercícios sobre o assunto. Para ter acesso, basta clicar AQUI ou fazer a leitura do *QR Code* (ao lado).

Referências

ADOBE. What is stop motion animation and how does it work?. Creative Cloud: Animation Discover. Disponível em: https://www.adobe.com/creativecloud/animation/discover/stop-motion-animation.html. Acesso em: 02 abr. 2026.

BONJORNO, J.R.; FUGITA, F.; GIOVANNI JÚNIOR, J. R. Por toda parte matemática: 2º ano: ensino médio: volume II. 1. ed. São Paulo: FTD, 2024.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Enem: Provas e Gabaritos. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 08 abr. 2026.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Do seu jeito: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume I: Ensino médio. 1. ed. São Paulto: Ática, 2024.

EDITORA MODERNA (Org.). Moderna Superação! Matemática: volume I. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 30 mar. 2026.

IEZZI, G.; DEGENSZAJN, D.; TAMARI, M.; PASMANIK, G. Identidade Saraiva: Matemática: área de Matemática e suas Tecnologias: volume 3: Ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2024.

JENSEN, Christian Albrecht. Carl Friedrich Gauss. 1840. 1 original de arte, óleo sobre tela, 66 cm x 52 cm. Wikimedia Commons. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Carl_Friedrich_Gauss.jpg. Acesso em: 10 abr. 2026.

JOHNSON MUSEUM OF ART. Nature and Math: The Fibonacci Sequence. Disponível em: https://museum.cornell.edu/nature-and-math-the-fibonacci-sequence/. Acesso em: 30 mar. 2026.

NASA. Lunar Flyby. NASA Gallery, 2026. Disponível em: https://www.nasa.gov/gallery/lunar-flyby/. Acesso em: 09 abr. 2026.

Referências

O GLOBO. Quem lembra? Há 40 anos, o cometa Halley fazia sua última passagem pela Terra. Mundo: Clima e Ciência, 7 mar. 2026. Disponível em: https://oglobo.globo.com/mundo/clima-e-ciencia/noticia/2026/03/07/quem-lembra-ha-40-anos-o-cometa-halley-fazia-sua-ultima-passagem-pela-terra.ghtml. Acesso em: 02 abr. 2026.

PAIVA, M.; PAIVA, E.; PAIVA, B. Moderna plus matemática Paiva: 2º ano: ensino médio: volume II. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2024.

SOUZA, J. R. de. 360º matemática: 2º ano: ensino médio: volume II. 1. ed. São Paulo: FTD, 2024.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

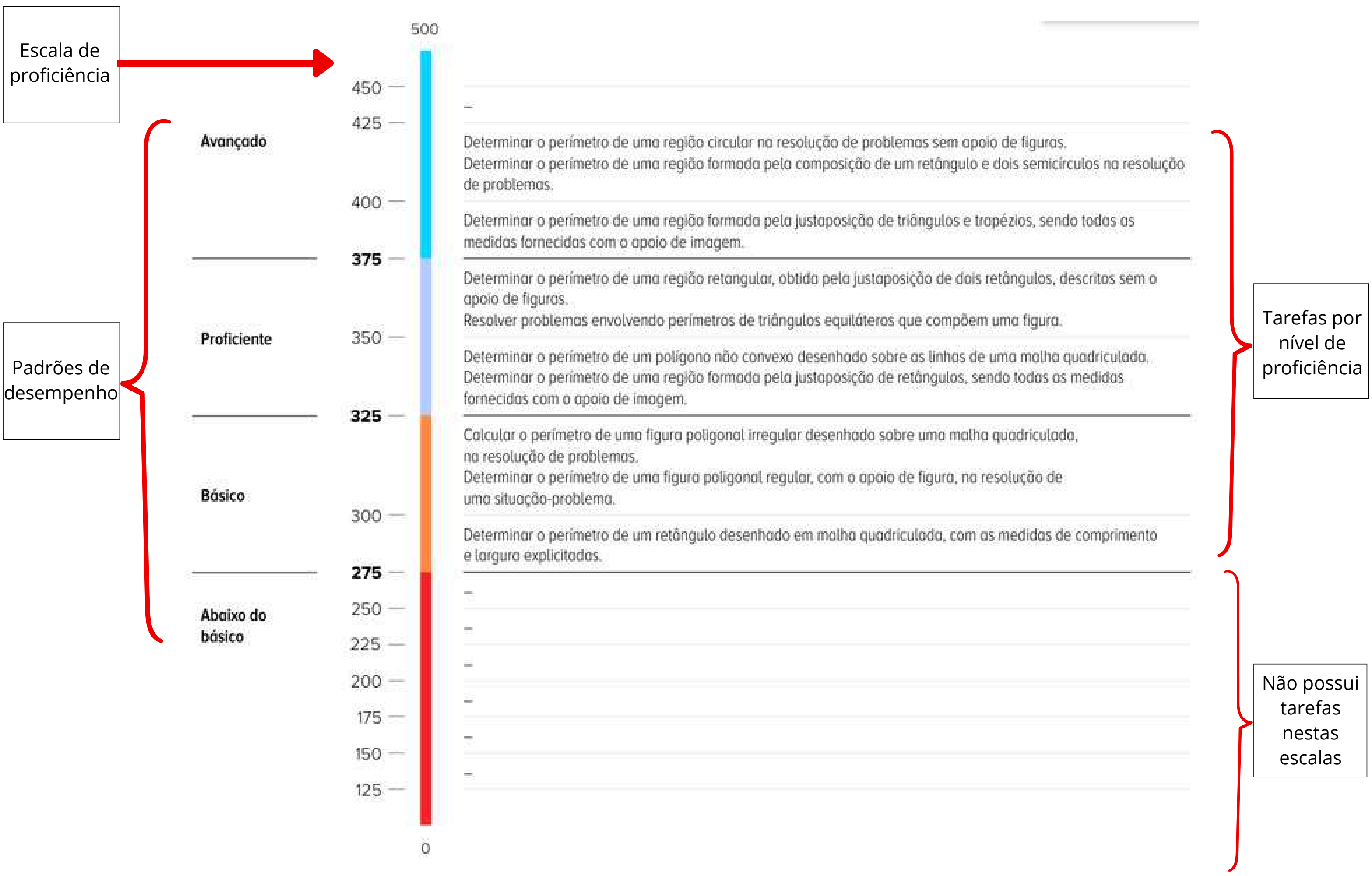
Capítulo 5: Perímetro e Área de Figuras Planas

Detalhando o descritor

D057_M *Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema.*

Prezado(a) professor(a), neste material vamos desenvolver o descritor **D057_M** a partir de suas tarefas cognitiva (ou expectativas de aprendizagem), que é o que os itens das avaliações externas medem das habilidades relacionadas (apresentadas na Matriz de Referência, no Currículo do Estado e na BNCC). Estas tarefas apresentam graus de complexidade em diferentes níveis de escalas de proficiência, os quais são necessários para que os estudantes possam realizá-las com sucesso. Vejamos como estão organizados na tabela e régua abaixo.

PADRÃO DE DESEMPENHO	ESCALA DE PROFICIÊNCIA	NÍVEL DE DESEMPENHO
ABAIXO DO BÁSICO	DE 0 A 250	1
ABAIXO DO BÁSICO	DE 250 A 275	2
BÁSICO	DE 275 A 300	3
BÁSICO	DE 300 A 325	4
PROFICIENTE	DE 325 A 350	5
PROFICIENTE	DE 350 A 375	6
AVANÇADO	DE 375 A 400	7
AVANÇADO	DE 400 A 425	8
AVANÇADO	ACIMA DE 425	9

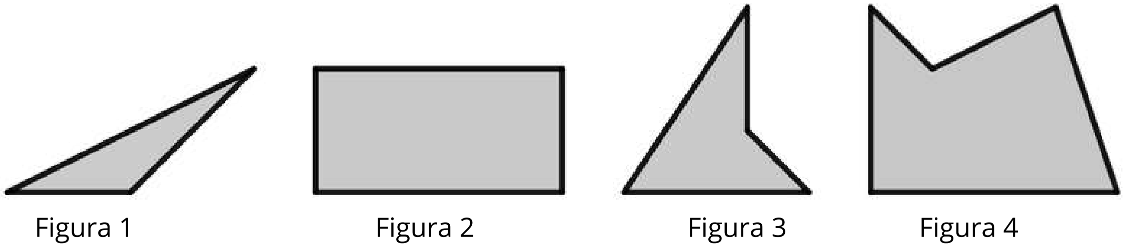


REVISANDO POLÍGONOS

POLÍGONOS SIMPLES

Polígonos simples são figuras planas e fechadas formadas por segmentos de reta que não se cruzam.

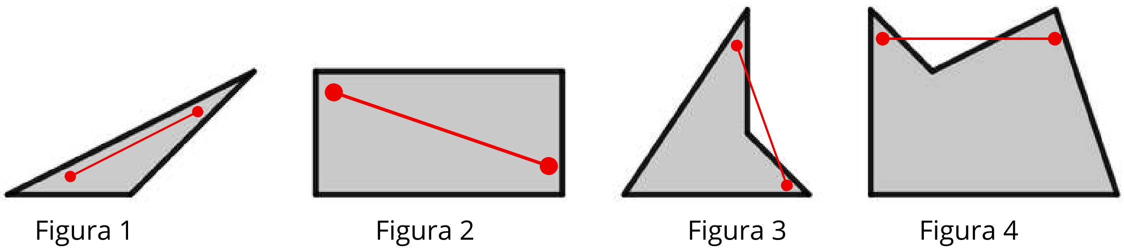
Observe as figuras abaixo:



Todas as figuras acima são **polígonos simples**, pois são formados por linhas retas fechadas que não se cruzam. Os polígonos das figuras 1 e 2 são chamados **convexos** e os das figuras 3 e 4 são chamados **não convexos**.

POLÍGONOS CONVEXOS

Um polígono é **convexo** quando para quaisquer dois pontos do polígono o segmento de reta que os une fica inserido completamente em seu interior. Caso contrário, o polígono é **não convexo** (**ou côncavo**). Observe as figuras abaixo.



Observamos que nas figuras 1 e 2 todo segmento formado por dois pontos do polígono pertencerá ao seu interior, por isso são **convexos**. Já nas figuras 3 e 4 existem segmentos formados por dois pontos do polígono que não estão completamente em seu interior, logo são **não convexos**.

Prezado(a) Professor(a),

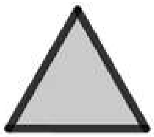
O conceito de polígonos e suas propriedades, como ângulos internos, ângulos externos e diagonais, foram desenvolvidos no descritor **D118_M** Resolver problema utilizando propriedades dos polígonos (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno nos polígonos regulares), no 9º ano, e podem ser melhor revisados no material disponível no link ou QR Code ao lado.

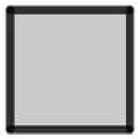
POLÍGONOS

POLÍGONOS REGULARES

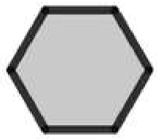
São aqueles que possuem **lados iguais** (mesma medida de comprimento) e, consequentemente, **ângulos de mesma medida**.

Vejamos alguns do tantos polígonos possíveis.


Triângulo


Quadrado


Pentágono


Hexágono

PERÍMETRO DE FIGURAS BIDIMENSIONAIS

DEFINIÇÃO

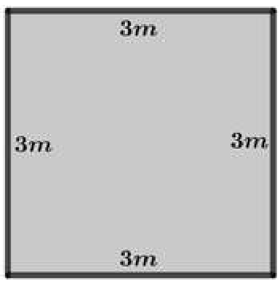
O **perímetro** de uma figura bidimensional é a medida de seu contorno, de sua borda ou seja, é **a soma das medidas de todos os seus lados**.

Vamos analisar as situações a seguir:

Situação 1 - ***Calcular*** o perímetro do retângulo desenhado abaixo.

O perímetro do retângulo é a soma das medidas de todos os lados, ou seja: $P = 1 + 4 + 1 + 4 = 10\ cm$

Situação 2 - ***Determinar*** o perímetro do quadrado desenhado abaixo.



Como a figura é um quadrado, todos os lados são iguais. Dessa forma, seu perímetro é calculado a partir da soma de todas essas medidas, ou seja:

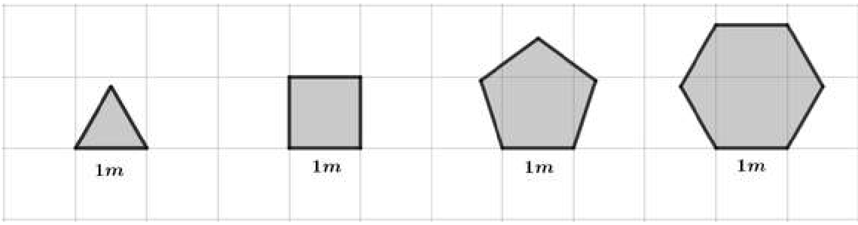
$$P = 3 + 3 + 3 + 3 = 12\ m$$

Prezado(a) Professor(a),

Na situação anterior, e na próxima, abordamos as tarefas (ou expectativas de aprendizagem) **2 e 6, respectivamente:**

- *2 - Determinar o perímetro de uma figura poligonal regular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema. (Básico-4)*
- *6 - Resolver problemas envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura. (Proficiente-6)*

Situação 3 - Uma marcenaria fabrica molduras de madeiras com formato de polígonos regulares, com lados medindo 1m, para que sejam encaixados espelhos. Quais os perímetros de cada uma das molduras apresentadas na figura abaixo?



Para ***resolver*** o problema basta observar que em polígonos regulares todos os lados têm a mesma medida, para o perímetro vamos multiplicar o número de lados por sua medida, então:

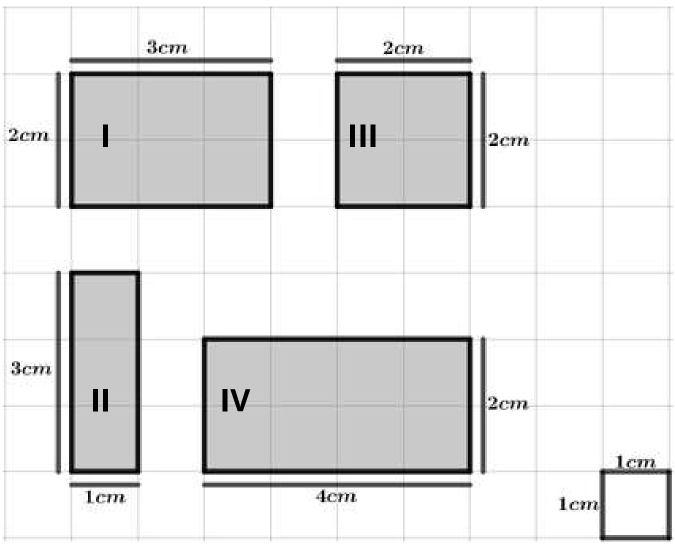
- Triângulo regular ou equilátero: $P = 3 \cdot l = 3 \cdot 1 = 3\,m$
- Quadrilátero regular ou quadrado: $P = 4 \cdot l = 4 \cdot 1 = 4\,m$
- Pentágono regular: $P = 5 \cdot l = 5 \cdot 1 = 5\,m$
- Hexágono regular: $P = 6 \cdot l = 6 \cdot 1 = 6\,m$

RETÂNGULO EM MALHA QUADRICULADA

O perímetro do retângulo desenhado em malha quadriculada pode ser calculado contando-se uma a uma as unidades que compõem o contorno da figura ou observando-se que basta soma a base (b) e a altura (h) e multiplicar por 2, ou seja:

$$P = 2\,(b + h)$$

Situação 4 - ***Determinar*** os perímetros dos retângulos em malha quadriculada a seguir.



Cada unidade da malha mede 1 cm. Desta forma, temos:

$$I: P = 2 + 3 + 2 + 3 = 2\,(2 + 3) = 10cm$$

$$II: P = 1 + 3 + 1 + 3 = 2\,(1 + 3) = 8cm$$

$$III: P = 2 + 2 + 2 + 2 = 2\,(2 + 2) = 8cm$$

$$IV: P = 2 + 4 + 2 + 4 = 2\,(2 + 4) = 12cm$$

Prezado(a) Professor(a),

Aqui abordamos a tarefa (ou expectativa de aprendizagem) **1**:

- *1 - Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas. (Básico-3)*

Prezado(a) Professor(a),

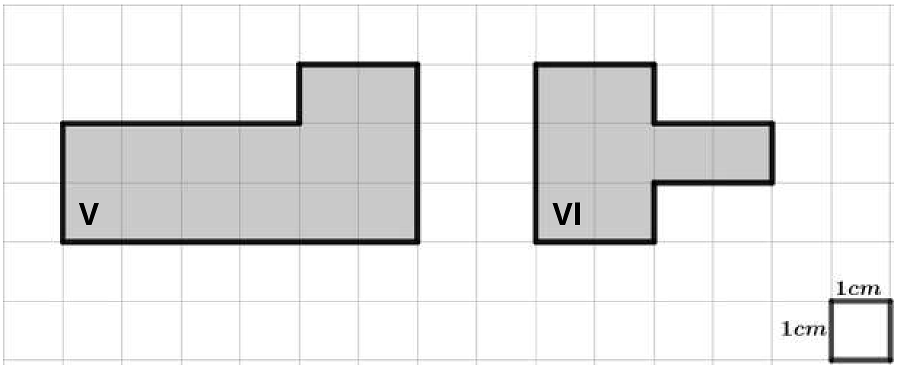
Para trabalhar com seus estudantes de forma dinâmica e interativa, pode-se fazer uso da ferramenta digital *Geogebra*, onde é possível construir e manusear polígonos variados e, a partir daí, calcular suas propriedades. No link ou QR Code a seguir é mostrado um exemplo de construção que permite calcular perímetro e área de retângulos.

<u>**ÁREA/PERÍMETRO**</u>

FIGURA POLIGONAL EM MALHA QUADRICULADA

O perímetro de figuras poligonais, convexas ou não convexas, desenhadas em malha quadriculada pode ser calculado medindo o seu contorno por meio das unidades da malha.

Situação 5 - ***Calcular*** os perímetros das figuras poligonais desenhadas em malha quadriculada a seguir.



Para calcular os perímetros das figuras poligonais acima, devemos medir seu contorno (lados) a partir das unidades da malha quadriculada, que medem 1cm por 1cm, desta forma temos:

$V: P = 6+2+4+1+2+3 = 18cm$

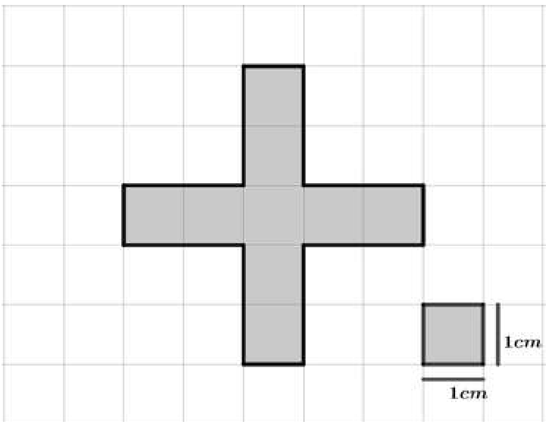
$VI: P = 2+3+2+1+2+1+2+1 = 14cm$

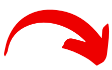
Prezado(a) Professor(a),

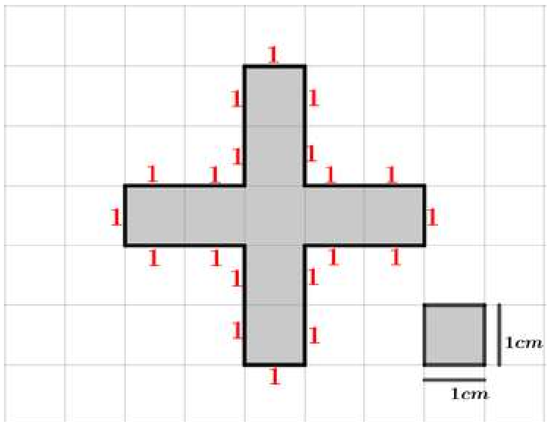
Aqui abordamos as tarefas (ou expectativas de aprendizagem) **3** e **5:**

- *3 - Calcular o perímetro de uma figura poligonal irregular desenhada sobre uma malha quadriculada, na resolução de problemas (Básico-4).*
- *5 - Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada (Proficiente-5).*

Situação 6 - ***Determinar*** o perímetro da figura poligonal desenhada em malha quadriculada a seguir.







Para calcularmos o perímetro da figura vamos utilizar a malha quadriculada para contar as unidades que compõem sua borda ou entorno. Desta forma, concluímos que o perímetro é igual a **20 cm**, como mostrado no esquema acima.

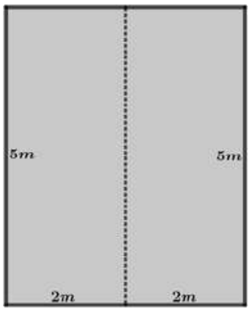
REGIÃO FORMADA POR JUSTAPOSIÇÃO DE POLÍGONOS

Para calcularmos o perímetro obtido pela justaposição de retângulos (tarefas 4 e 7), devemos observar as características da figura resultante.

Se um retângulo de *5m* por *2m* for justaposto a outro idêntico, como mostrado ao lado, a figura resultante será um retângulo de medidas *5m* por *4m* e seu perímetro será:

$$P = 5 + 4 + 5 + 4 = 18\ m$$

Vejamos, a seguir, alguns exemplos de situação-problema com resolução.

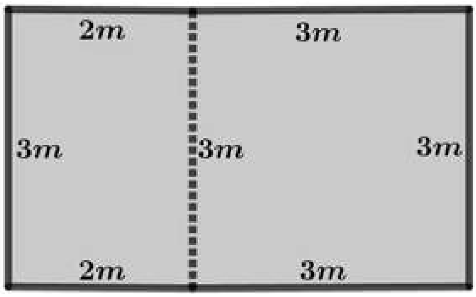


Prezado(a) Professor(a),

Aqui trabalharemos as tarefas (ou expectativas de aprendizagem) **4**, **7** e **8**.

- *4 - Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem. (proficiente-5)*
- *7 - Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras. (proficiente-6)*
- *8 - Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de triângulos e trapézios, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem. (Avançado-7)*

Situação 7 - Um professor desenhou no chão um retângulo, *3m* por *2m*, justaposto a um quadrado de lado *3m*, como na figura abaixo. ***Determinar*** o perímetro externo da figura resultante.



A figura resultante pela justaposição é um retângulo de 5m de base por 3m de altura. Desta forma, seu perímetro será:

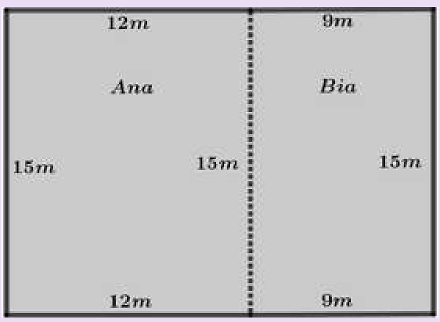
$$P = 2(5 + 3) = 16\ m$$

Situação 8 - Ana e Bia são vizinhas e moram em terrenos retangulares que fazem divisa. O terreno de Ana tem largura de *12m* e comprimento de *15m*, já o terreno de Bia tem largura de *9m* e comprimento de *15m*. ***Determinar*** o perímetro externo ocupado pelos terrenos de Ana e Bia (sem contar a divisa).

Prezado(a) Professor(a),

Observe que a Situação 7 foi descrita com **apoio de imagem** (tarefa 4), enquanto a Situação 8 foi descrita **sem apoio de figura** (tarefa 7). Isso faz com que os exemplos tenham diferentes níveis de complexidade e proficiência.

Vamos fazer um esboço do que foi exposto na situação acima para podermos interpretar melhor o problema.



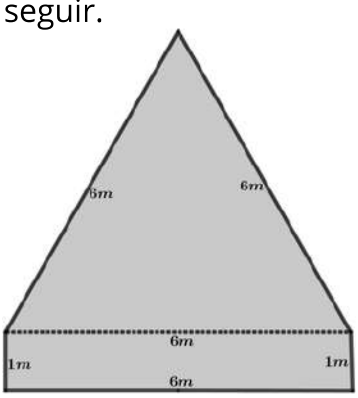
A figura resultante é um retângulo de base (largura) *21m* e altura (comprimento) *15m*. Desta forma, o perímetro externo será:

$$P = 21 + 15 + 21 + 15 = 72\ m$$

Para calcularmos o perímetro obtido pela justaposição de triângulos, retângulos e trapézios (tarefa 8), devemos observar as características da figura resultante.

Vamos, inicialmente, ver a justaposição de **retângulos** e **triângulos**, observando a figura resultante.

Situação 9 - Tomemos um retângulo com medidas de base de *6m* e altura de *1m*, e sobre ele seja justaposto um triângulo equilátero com lado medindo *6m*, como a seguir.



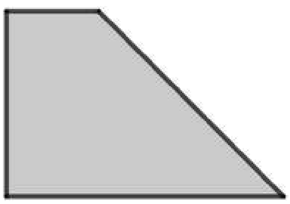
Para ***determinarmos*** o perímetro da figura resultante não levaremos em consideração os lados comuns ou em justaposição, ou seja, tomaremos o perímetro externo. Do retângulo vêm os lados *1m*, *6m* e 1m, e do triângulo os lados *6m* e *6m*. Desta forma, o perímetro referido será: $P = 6 + 1 + 6 + 6 + 1 = 20\ m$

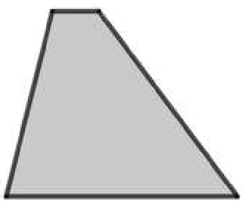
Vamos, agora, inverter a posição onde o triângulo faz justaposição, o colocando sobre o lado de medida de *1m* do retângulo.

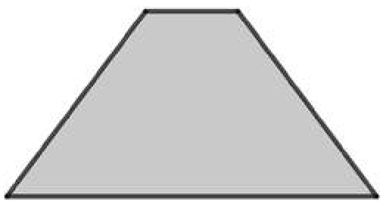
Desta forma, o triângulo equilátero tem lado medindo *1m* e os lados do retângulo a serem considerados são os de medidas *6m*, *1m* e *6m*, logo, o perímetro da figura resultante será: $P = 6 + 1 + 6 + 1 + 1 = 15\ m$

Vejamos a justaposição de triângulos e trapézios (tarefa 8), analisando, da mesma forma, a figura resultante, para, a partir daí, determinarmos seu perímetro, mas primeiro vamos à definição de trapézio.

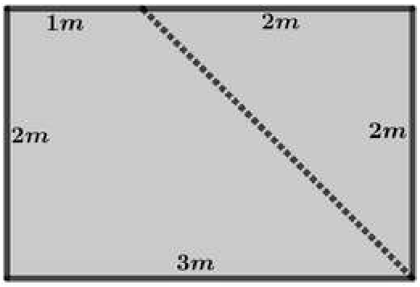
Trapézio é um quadrilátero que possui dois lados paralelos, chamados bases, e outros dois lados não paralelos. Os tipos mais comuns são apresentados abaixo.


Trapézio retângulo


Trapézio escaleno


Trapézio isósceles

Situação 10 - Consideremos que um trapézio retângulo, de bases medindo *3m* e *1m* e altura (distância entre as bases) de *2m,* seja justaposto a um triângulo retângulo isósceles com catetos medindo *2m*, como na figura a seguir. ***Determinar*** o perímetro externo da figura resultante.

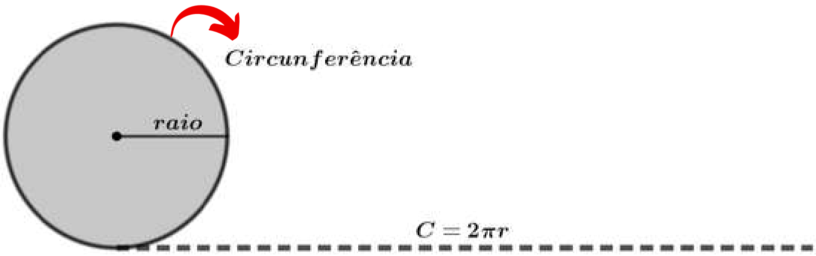


Observamos que a figura resultante é um retângulo de base medindo *3m* e altura *2m*. Desta forma, o perímetro externo será:

$$P = 2(3+2) = 10\ m$$

PERÍMETRO DE UMA REGIÃO CIRCULAR

Agora vamos analisar o perímetro do círculo e, então, ver a justaposição de retângulos e círculos.



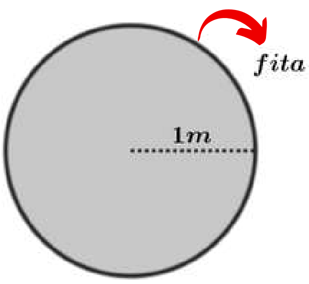
Sabemos que a medida do comprimento da circunferência ou perímetro de um círculo é dado por: $C = 2\pi r$

Prezado(a) Professor(a),

Aqui trabalharemos as tarefas (ou expectativas de aprendizagens) **9** e **10:**

- *Determinar o perímetro de uma região formada pela composição de um retângulo e dois semicírculos na resolução de problemas (Avançado-8).*
- *Determinar o perímetro de uma região circular na resolução de problemas sem apoio de figuras (Avançado-8).*

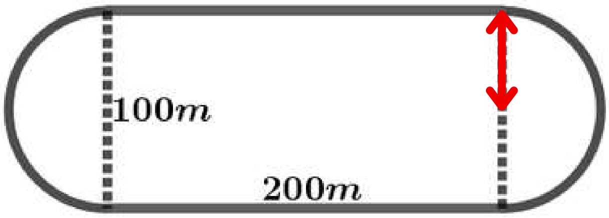
Situação 11 - Um marceneiro construiu uma mesa de MDF (material de madeira) em formato de círculo, com raio de *1m*. Na borda da mesa (seu perímetro) será colada uma fita de laminado decorativo. ***Determinar*** o comprimento mínimo da fita de laminado que será utilizada pelo marceneiro.



Para determinarmos o perímetro da mesa, ou seja, o comprimento mínimo da fita que será utilizada, devemos aplicar a fórmula para o cálculo da circunferência, utilizando *1m* para o raio e *3,14* para aproximação do π . Então teremos:

$$fita = C = 2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 1\ m = 6,28\ m$$

Situação 12 - ***Determinar*** o perímetro (contorno ou borda) de uma pista de atletismo que tem o formato de uma figura resultante da justaposição de um retângulo, de medidas *100m* por *200m*, e dois semicírculos, como a seguir.
(use π =3,14)



Observamos que o perímetro da figura resultante da justaposição será a soma dos dois lados de *200m* do retângulo com uma circunferência completa de raio *50m*, uma vez que os dois simicírculos formam um círculo completo. Daí vem:

$$P = 200\ m + 200\ m + 2 \cdot 3,14 \cdot 50\ m = 714\ m$$

Prezado(a) Professor(a),

Desenvolvemos até aqui as dez tarefas (ou expectativas de aprendizagem) previstas para o descritor ***D057_M - Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema***.

A seguir focaremos na prática de exercícios, começando pela seção de **Análise Pedagógica de um Item**, em seguida **Atividades**, **De olho no Paebes** e **Conexão ENEM.**

Para a construção de listas de exercícios contamos com o **Portal de Questões da Sedu**, onde é possível selecionar questões de acordo com o descritor e com a dificuldade desejada. As atividades elaboradas podem ser aplicadas em formato impresso ou virtual, onde o professor cria a atividade e os estudantes entram para responder.

O QR Code ao lado direciona para o Portal de Questões, que é uma ferramenta de grande ajuda no planejamento pedagógico.

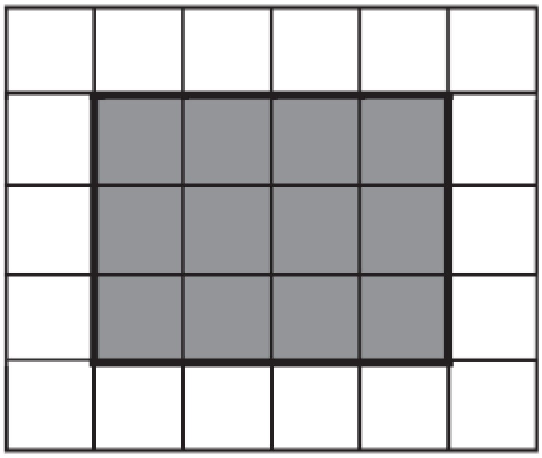
Então, mãos à obra...

Portal de Questões

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(PAEBES - 2022) A figura colorida de cinza na malha quadriculada abaixo representa a piscina da casa de Laura. Cada lado do quadrado dessa malha equivale a 1 m.



Suporte

Qual é a medida do perímetro dessa piscina?

Comando

Alternativas

A) 4 m.
B) 7 m.
C) 12 m.
D) 14 m.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado acima se refere à **tarefa 1,** do descritor **D057_M**, com padrão de desempenho **Básico** e nível de desempenho **3** (entre 275 e 300, como apresentado no início do material).

Esse é o nível de proficiência necessária para que o(a) estudante possa realizar a tarefa com sucesso, e espera-se que ele(a) seja capaz de: *Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas.*

Observamos que ao medir os lados do retângulo usando a malha quadriculada o(a) estudante deve perceber que são 4 m de base e 3 m de altura e, a partir daí, concluir que o perímetro será *4+3+4+3=14 m*, alternativa D.

No entanto, os distratores correspondem a raciocínios possíveis que o(a) estudante pode ter, vamos analisá-los.

Se o(a) estudante optar pela alternativa A, pode ser que ele(a) tenha medido apenas a base do retângulo;

Caso tenha escolhido a alternativa B, pode ser que ele(a) tenha medido a base e a altura do retângulo e respondido que isso se trata do perímetro;

O terceiro distrator é mais interessante, pois caso o(a) estudante tenha escolhido a alternativa C, pode ser que tenha existido uma confusão entre os conceitos de área e perímetro (já que ambos conceitos foram estudados em momentos anteriores), uma vez que a área do retângulo em questão é igual a 12 quadradinhos da malha. Caso isso tenha ocorrido seria interessante utilizar algumas estratégias, como:

- Rever as propriedades dos retângulos - base, altura, unidades de comprimento;

- Revisar/reforçar o conceito de perímetro da figura - contorno/borda/medida externa;

- Diferenciar perímetro e área - são conceitos distintos, mas que sempre aparecem juntos ou próximos. O perímetro é a soma das medidas dos lado (linha) e a área é a região interna (superfície);

- Trabalhar exemplos visuais onde o perímetro é explicitado - preferencialmente situações práticas onde os(as) estudantes possam criar conexões reais;

- Atividades concretas e prática de experimentação - contornar objetos com barbante, medir mesa, caderno, quadra, armário, utilizar malha quadriculada, etc.

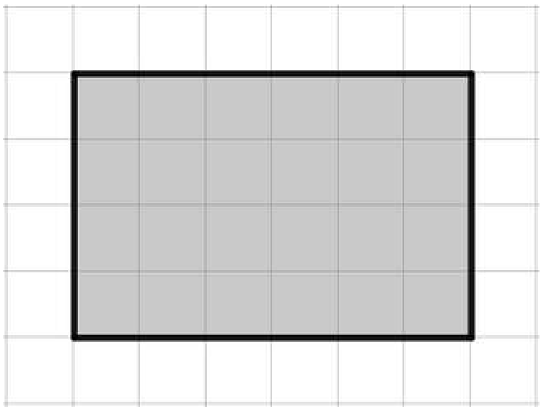
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Na malha quadriculada abaixo todos os quadradinhos têm a mesma medida de 1cm por 1cm. Nela foi desenhado um retângulo em cinza.



a) Qual é a medida da base desse retângulo? (medida horizontal)

b) Qual é a medida da altura desse retângulo? (medida vertical)

c) Qual é o perímetro desse retângulo?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

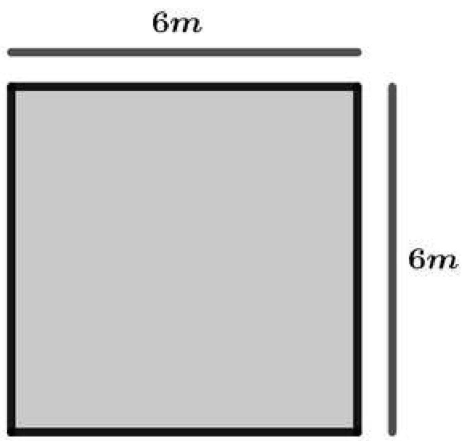
a) Observamos que a base do retângulo ocupa 6 quadradinhos e, como cada um mede 1 cm, ela mede 6 cm.

b) A altura do retângulo ocupa 4 quadradinhos e, como cada um mede 1 cm, ela mede 4 cm.

c) O perímetro é a soma de todos os lados, então: $P = 6 + 4 + 6 + 4 = 20$ cm.

ATIVIDADE 2

A figura a seguir mostra a área de uma fazenda que será cercada e destinada à criação de animais. Trata-se de uma região em formato de quadrado com lado medindo 6 metros.



a) Qual é o perímetro da região que será cercada para a criação de animais?

b) Se a cerca for feita com um total de quatro voltas de arame, quantos metros de arame, no mínimo, serão utilizados?

c) Se cada metro de arame custar R$ 5, quanto será gasto, no mínimo, com a compra desse arame para a construção da cerca, considerando que a cerca seja feita com quatro voltas de arame?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

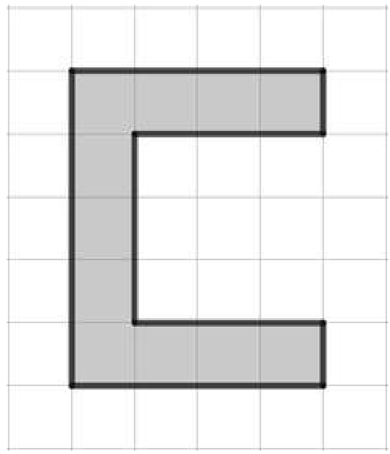
a) Como se trata de um quadrado, todos os lados têm a mesma medida de 6 m, desta forma o perímetro será: $P = 4 \cdot 6 = 24\ m$

b) Se a cerca será construída com quatro voltas de arame, o comprimento do arame deverá ser, no mínimo, quatro vezes o perímetro, ou seja, $P = 4 \cdot 24 = 96\ m.$

c) Considerando que a região seja cercada com quatro voltas de arame, pelo item 'b' concluímos que sua medida total será de 96 m. Se cada metro do arame custar R$ 5, então o valor gasto com a compra de arame para a construção da cerca será de $5 \cdot 96 = 480\ reais.$

ATIVIDADE 3

Carlos desenhou a primeira letra do seu nome em uma malha quadriculada formada por quadradinhos de 1 cm por 1 cm, como mostrado na figura abaixo.



a) Quantos lados tem a figura poligonal que Carlos desenhou?

b) Essa figura pode ser classificada como um polígono regular ou convexo? (justifique)

c) Se Carlos for contornar a figura com barbante, qual o comprimento, em cm, que ele utilizará?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

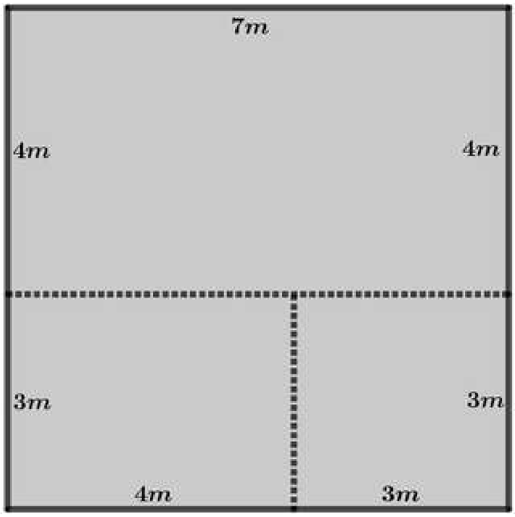
a) O polígono desenhado na malha quadriculada possui 8 lados, como a nomenclatura é baseada no número de lados ele será chamado de octógono.

b) O polígono em questão é irregular, pois os lados tem medidas diferentes. Ele é classificado como não convexo, uma vez que possui ângulo interno maior que 180° ou, equivalentemente, existem dois pontos em seu interior que determinam um segmento de reta que passa por fora dele - desta forma ele é dito não convexo ou côncavo.

c) Se Carlos for contornar a figura com barbante o comprimento utilizado será o perímetro do polígono, ou seja, a soma de todos os lados, então devemos fazer uso dos quadradinhos da malha para medirmos os lados e, a partir daí, calcularmos o perímetro. Logo, $P = 4 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 4 + 5 = 24$.
Então, Carlos precisará de 24 centímetros de barbante para contornar a figura.

ATIVIDADE 4

A figura a seguir foi construída a partir da justaposição de três retângulos e suas respectivas medidas são apresentadas em metros.



a) Quais são as medidas dos lados dos três retângulos que foram utilizados na construção da figura?

b) Qual é o formato e a classificação da figura resultante da justaposição dos três retângulos?

c) Qual é o perímetro externo da figura resultante da justaposição dos retângulos?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) Para a construção da figura acima foram utilizados três retângulos, sendo um deles com lados iguais, neste caso um quadrado. E as medidas são:

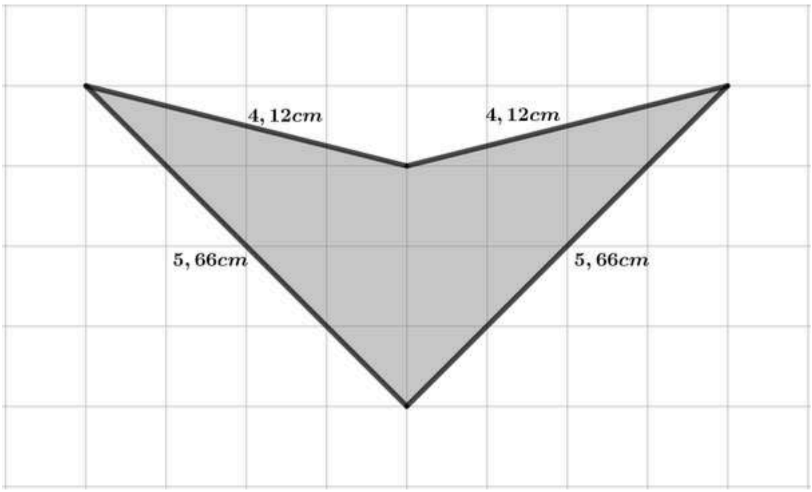
- Retângulo com base 4m e altura 3m;
- Quadrado com lado 3m;
- Retângulo com base de 7m e altura 4m

b) A figura resultante da justaposição é um retângulo com medida externa de 7m de base e 7m de altura, logo trata-se de um quadrado ou quadrilátero regular, que é um polígono convexo.

c) Como a figura resultante é um quadrado, seu perímetro será igual a quatro vezes a medida de seu lado, neste caso teremos: $P = 4 \cdot 7 = 28\, metros.$

ATIVIDADE 5

Uma estudante desenhou no aplicativo Geogebra um quadrilátero em formato de asa delta para fazer o estudo de suas características e propriedades e explicitou as medidas dos lados, como mostrado a seguir.



a) A figura desenhada pela estudante é um polígono regular ou irregular?

b) O polígono é convexo ou não convexo?

c) Qual é o perímetro do polígono?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) O polígono é um quadrilátero irregular, pois nem todos os lados possuem a mesma medida (assim como todos os ângulos também não são iguais).

b) O polígono é não convexo, pois é fácil perceber que existem dois pontos em seu interior que geram um segmento de reta que não está completamente no interior do polígono, ou, equivalentemente, ele possui um ângulo interno maior do que 180°.

c) O perímetro é a soma de todos os lados, ou seja: $P = 2 \cdot (5,66 + 4,12) = 19,56\ m$

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

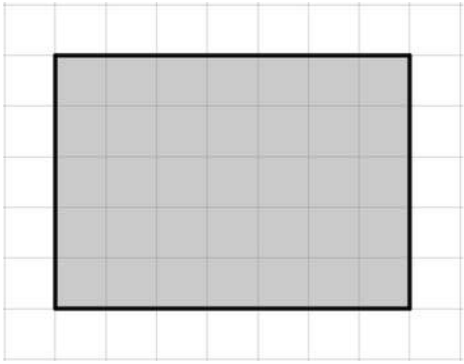
O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D057_M *Utilizar o perímetro de uma figura bidimensional na resolução de problema.*

Avançado	500–450	
	450–425	–
	425–400	Determinar o perímetro de uma região circular na resolução de problemas sem apoio de figuras. Determinar o perímetro de uma região formada pela composição de um retângulo e dois semicírculos na resolução de problemas.
	400–375	Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de triângulos e trapézios, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem.
Proficiente	375–350	Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras. Resolver problemas envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura.
	350–325	Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada. Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem.
Básico	325–300	Calcular o perímetro de uma figura poligonal irregular desenhada sobre uma malha quadriculada, na resolução de problemas. Determinar o perímetro de uma figura poligonal regular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.
	300–275	Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas.
Abaixo do básico	275–250	–
	250–225	–
	225–200	–
	200–175	–
	175–150	–
	150–125	–
	125–0	

ITEM 1 - Nível de proficiência 3

(PAEBES 2022) Para o acabamento da decoração de uma caixa de madeira, será colada uma fita de cetim em volta de sua tampa. O formato dessa tampa é representado, em cinza, na malha quadriculada abaixo, em que o lado de cada quadradinho equivale a 5 centímetros.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas.".

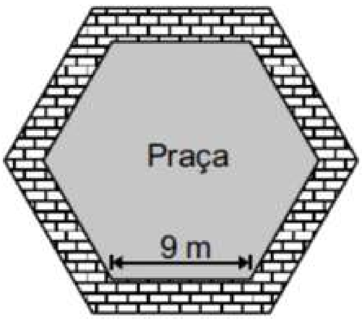
Qual deve ser o comprimento mínimo, em centímetros, dessa fita de cetim?

A) 28.
B) 35.
C) 120.
D) 175.
E) 180.

Gabarito: C

ITEM 2 - Nível de proficiência 4

(PAEBES - 2017) Todos os dias de manhã, Rafael dá três voltas completas em torno de uma praça que tem o formato de um hexágono regular, como mostra o desenho abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de uma figura poligonal regular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.".

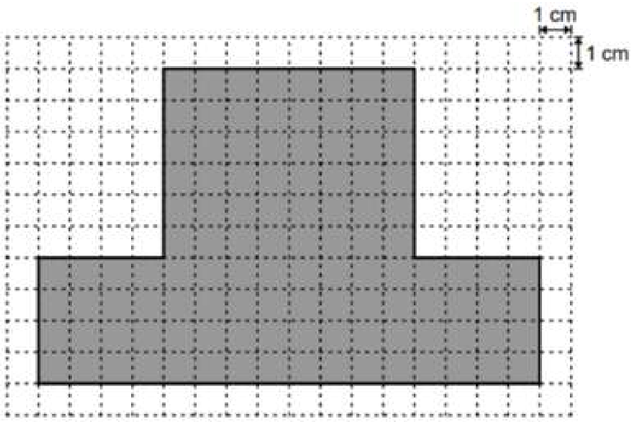
Quantos metros, no mínimo, Rafael percorre por dia em volta dessa praça?

A) 27.
B) 54.
C) 152.
D) 162.
E) 180.

Gabarito: D

ITEM 3 - Nível de proficiência 4

(AMA-3 - 2023 - Modificada) Sérgio utilizou um aplicativo para fazer figuras. A figura está representada, em cinza, na malha quadriculada abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Calcular o perímetro de uma figura poligonal irregular desenhada sobre uma malha quadriculada, na resolução de problemas.".

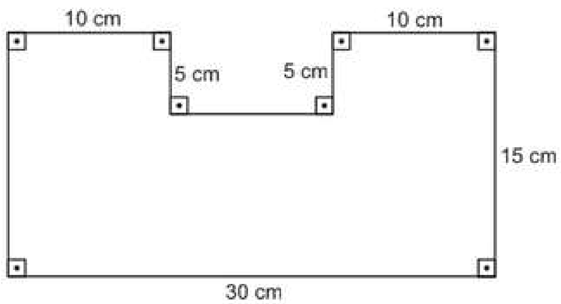
Qual é a medida, em centímetro, do perímetro da figura feita por Sérgio?

A) 13 cm.
B) 26 cm.
C) 36 cm.
D) 52 cm.
E) 80 cm.

Gabarito: D

ITEM 4 - Nível de proficiência 5

(AMA-2 - 2024) Para um trabalho escolar, Joice precisa representar, através de um desenho, a planta baixa de sua casa. Inicialmente, ela fez o desenho do formato dessa planta, conforme representado abaixo.



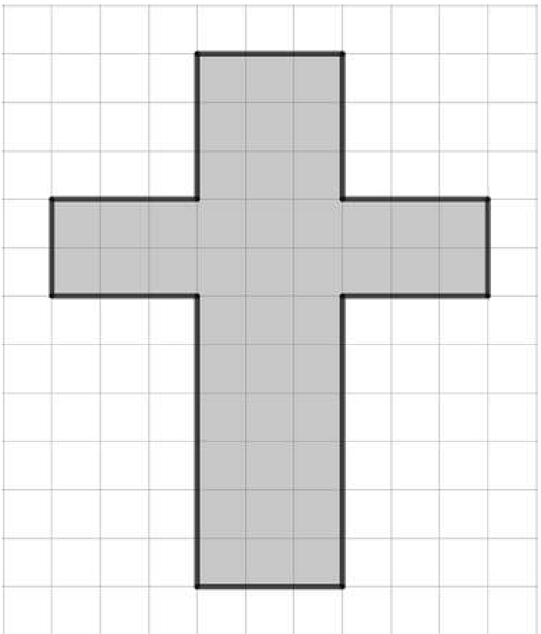
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem.".

Nesse desenho, Joice colou um barbante em todo o perímetro do desenho para destacá-lo. No mínimo, quantos centímetros de barbante Joice colou nesse desenho?
A) 75 cm.
B) 90 cm.
C) 100 cm.
D) 400 cm.
E) 500 cm.

Gabarito: C

ITEM 5 - Nível de proficiência 5

(PAEBES - 2022) Observe abaixo o formato da cruz que Fábio desenhou em uma malha quadriculada. O lado de cada quadradinho dessa malha equivale a 3 cm.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada.".

Qual é a medida do perímetro da cruz que Fábio desenhou?

A) 36 cm.
B) 45 cm.
C) 120 cm.
D) 132 cm.
E) 140 cm.

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Materiais para Professores de Matemática

Prezado(a) professor(a), neste site você encontrará uma variedade de materiais pensados para enriquecer suas aulas, como apostilas do PAEBES e do ENEM, vídeos, listas de exercícios, arquivos do GeoGebra, entre outros recursos didáticos.

Todos os materiais estão disponíveis para download, e a página é atualizada regularmente, garantindo sempre conteúdos relevantes e de qualidade para apoiar sua prática pedagógica.

Bom trabalho!

Material Extra

Referências

CENTRO DE POLÍTICAS PÚBLICAS E AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO (CAEd). PAEBES 2025: matriz de referência de Matemática. Disponível em: <https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf>. Acesso em: 9 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria de Estado da Educação (SEDU). Portal de Questões. Disponível em: <https://questoes.sedu.es.gov.br/>. Acesso em: 9 abr. 2026.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Secretaria de Estado da Educação (SEDU). Coletânea de itens 2022/2023. Disponível em: <https://sedu.es.gov.br/paebes-paebes-alfa>. Acesso em: 9 abr. 2026.

GEOGEBRA. GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR>. Acesso em: 9 abr. 2026.

PIMHO, Cassiano. Materiais para professores. Disponível em: <https://sites.google.com/view/profcassianopimho>. Acesso em: 9 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D058_M *Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.*

O CONCEITO DE POLÍGONO

Chamamos de **polígono** uma linha poligonal fechada simples.

Observe as figuras abaixo:

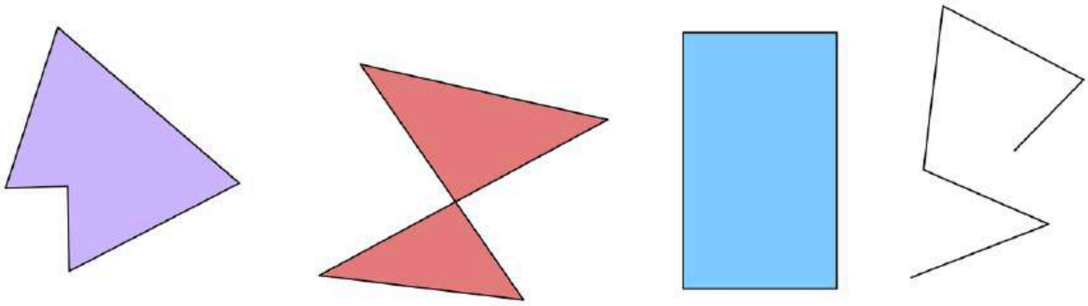
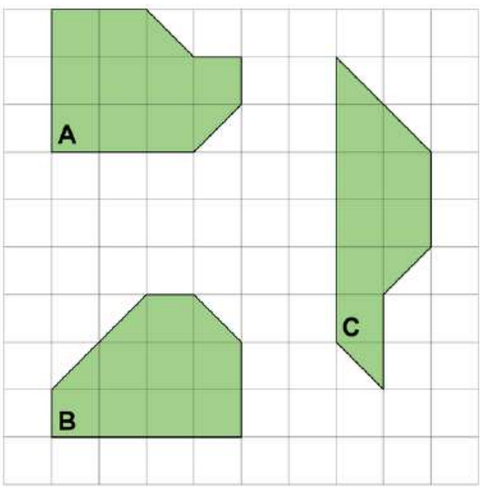


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Apenas as Figuras 1 e 3 são polígonos, pois são fechadas e simples, isto é, os segmentos de reta não se interceptam. A Figura 2 não é um polígono, pois, apesar de fechada sua linha poligonal é não simples e a Figura 3 não é um polígono, pois é uma linha poligonal simples e aberta.

A IDEIA DE ÁREA

A área é a medida da superfície da figura, ou seja, a quantidade de unidades que a figura ocupa no plano. E para comparar duas figuras e dizer qual delas tem a maior área, podemos utilizar uma unidade de área. Normalmente é um quadrado e a área da figura é a quantidade desses quadrados que cabem no interior da figura.

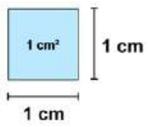


Unidade de medida de área: U

- A área da região A é 10 U.
- A área da região B é 9,5 U.
- A área da região C é 9 U.

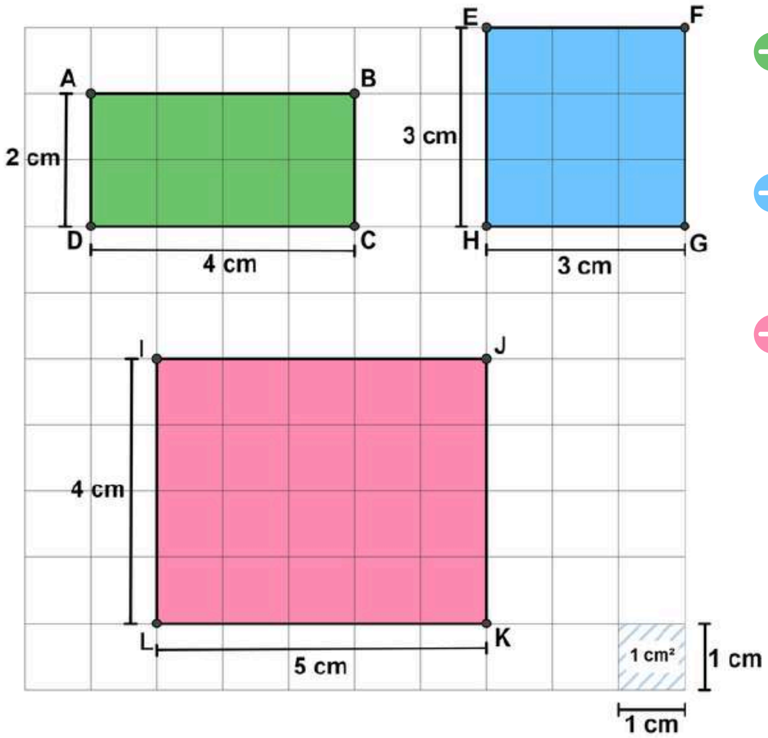
ÁREA DE POLÍGONOS

A partir de agora, vamos estabelecer como unidade de área uma região quadrada cujo comprimento do lado mede 1 cm. Ela será chamada região quadrada unitária.



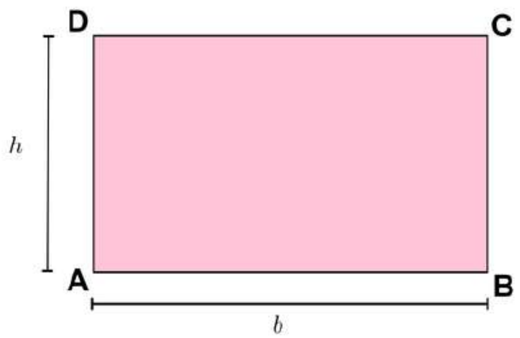
RETÂNGULO E QUADRADO

Observe os retângulos e o quadrado na malha quadriculada abaixo:



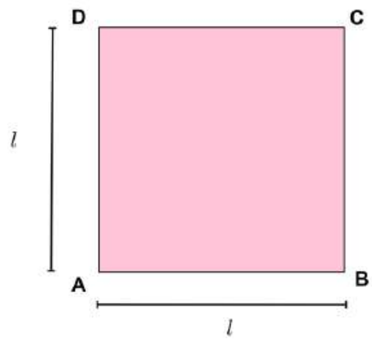
- A área do retângulo ABCD é igual a 8 cm² (4·2=8).
- A área do quadrado EFGH é igual a 9 cm² ($3\cdot3=3^2=9$).
- A área do retângulo IJKL é igual a 20 cm² (5·4=20).

A área de um retângulo de lados medindo b e h, é dada pelo produto da medida da base b pela medida da altura h.



$$A = b \cdot h$$

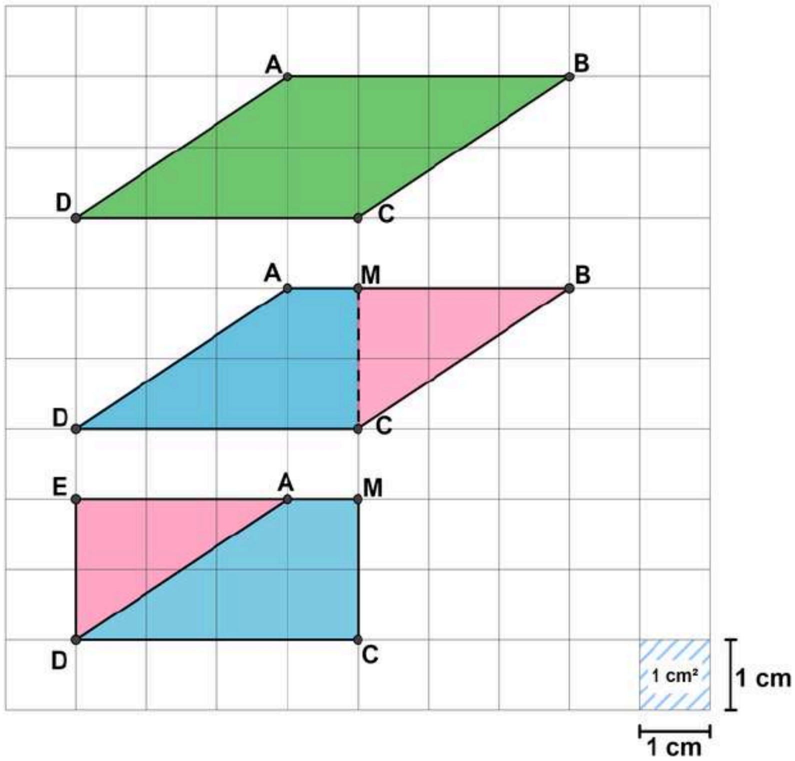
O quadrado é um caso especial do retângulo onde as medidas da base e da altura são iguais.



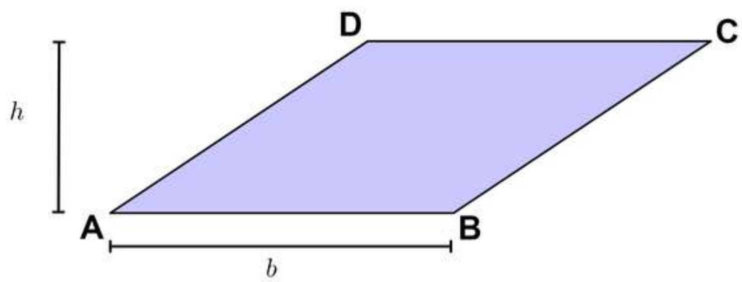
$$A = l^2$$

PARALELOGRAMO

Na malha quadriculada abaixo, você pode acompanhar uma série de cortes e reorganização no paralelogramo ABCD, de modo que sua área seja equivalente à área do retângulo EMCD.



A área de um paralelogramo cuja base mede b e a altura mede h é igual à área de um retângulo de lados medindo b e h.



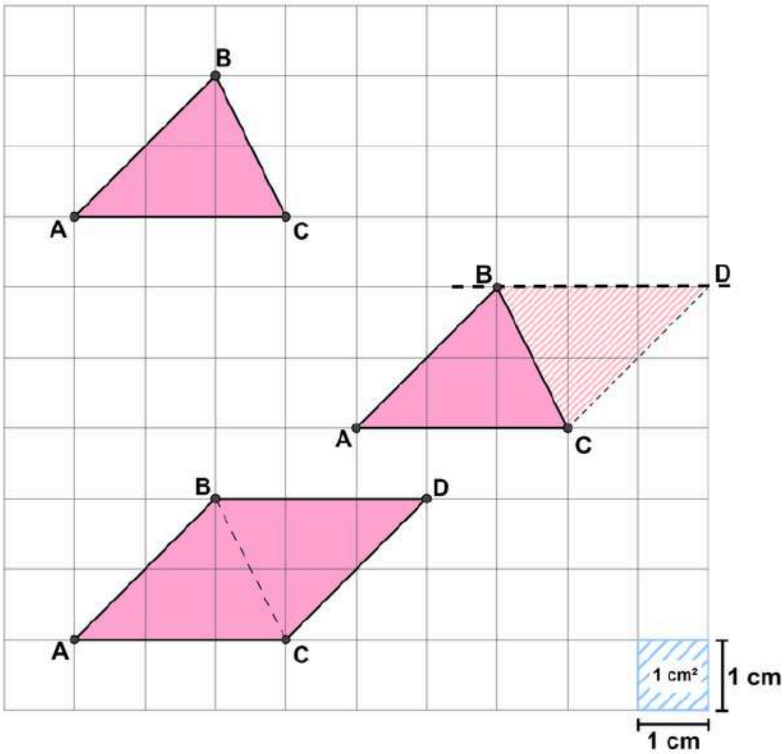
Prezada Professora, Prezado Professor,

pensando em demonstrar, de forma visual, a relação de equivalência entre as áreas do paralelogramo e do retângulo, bem como a relação entre a área do triângulo e do paralelogramo, deixamos aqui dois links de aplicações do GeoGebra que fazem essa ligação:

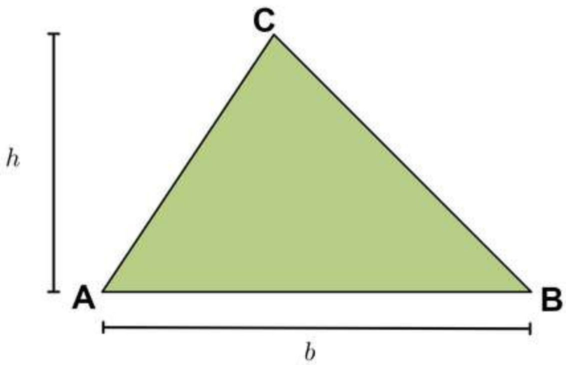
paralelogramo   triângulo

TRIÂNGULO

Conhecendo a medida de área de uma região limitada por um paralelogramo, podemos determinar a medida de área de uma região triangular, porque toda região triangular é metade da região limitada por um paralelogramo de mesma medida de comprimento da base e da altura.
Observe na figura ao lado:



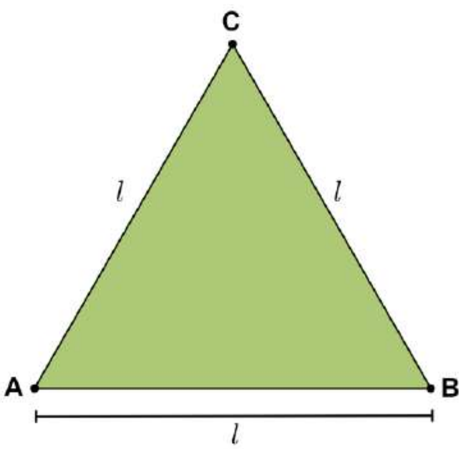
A medida de área de uma região triangular é igual à metade do produto da medida de comprimento da base pela medida de comprimento da altura correspondente.

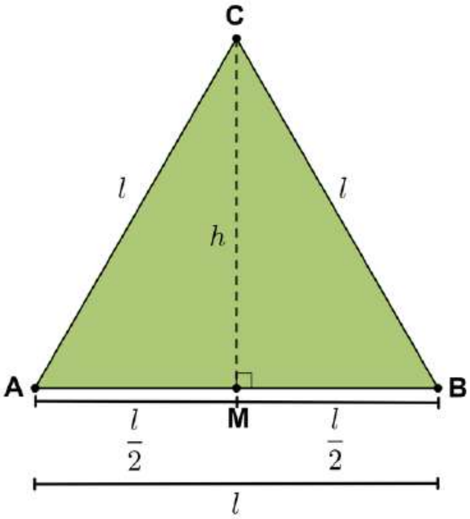


$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Triângulo equilátero

Considere o triângulo equilátero ao lado. A partir de C traçamos a altura relativa à base AB, assim definiremos um ponto M no lado AB. Note que essa altura também é mediana no triângulo equilátero. Assim, a medida AM é igual à medida MB, ou seja, metade do lado. Observe na figura da página seguinte.





Usando o Teorema de Pitágoras no triângulo BMC, temos:

$$l^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3 \cdot l^2}{4}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{3 \cdot l^2}{4}} = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2}.$$

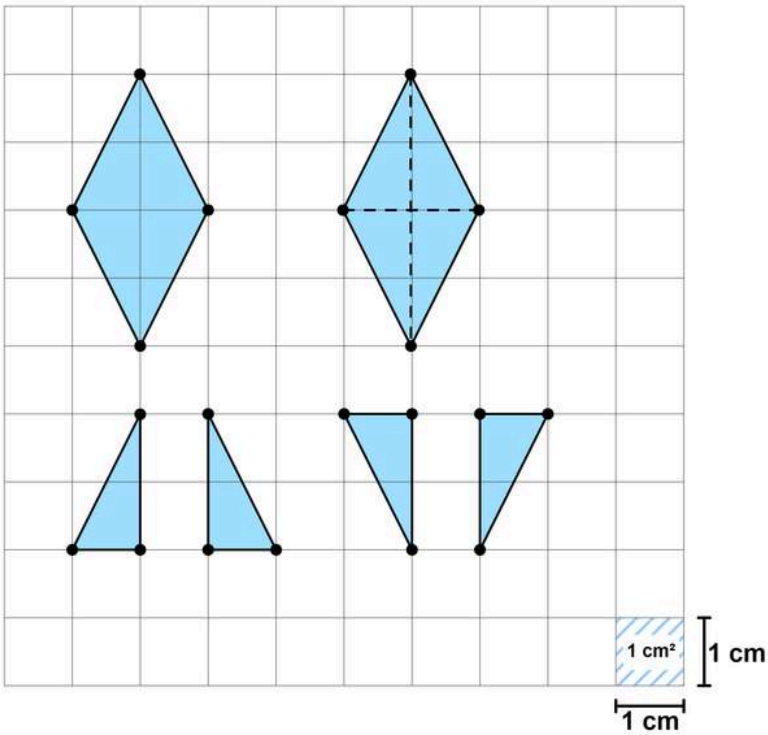
Assim, a área do triângulo equilátero ABC é

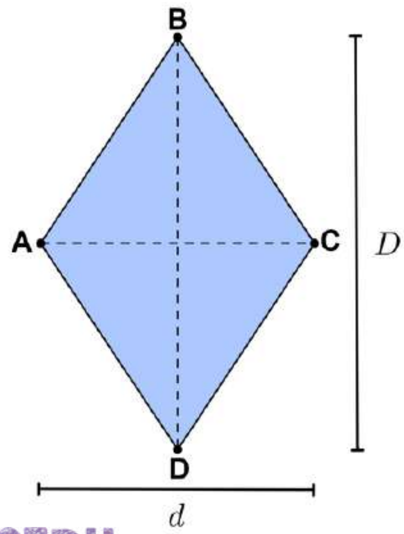
$$A = \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}.$$

Prezado(a) Professor(a),
aproveite este momento para destacar aos(às) estudantes que a área de um hexágono regular pode ser obtida ao decompor a figura em 6 triângulos equiláteros congruentes. Assim, basta calcular a área de um desses triângulos e multiplicar o resultado por 6 para encontrar a área total do hexágono regular.

LOSANGO

Observe que o losango pode ser decomposto em quatro triângulos congruentes de mesma área. Assim, sua área é a soma das áreas desses quatro triângulos.





Como os 4 triângulos são equivalentes, então

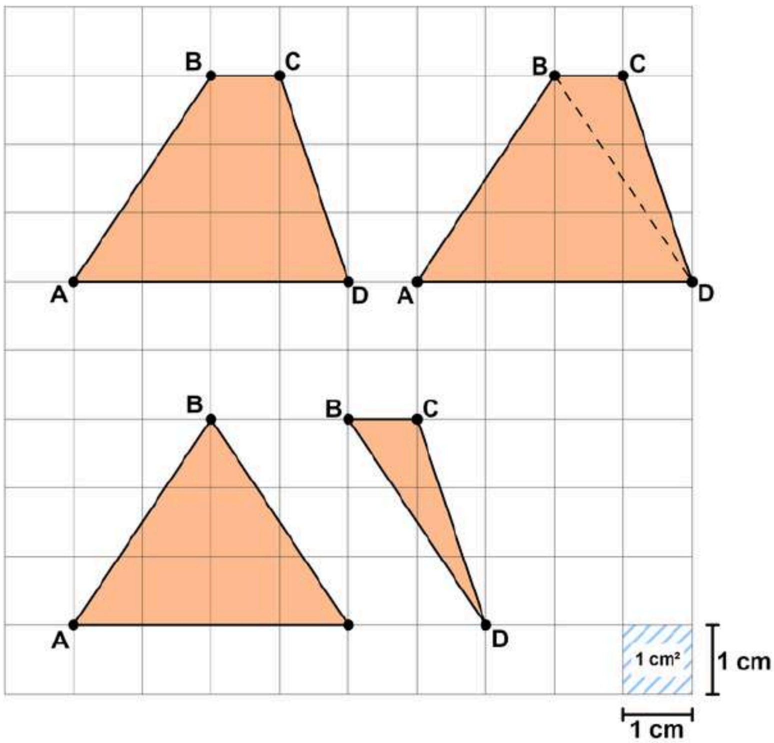
$$A = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{D}{2}\right) = {\color{red}4} \cdot \frac{D \cdot d}{{\color{red}8}} = \frac{D \cdot d}{2}.$$

Portanto,

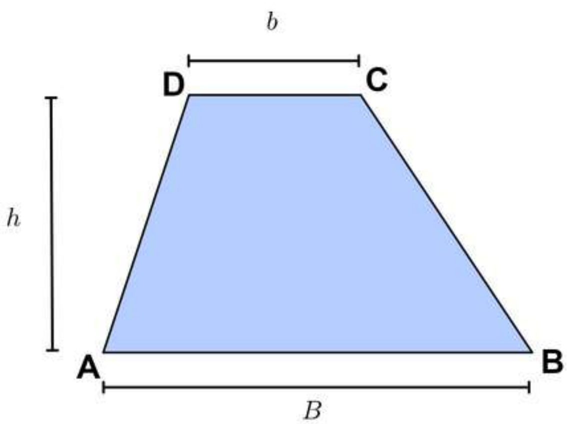
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

TRAPÉZIO

Para determinar a medida da área de uma região limitada por um trapézio, vamos decompô-la em duas regiões menores traçando uma das diagonais do trapézio. Dessa forma, observamos que o trapézio é formado por dois triângulos de mesma altura, sendo um deles com a medida da base igual à medida da base maior do trapézio inicial e o outro com a medida da base igual à medida da base menor do trapézio.



Fazendo a divisão do trapézio em dois triângulos, obtemos:



$$A = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{B \cdot h + b \cdot h}{2} = \frac{h \cdot (B + b)}{2}.$$

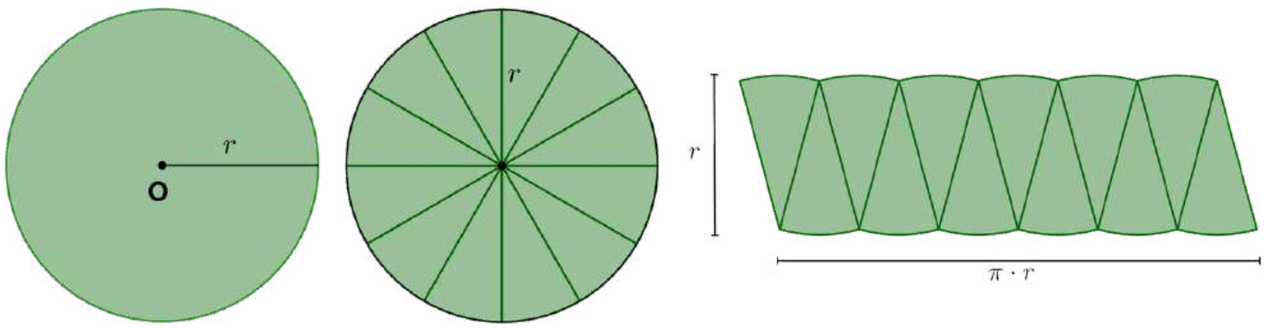
Assim,

$$\boxed{A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}}$$

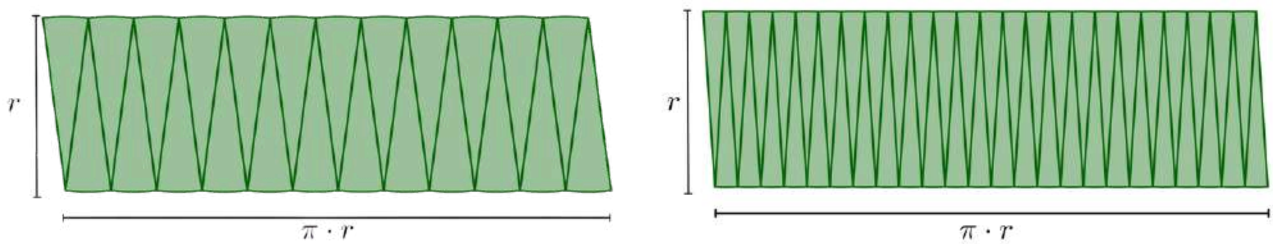
ÁREA DO CÍRCULO E SUAS PARTES

CÍRCULO

Considere um círculo de raio r e divida-o em um número par de partes iguais. Por exemplo, 12 partes iguais, como mostrado na sequência. Podemos reorganizar essas partes e observar que a figura se assemelha a um paralelogramo.



A medida que aumentamos o número de partes em que dividimos o círculo, a figura reorganizada se aproximará de um paralelogramo cuja base possui medida igual a $\pi \cdot r$ e a altura igual a r. Veja abaixo a divisão em 24 e 48 partes, respectivamente.



Portanto, a área do círculo de raio r é:

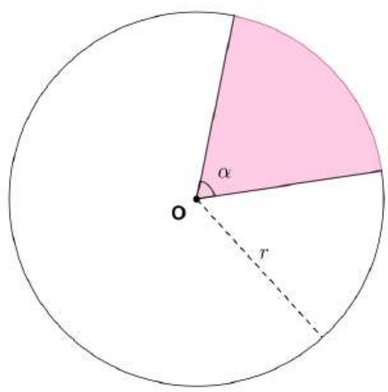
$$A = \pi \cdot r^2$$

Prezado(a) Professor(a),

para facilitar a visualização da demonstração intuitiva da área do círculo, a seguinte aplicação pode ser trabalhada em sala de aula.

SETOR CIRCULAR

Denominamos setor circular a região do círculo delimitada por um dos seus ângulos centrais. A área do setor circular é proporcional ao ângulo que o determina, então podemos usar uma proporção para determinar sua área:

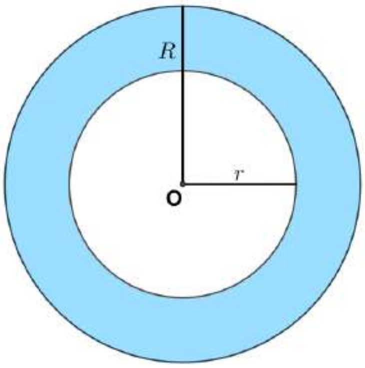


$$\frac{\pi r^2}{360°} = \frac{S_\alpha}{\alpha}$$

$$360° \cdot S_\alpha = \alpha \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow S_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{360°}$$

COROA CIRCULAR

A coroa circular é a região compreendida entre duas circunferências concêntricas que estão em um mesmo plano e têm medidas de seus raios diferentes.



A área de uma coroa circular é dada pela diferença das áreas dos círculos maior e menor:

$$A = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow \boxed{A = \pi \cdot \left(R^2 - r^2\right).}$$

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M00060867) Observe a Figura 1 na malha quadriculada abaixo. Considere que cada quadradinho da malha possui 1 unidade de área.

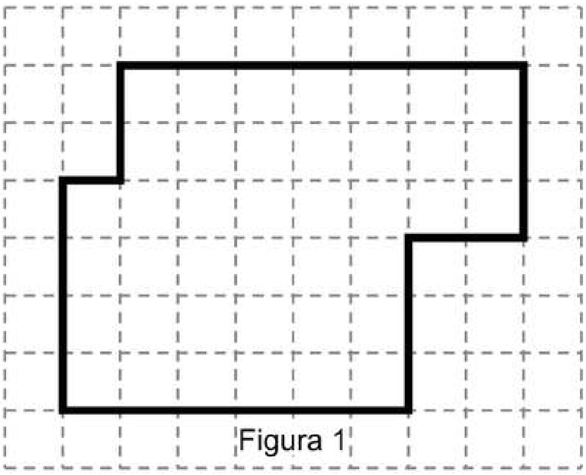


Figura 1

Suporte

Qual é a medida da área total do terreno da Figura 1, em unidades de área?

Alternativas

A) 45.
B) 48.
C) 40.
D) 28.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada ao nível de desempenho **abaixo do básico**. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de ”Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem”.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante compreenda que a área pedida é aquela delimitada pelo contorno destacado. Dessa forma, é esperado que ele(a) conte a quantidade de quadrados da malha quadriculada, dentro da região delimitada, compreendendo que cada quadrado equivale a uma unidade de área.

A contagem correta dos quadrados, dentro da região delimitada, resulta em 40 unidades de área (gabarito C). Os distratores A e B podem representar contagens que consideraram quadrados fora da área delimitada.

Em especial, destacamos o distrator D que apresenta o perímetro da figura em unidades de comprimento (considerando o lado do quadrado da malha quadriculada).

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o conceito de área e como ela é medida em unidades quadradas;
- Esclarecer que a área de uma figura em malha quadriculada é determinada pelos quadrados que estão dentro do contorno que delimita a figura;
- Trabalhar com propostas práticas e visuais que contribuam para que o(a) estudante diferencie área de perímetro.

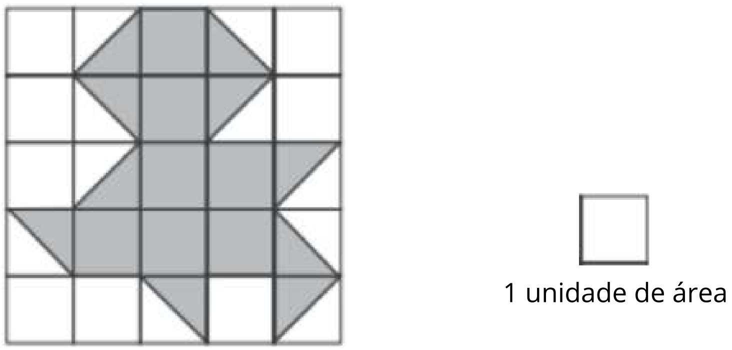
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

A malha quadriculada a seguir tem todos os quadradinhos de mesma medida e representa uma parede de azulejos. A área sombreada representa uma parte que está danificada e que será refeita. Considere cada quadradinho como uma unidade de área.



a) Qual é a área da parede de azulejos que será refeita?

b) Qual é a área da parede de azulejos que não será refeita?

c) Qual é a área total da parede de azulejos?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) A parte que será refeita é aquela que está danificada e sombreada na malha quadriculada. Dessa forma, o(a) estudante pode, primeiramente, realizar a contagem dos quadradinhos que estão totalmente sombreados: 7 unidades de área (u.a.).

Na sequência, o(a) estudante pode proceder para a contagem das metades de quadradinhos sombreadas (triângulos sombreados). Ele(a) precisa considerar que dois triângulos sombreados equivalem a 1 u.a. Dessa forma, como há 10 triângulos sombreados, eles representam uma área danificada de 5 u.a.

Portanto, a área que será refeita (danificada) será de 7 u.a. + 5 u.a. = 12 u.a.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1 - continuação

b) O(A) estudante pode determinar a área que não será refeita de forma similar ao item “a”: contando os quadradinhos em branco e as metades de quadradinhos em branco (triângulos em branco).

Assim, a área que não será refeita é:

8 quadradinhos brancos + 10 triângulos brancos = 8 u.a. + 5 u.a. = 13 u.a.

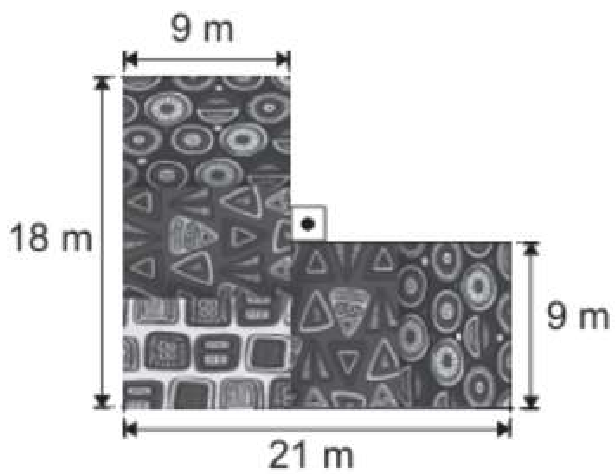
c) O(A) estudante pode contar todos os quadradinhos da malha quadriculada e concluir que a parede tem 25 u.a. Uma variação é a contagem da quantidade de colunas e de linhas da malha quadriculada, culminando no produto $5 \cdot 5 = 25$ u.a.

Outra possibilidade é considerar que a parede de azulejos é composta somente pela parte danificada e pela parte não danificada. Ou seja, as duas partes juntas compõem a parede toda. Então, a área total da parede é:

parte que será refeita + parte que não será refeita = 12 u.a. + 13 u.a. = 25 u.a.

ATIVIDADE 2

(Av. Diagnóstica - 2025 - 1.ª ed. - Adaptada) Para receber uma exposição sobre a cultura africana, uma região plana de um shopping foi revestida com tapetes retangulares, cada um deles com um tipo de estampa africana. Observe, na figura abaixo, uma representação dessa região, após ser revestida com os tapetes.

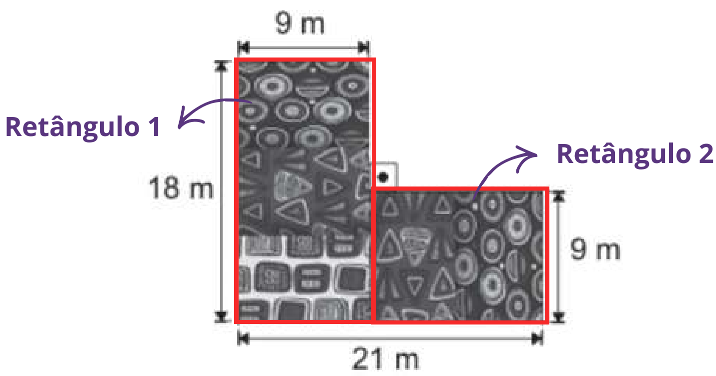


Qual é a medida, em metro quadrado, da área ocupada por esses tapetes nessa região do shopping?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Resolução 1: Observe que podemos dividir a região revestida com os tapetes em duas regiões retangulares distintas, onde:

- O retângulo 1 tem medida da base igual a 9 m e altura igual a 18 m;
- O retângulo 2 tem altura igual a 9 m e a medida da base precisa ser calculada a partir de outras medidas dadas. Para determinar a medida da base desse retângulo, podemos fazer a seguinte subtração:



$$21 - 9 = 12.$$

Determinadas todas as medidas necessárias, calculamos a área de cada retângulo:

$$A = b \cdot h$$

- Retângulo 1: $A_1 = 9 \cdot 18 = 162\ m^2$
- Retângulo 2: $A_2 = 12 \cdot 9 = 108\ m^2$

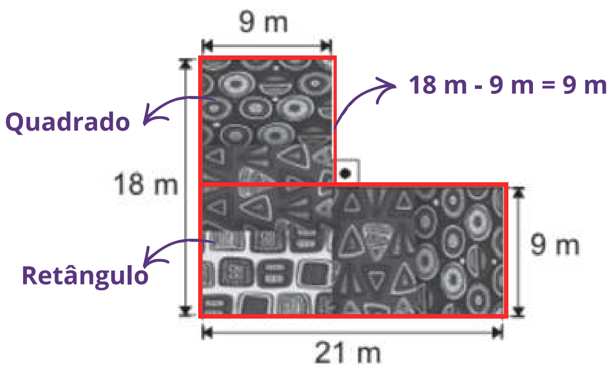
Somando as áreas dos retângulos obtemos a área ocupada pelos tapetes:

$$A_1 + A_2 = 162 + 108 = 270\ m^2$$

Portanto, a medida, em metro quadrado, da área ocupada por esses tapetes nessa região do shopping é de 270 m².

Outras maneiras de resolver:

Resolução 2: Podemos dividir a região revestida com os tapetes de outra forma. Note que, nessa nova configuração obtemos dois retângulos, sendo um deles um quadrado.



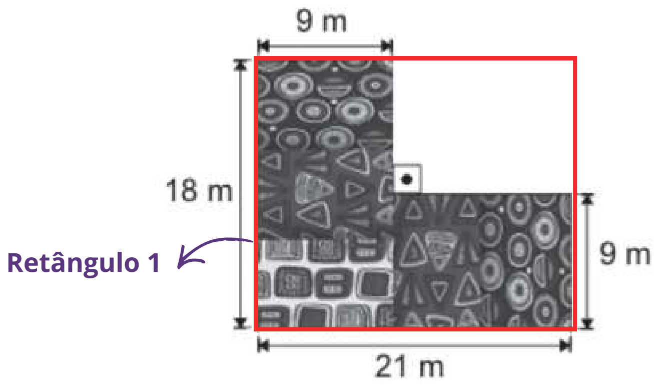
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2 - continuação

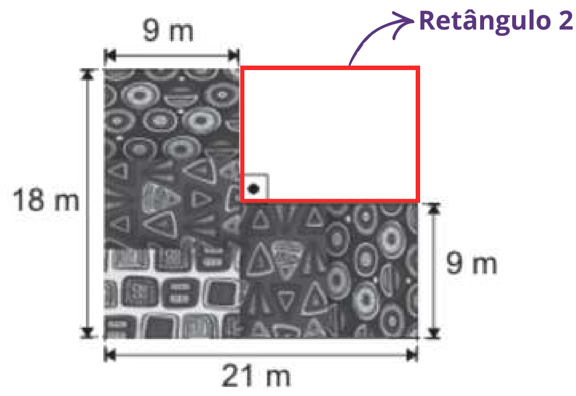
Calculando a área de cada uma das figuras, temos:

- Quadrado: $A_1 = 9 \cdot 9 = 81\ m^2$
- Retângulo: $A_2 = 21 \cdot 9 = 189\ m^2$

Somando as áreas obtidas: $A_1 + A_2 = 81 + 189 = 270\ m^2$

Resolução 3: Outra forma de determinar a área ocupada pelos tapetes é calculando a área ocupada pelo retângulo 1 e subtraindo dela a área ocupada pelo retângulo 2, visto que ela na prática não existe.





Calculando a área de cada uma das figuras, temos:

- Retângulo 1: $A_1 = 21 \cdot 18 = 378\ m^2$
- Retângulo 2: $A_2 = 12 \cdot 9 = 108\ m^2$

Portanto, a área total ocupada pelos tapetes é dada por:

$$A_1 - A_2 = 378 - 108 = 270\ m^2$$

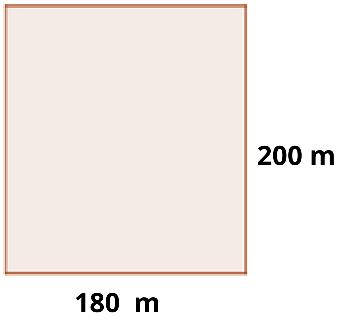
ATIVIDADE 3

A prefeitura de Jerônimo Monteiro, no interior do Espírito Santo, está organizando uma festa para comemorar o aniversário da cidade no parque municipal. O parque tem um formato retangular, com dimensões de 180 metros de comprimento por 200 metros de largura. Para garantir a segurança de todos os participantes, o Corpo de Bombeiros recomenda que a densidade média em eventos desse tipo não exceda cinco pessoas por metro quadrado.

Com base nas recomendações de segurança, qual é o número máximo de pessoas que podem participar da festa?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Considerando que o parque possui um formato retangular com dimensões de 180 metros de comprimento por 200 metros de largura, sua representação geométrica pode ser visualizada no esquema abaixo:



Determinando a área do parque:

$$A_r = b \cdot h$$

$$A_r = 180 \cdot 200$$

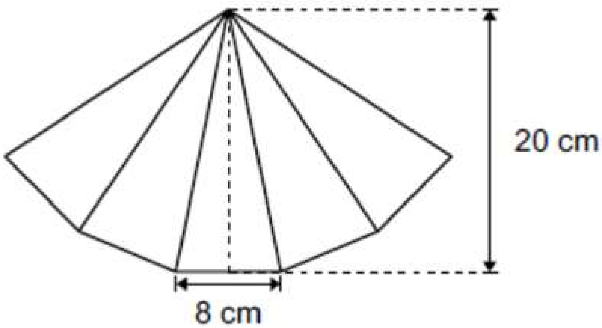
$$A_r = 36\,000\ m^2$$

Como o Corpo de Bombeiros recomendou que a densidade média não exceda cinco pessoas por metro quadrado, temos que:

$$\underbrace{36\,000}_{\text{m}^2} \cdot \underbrace{5}_{\text{pessoas/m}^2} = 180\,000\ pessoas$$

ATIVIDADE 4

(AMA - 2024 - 3.ª ed. - Adaptada) A organização de um baile distribuiu leques feitos de papel para os convidados. Esse leque é formado pela justaposição de cinco pedaços iguais de papéis de formato triangular. Observe, na figura abaixo, uma representação desse leque e a medida da altura e da base de um dos triângulos que o compõe.



Qual é a medida, em centímetro quadrado, da área total desse leque?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Como o leque é formado pela justaposição de cinco pedaços iguais de papéis de formato triangular, podemos determinar a área de um deles e multiplicar por cinco. A figura indica que a altura do pedaço de papel triangular é 20 cm e que a base desse triângulo mede 8 cm. Deste modo, podemos calcular a área desse triângulo:

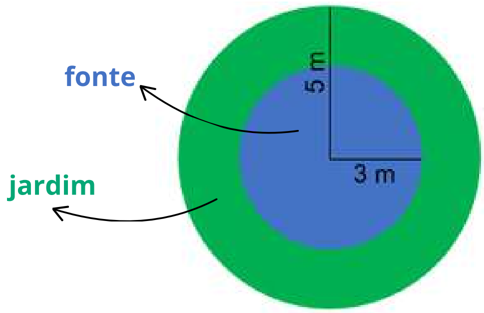
$$A_{triangulo} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 20}{2} = \frac{160}{2} = 80\ cm^2$$

Assim, o leque, que é formado por cinco desses triângulos, tem a seguinte área total:

$$A_{leque} = 5 \cdot A_{triangulo} = 5 \cdot 80 = 400\ cm^2$$

ATIVIDADE 5

Um jardineiro está projetando um jardim circular com uma fonte no centro. O jardim tem um raio de 5 metros e a fonte tem um raio de 3 metros.



Qual é a área da coroa circular formada entre a borda do jardim e a fonte?
(Utilize: π = 3,14)

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Resolução 1: A área do jardim circular representa a área de uma coroa circular, cujos raios são 3 e 5 metros. Note que, para determinar a área do jardim podemos calcular primeiramente a área total (jardim + fornte) e depois subtrair desta área a área da fonte.

- área da região ocupada pelo jardim e pela fonte:

$$A_{jardim+fonte} = \pi \cdot R^2$$
$$A_{jardim+fonte} = 3,14 \cdot 5^2$$
$$A_{jardim+fonte} = 3,14 \cdot 25$$
$$A_{jardim+fonte} = 78,50\ m^2$$

- área região da ocupada pela fonte:

$$A_{fonte} = \pi \cdot r^2$$
$$A_{fonte} = 3,14 \cdot 3^2$$
$$A_{fonte} = 3,14 \cdot 9$$
$$A_{fonte} = 28,26\ m^2$$

- Área da região ocupada pelo jardim: $A_{jardim} = A_{jardim+fonte} - A_{fonte}$

$$A_{jardim} = 78,50 - 28,26$$
$$A_{jardim} = 50,24\ m^2$$

Resolução 2: A área do jardim circular representa a área de uma coroa circular, cujos raios são 3 e 5 metros. Dessa forma, substituindo os valores dos raios diretamente na fórmula da área da coroa circular, temos:

$$A_{coroa} = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$
$$A_{coroa} = 3,14 \cdot (5^2 - 3^2)$$
$$A_{coroa} = 3,14 \cdot (25 - 9)$$
$$A_{coroa} = 50,24\ m^2$$

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

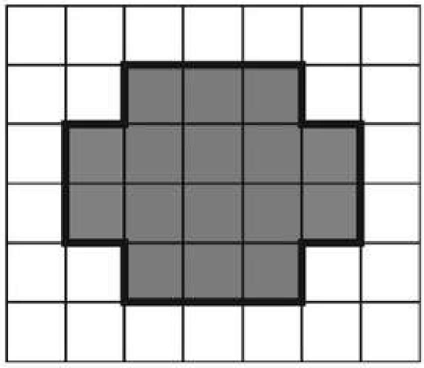
O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D058_M *Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problema.*

Avançado	450–500	
	425–450	Resolver problemas envolvendo áreas de círculos e polígonos.
	400–425	–
	375–400	Reconhecer que a área de um retângulo ou de um trapézio quadruplica quando seus lados dobram. Determinar a área de figuras formadas pela composição/decomposição de triângulos, paralelogramos, trapézios e círculos. Reconhecer que a área de um retângulo quadruplica quando seus lados dobram. Determinar a área de figuras simples (triângulo, paralelogramo, trapézio), inclusive utilizando composição/decomposição. Determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura.
Proficiente	350–375	Determinar a área de um retângulo em situações-problema. Determinar a área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas. Determinar a razão entre as áreas de duas figuras desenhadas numa malha quadriculada. Reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes.
	325–350	–
Básico	300–325	Determinar a área de um retângulo desenhado numa malha quadriculada, após a modificação de uma de suas dimensões. Determinar a área de uma figura poligonal não convexa desenhada sobre uma malha quadriculada. Resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura.
	275–300	–
Abaixo do básico	250–275	Reconhecer que, entre quatro ladrilhos apresentados, quanto maior o ladrilho, menor a quantidade necessária para cobrir uma dada região. Reconhecer o m^2 como unidade de medida de área.
	225–250	Determinar a área de uma região retangular representado em uma malha quadriculada.
	200–225	–
	175–200	–
	150–175	Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem.
	125–150	–
	0–125	

ITEM 1 - Abaixo do básico

(M04396SI - adaptado) Ana coloriu de cinza uma figura na malha quadriculada abaixo. Veja o que ela fez.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem".

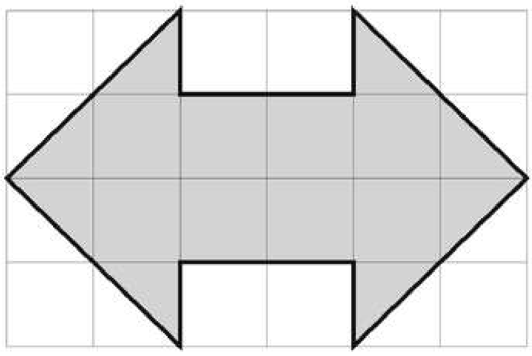
A área dessa figura corresponde a quantos quadrados?

A) 10.
B) 16.
C) 20.
D) 25.
E) 26.

Gabarito: B

ITEM 2 - Básico

(M06071CD - adaptado) Observe o desenho, na cor cinza, que Eva fez no papel quadriculado.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de uma figura poligonal não convexa desenhada sobre uma malha quadriculada".

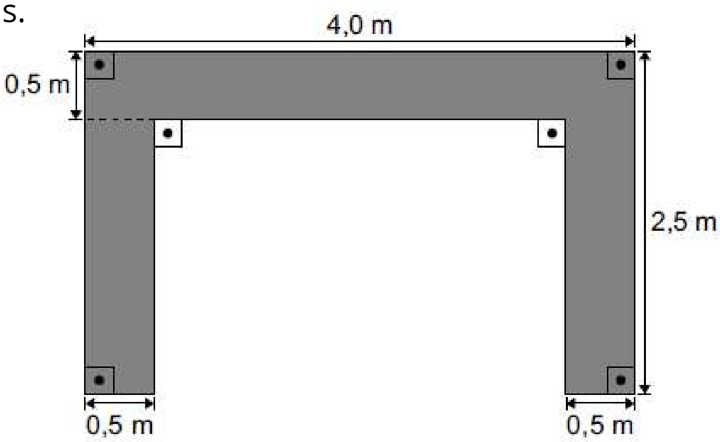
Se cada quadrinho tem $1 cm^2$ de área, qual é a área da figura que Eva desenhou?

A) $9 cm^2$.
B) $10 cm^2$.
C) $11 cm^2$.
D)$12 cm^2$.
E) $16 cm^2$.

Gabarito: D

ITEM 3 - Básico

(AMA - 2025 - 3.ª ed. - adaptado) Para encomendar uma bancada de granito que será instalada em seu escritório, Tales desenhou um esboço da superfície superior dessa bancada, conforme representado de cinza na figura abaixo, e indicou algumas medidas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura".

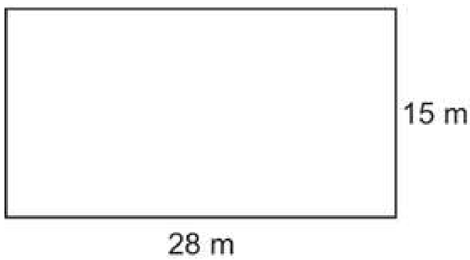
De acordo com esse esboço, a superfície superior dessa bancada terá quantos metros quadrados de área?

A) 2,0 m².
B) 4,0 m².
C) 8,0 m².
D) 10,0 m².
E) 17,0 m².

Gabarito: B

ITEM 4 - Proficiente

(AMA - 2024 - 3.ª ed. - adaptado) Uma quadra de basquete, que possui formato retangular, será pintada para um torneio. Observe abaixo a representação dessa quadra, com suas medidas destacadas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área de um retângulo em situações-problemas".

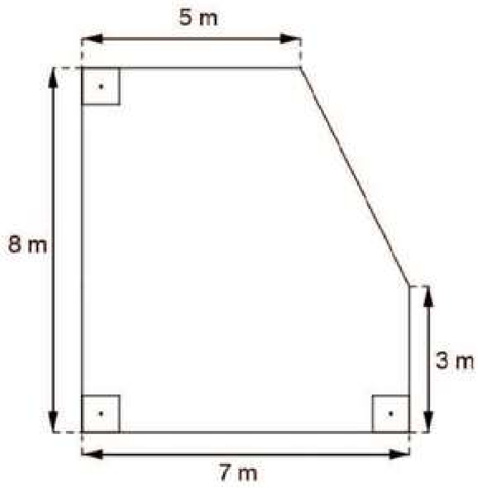
Qual é a área, em metro quadrado, dessa quadra de basquete?

A) 43 m².
B) 86 m².
C) 140 m²
D) 168 m².
E) 420 m².

Gabarito: E

ITEM 5 - Avançado

(M110275E4) O desenho abaixo representa o chão da cozinha de Irene. Ela revestiu o chão dessa cozinha com piso.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Determinar a área de figuras formadas pela composição/decomposição de triângulos, paralelogramos, trapézios e círculos”.

Quantos metros quadrados de piso, no mínimo, Irene utilizou para revestir todo chão dessa cozinha?

A) 21 m².
B) 30 m².
C) 48 m².
D) 51 m².
E) 56 m².

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o “Conexão ENEM” para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo "Áreas de Figuras Planas" traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

A lição 3 "Revendo conceitos elementares sobre área" traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: geometria. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Matemática em Contextos: geometria plana e espacial. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

DOCE, Osvaldo; Pompeo, José Nicolau. Fundamentos de matemática elementar, 9: geometria plana. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 13 mar. 2026.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. Enem 2011 - Exame Nacional do Ensino Médio 2011: 2º dia. Brasília: INEP, 2011. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/dia1_caderno2_amarelo.pdf. Acesso em: 20 fev. 2025.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. Enem 2016 - Exame Nacional do Ensino Médio 2016: 2º dia. Brasília: INEP, 2016. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 20 fev. 2025.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica

Capítulo 6: Área e Volume de Sólidos Geométricos

Detalhando o descritor

D125_M *Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.*

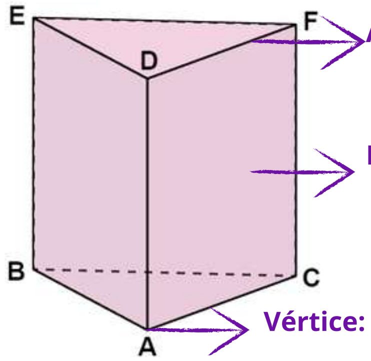
VÉRTICES, FACES E ARESTAS

Vértices, faces e arestas são elementos de um poliedro.

Poliedro é um sólido geométrico formado pela reunião de um número finito de polígonos e pela região do espaço limitada por eles.

- As regiões planas limitadas por esses polígonos são chamadas de **faces** do poliedro;
- Cada lado de um polígono é comum a exatamente duas faces e essa intersecção é chamada de **aresta** do poliedro;
- Cada vértice de uma face é um **vértice** de um poliedro.

Abaixo, temos a representação em perspectiva de um poliedro. Vamos analisá-lo, considerando seus elementos.



Aresta: representada pelo segmento DF.

Face: representada pelo polígono ADFC.

Vértice: representado pelo ponto A.

Desse modo, o poliedro acima apresenta:

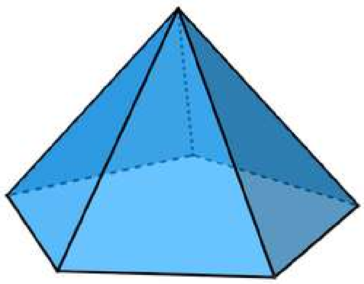
- Nove arestas, que são os segmentos: AB, AC, BC, AD, CF, BE, DE, DF, EF.
- Cinco faces, que são os polígonos: ABC, ADFC, ADEB, BCFE, DEF.
- Seis vértices, que são os pontos: A, B, C, D, E, F.

Prezado(a) Professor(a), no material extra indicamos um texto que discute um pouco mais sobre poliedros. Você pode utilizá-lo para fazer uma discussão sobre poliedros convexos e não-convexos ou, ainda, recorrer ao livro didático, se achar necessário realizar alguma atividade sobre isso com os(as) estudantes.

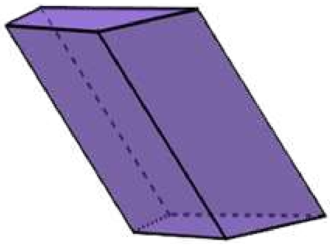
RELACIONANDO VÉRTICES, FACES E ARESTAS

Existe uma relação muito importante entre três elementos de um poliedro convexo: o número de faces (F), o número de arestas (A) e o número de vértices (V). Essa relação funciona para todos os poliedros convexos e recebe o nome de **relação de Euler**, em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler.

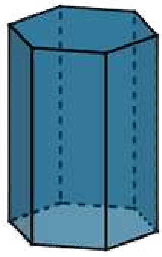
Vamos descobrir essa relação a partir das representações de alguns poliedros convexos.



Pirâmide Pentagonal



Prisma Quadrangular



Prisma Hexagonal

6 Vértices
6 Faces
10 Arestas

8 Vértices
6 Faces
12 Arestas

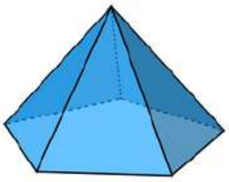
12 Vértices
8 Faces
18 Arestas

Mas, o que podemos observar entre a quantidade desses elementos em cada um dos poliedros? Qual a relação entre eles?

Que tal pensar em outros poliedros convexos? Um cubo, por exemplo. O que você pensou se aplica ao cubo também?

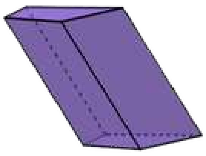
Prezado(a) Professor(a), essa parte inicial tem uma proposta mais investigativa. Por isso, é importante **explorar os aspectos visuais dos poliedros** em dois movimentos: com apoio de imagens e, posteriormente, sem esse apoio. Caso sua escola disponha das representações de sólidos em casca (acrílico), utilize algumas delas para que os(as) estudantes possam explorar de forma tátil e contar os números de vértices, faces e arestas. É muito importante para essa etapa investigativa que você proponha questionamentos para que os(as) estudantes possam fazer análises e identificar que o número de arestas aumentado de 2 é igual à soma do número de vértices com o número de faces.

Voltando às representações dos poliedros utilizados no início da discussão:



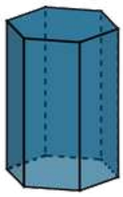
Vértices (V): 6
Faces (F) : 6
Arestas (A): 10

6 + 6 - 10 = 2



Vértices (V): 8
Faces (F): 6
Arestas (A): 12

8 + 6 - 12 = 2



Vértices (V): 12
Faces (F): 8
Arestas (A): 18

12 + 8 - 18 = 2

V + F - A = 2

Relação de Euler

Utilizando manipulação algébrica, podemos escrever essa relação de outros modos. É comum encontrar essas diferenciações. Algumas possibilidades:

V + F - A = 2 **V + F = A + 2** **V - A + F = 2**

A **relação de Euler** pode ser usada para calcular a quantidade de um dos elementos de um poliedro convexo, faces, arestas ou vértices, desde que outros dois sejam conhecidos. Assim, sabendo o número de vértices e de faces, por exemplo, podemos determinar o número de arestas.

Também podemos determinar esses elementos sabendo apenas a quantidade de faces e o tipo de polígono de cada uma delas, pois com essas informações conseguimos determinar o número de arestas do poliedro e, aplicando a relação de Euler, determinar o número de vértices.

Por exemplo, considere um poliedro convexo constituído por 2 faces triangulares e 3 faces quadrangulares. Já sabemos que o número de faces é 5, mas como determinar as quantidades de arestas e de faces desse poliedro?

Para começar, vamos entender sobre essas faces, pensando nelas isoladamente.

Cada face triangular tem 3 lados → 2 faces triangulares → 2 x 3 = 6 lados.

Cada face quadrangular tem 4 lados → 3 faces quadrangulares → 3 x 4 = 12 lados.

Cada aresta é comum a duas faces, ou seja, é contada duas vezes na soma da quantidade de lados. Então, se temos um total de 18 lados (6 + 12), basta dividir por 2 para obter *o número de arestas, que será 9.*

Para determinar o número de vértices, recorremos à relação de Euler, substituindo os elementos conhecidos (números de arestas e faces).

Assim, recorrendo a **V + F - A = 2**, temos que **V + 5 - 9 = 2** , ou seja, **V - 4 = 2** e **V = 2+ 4**, totalizando *6 vértices*.

Agora, vamos considerar uma situação em que sabemos apenas o número de vértices e o número de arestas que partem de cada um desses vértices (ou concorrem em cada vértice). Por exemplo, um poliedro convexo tem 12 vértices e de cada um deles partem 5 arestas. Como determinar os números de arestas e de faces desse poliedro?

Se esse poliedro convexo tem *12 vértices* e de cada um deles partem 5 arestas, temos que 12 x 5 = 60 segmentos de reta (se contarmos isoladamente cada vértice). Como cada aresta é conectada a dois vértices, o número de arestas do poliedro é obtido dividindo 60 por 2, ou seja, *30 arestas.* Agora, sabendo que esse poliedro tem *30 arestas e 12 vértices*, podemos relacionar que: **12 + F = 30 + 2.** O que resulta em **F = 32 - 12** e **F = 20.** Logo, o poliedro tem *20 faces*.

Prezado(a) Professor(a), algumas considerações pedagógicas importantes sobre a exploração dos poliedros utilizados nas discussões:

- Orientamos **explorar outros tipos de relações** como, exemplo: nas pirâmides o número de vértices é igual ao número de faces; nos prismas, o número de arestas é o triplo do número de lados do polígono da base, enquanto o número de vértices é o dobro. Isso pode ser pensado (representado) de forma algébrica. Se numa pirâmide a base tem **n** lados, o número de vértices será **n +1**; se num prisma a base tem **n** lados, o número de arestas será representado por **3n** e o de vértices, **2n**. São relações que, se abordadas, devem ser conduzidas de modo investigativo, para que o estudante chegue a essas conclusões.

- Mais uma vez, chamamos atenção para **a importância de alguns processos sem o apoio visual da imagem,** pois isso requer do estudante um processo maior de abstração, já que envolve que ele lembre características e/ou propriedades e elementos importantes daquele objeto geométrico. Contudo, destacamos que isso é um processo e que o progresso depende do desenvolvimento dos(das) estudantes. Uma sugestão é começar com algumas representações de poliedros para que ele(a) possa explorar de forma tátil, depois as representações no plano (imagens) e, posteriormente, resolver problemas sem o apoio da imagem.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(PAEBES) Um poliedro convexo possui 8 faces triangulares.
Os números de vértices e arestas desse poliedro são, respectivamente

Comando

Alternativas

A)18 e 24.
B) 22 e 12.
C) 12 e 22.
D) 6 e 12.
E) 6 e 8.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado propõe uma tarefa ancorada no nível de desempenho **avançado.** Ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a quantidade de faces, vértices e/ou arestas de um poliedro por meio da Relação de Euler em um problema que necessite de manipulação algébrica".

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante determine, inicialmente, o número de arestas. Assim, conhecendo os números de faces e arestas ele recorre à manipulação algébrica, utilizando a Relação de Euler, para determinar o número de vértices.

A resolução correta compreende que o(a) estudante considere as 8 faces triangulares tomadas isoladamente, ou seja, há 8 triângulos (8 x 3 lados) totalizando 24 lados. É esperado que ele(a) saiba que cada aresta é comum a duas faces e, por isso, esses lados, dois a dois, formam uma única aresta. Dessa forma, no poliedro da tarefa há 12 arestas (24 lados dividido por 2).

Conhecendo dois elementos de um poliedro convexo, nesse caso os números de faces e arestas, pressupõe-se que o(a) estudante identifique que pode determinar o número de vértices por meio da manipulação algébrica, recorrendo à Relação de Euler. Desse modo, ao substituir o número de arestas por 12 e o de faces por 8, espera-se que o(a) estudante obtenha a seguinte relação: $V + 8 - 12 = 2 \rightarrow V = 2 + 4 \rightarrow V = 6$. O gabarito do item é letra D, 6 vértices e 12 arestas.

O distrator A considera que o(a) estudante não tenha compreendido que a aresta é comum a duas faces e, por isso, executou apenas 8 x 3 = 24. Ao realizar a manipulação algébrica considerando 8 faces e 24 arestas, ele(a) obtém 18 vértices. Nesse caso, uma possível intervenção pedagógica é recorrer às representações de sólidos para que o(a) estudante explore o objeto pensando em sua planificação e no movimento de construção (do plano para o espaço) de modo que ele(a) visualize a junção de dois segmentos de reta (os lados do triângulo) formando um único segmento de reta, a aresta. O material que contempla o D111_M pode auxilar com atividades para a construção dessa compreensão.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

O dodecaedro regular é um poliedro convexo constituído por doze faces pentagonais.

a) Escreva uma estratégia para determinar o número de arestas desse poliedro, considerando que você não sabe o número de vértices.

b) Utilizando a Relação de Euler, determine o número de vértices do dodecaedro regular.

Prezado(a) Professor(a), não ter o apoio da imagem compreende um nível maior de abstração. Porém, em muitos casos, utilizar a imagem pode limitar a resolução a uma contagem dos elementos, distanciando-se da proposta do descritor, que é focada na relação entre esses elementos (vértices, faces e arestas)

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Uma possibilidade para determinar o número de arestas do dodecaedro regular é considerar o formato de suas faces, tomando-as isoladamente. Então, se esse poliedro é formado por 12 faces pentagonais, consideramos os 12 pentágonos, ou seja, são 12 polígonos de 5 lados, o que totaliza 60 lados (12 x 5). Uma informação importante que o(a) estudante tem que recorrer é que esses lados, dois a dois, formarão as arestas, pois cada aresta é comum a duas faces. Assim, o dodecaedro regular tem 30 arestas.

b) Conhecendo a quantidade de dois elementos de um poliedro convexo, é possível determinar a quantidade do terceiro elemento por meio da manipulação algébrica, recorrendo à Relação de Euler. Desse modo, se o número de faces (F) é 12 e o de arestas (A) é 30, temos:

$\mathbf{V} + F - A = 2 \rightarrow \mathbf{V} + 12 - 30 = 2 \rightarrow \mathbf{V} - 18 = 2 \rightarrow \mathbf{V} = 2 + 18 \rightarrow \mathbf{V = 20}$

O número de vértices é 20.

ATIVIDADE 2

Determine a quantidade de faces de um poliedro convexo formado por 16 vértices e 24 arestas.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Já são conhecidas as quantidades de dois elementos de um poliedro convexo (vértices e arestas) e o propósito é determinar a quantidade do terceiro elemento (número de faces). Recorrendo à Relação de Euler, partimos da informação que V = 16 e A = 24. Assim:

$$V + \mathbf{F} - A = 2 \rightarrow 16 + \mathbf{F} - 24 = 2 \rightarrow \mathbf{F} - 8 = 2 \rightarrow \mathbf{F} = 2 + 8 \rightarrow \mathbf{F} = 10$$

O poliedro convexo tem **10 faces.**

Prezado(a) Professor(a), as atividades 2 e 3 tratam sobre "determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da aplicação direta da Relação de Euler", pois indicam dois elementos do poliedro para a determinação do terceiro. Contudo, na atividade 3 além de determinar esse terceiro elemento, é proposto mais um questionamento para o(a) estudante: determinar o número de parafusos.

ATIVIDADE 3

Uma caixa no formato de um poliedro convexo precisa ser reforçada com 3 parafusos em cada vértice, um revestimento de metal nas suas 7 faces e uma aplicação de uma cola especial em todas as 15 arestas.

Qual a quantidade necessária de parafusos para reforçar essa caixa?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

A caixa tem o formato de um poliedro convexo constituído por 7 faces e 15 arestas.

Em cada vértice serão colocados três parafusos. Então, para determinar a quantidade de parafusos (que é a pergunta da questão) é preciso saber o número de vértices. Utilizando a Relação de Euler, temos que:

$$\mathbf{V} + F - A = 2 \rightarrow \mathbf{V} + 7 - 15 = 2 \rightarrow \mathbf{V} - 8 = 2 \rightarrow V = 2 + 8 \rightarrow \mathbf{V} = 10$$

O poliedro tem 10 vértices e em cada um deles serão colocados 3 parafusos. A quantidade necessária de parafusos será 10 x 3 = **30 parafusos.**

ATIVIDADE 4

(Dante; Viana, 2024 - Adaptado) Leia o pequeno texto, que será base para as questões apresentadas.

As Copas do Mundo de Futebol masculino da Federação Internacional de Futebol (Fifa) trazem consigo as histórias de milhares de torcedores apaixonados por esse esporte. A cada Copa é utilizada uma nova versão de bola. A bola da Copa de 2002, chamada de Fevernova, levou 3 anos para ser desenvolvida e tinha 6 camadas de diferentes materiais, o que lhe proporcionava um deslocamento aéreo mais preciso e previsível.

(Dante; Viana, 2024, p. 80)

a) A bola de futebol usada na Copa de 2002, antes de ser inflada, tem o formato parecido com o de um icosaedro truncado, sólido que tem 12 faces pentagonais regulares e 20 hexagonais regulares. Quantas arestas tem esse sólido que foi mencionado como parecido com a bola de futebol?

b) Para costurar essas faces lado a lado, formando a superfície da bola, usam-se 20 cm de linha em cada aresta do poliedro. Porém, considerando possíveis desperdícios no processo de fabricação, para cada bola orienta-se comprar 5% a mais de linha. Quantos metros de linha são necessários comprar para fabricação de uma bola?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

a) O poliedro relacionado à bola de futebol da copa de 2022, é formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais.

Cada face pentagonal tem 5 lados → 12 faces pentagonais → 12 x 5 = 60 lados.

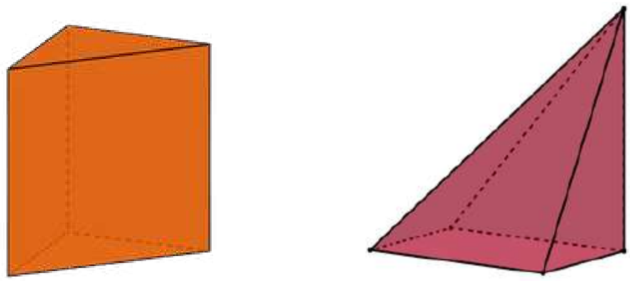
Cada face hexagonal tem 6 lados → 20 faces hexagonais → 20 x 6 = 120 lados.

Os lados, dois a dois, constituem a aresta. Então: 60 + 120 = 180 lados, o que resulta em 180 : 2 = **90 arestas.**

b) A questão coloca que são gastos 20 cm de linha para cada aresta. Como são 90 arestas, temos que: 90 x 20 cm = 1 800 cm. Para transformar essa medida para metros, fazemos 1 800 : 100 (1m = 100 cm), obtendo 18 m.
Contudo, ainda há uma orientação de comprar 5% a mais. Então: 5% de 18 metros equivale a 0,9 m. Total a ser comprado para cada bola: 18 m + 0,9 m = **18,9 m.**

ATIVIDADE 5

Analise os poliedros convexos apresentados a seguir:



Prisma Triangular Pirâmide Quadrangular

Sobre esses poliedros, identifique a única afirmação verdadeira.

A) O prisma triangular é constituído por 6 faces.
B) A pirâmide quadrangular tem 4 faces.
C) Na pirâmide quadrangular, o número de arestas é triplo do número de lados do polígono da base.
D) No prisma triangular, o número de arestas é o triplo do número de lados do polígono da base.
E) O prisma triangular é constituído por 9 vértices e 6 arestas.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

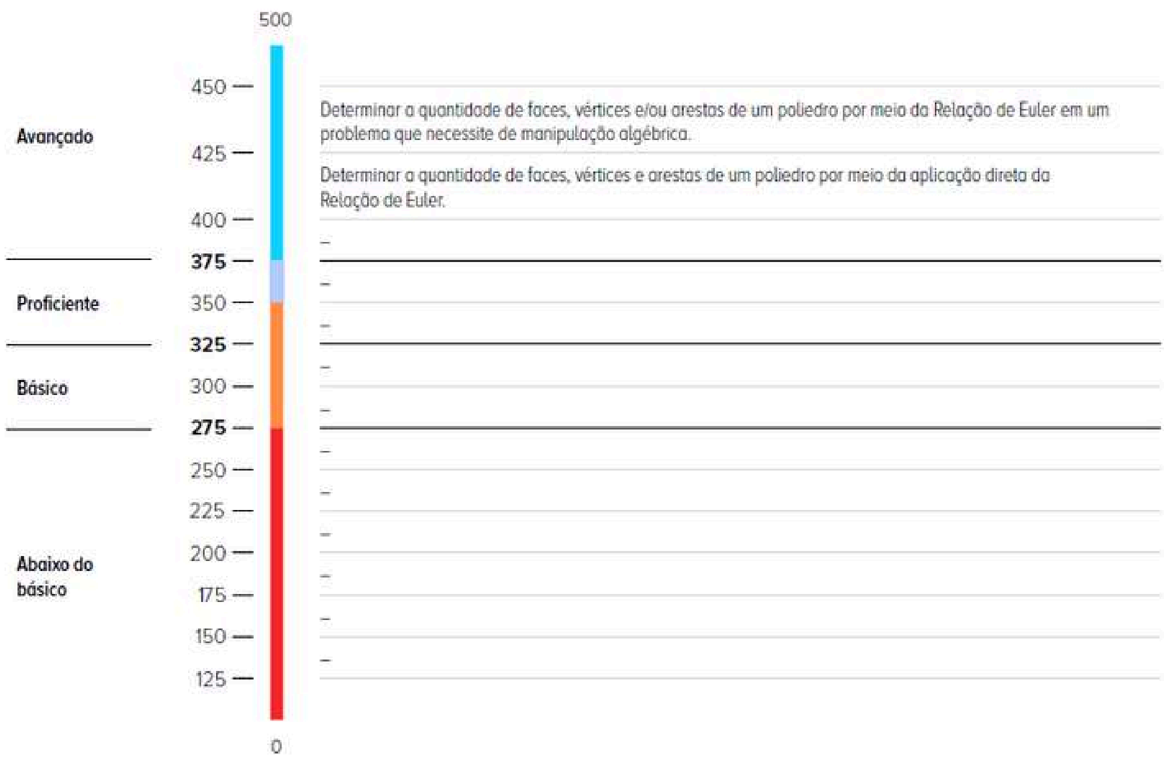
A) **Falsa**. O prisma triangular tem 5 faces. Seis é o número de vértices.
B) **Falsa.** A pirâmide quadrangular tem 5 faces. Quatro é o número de faces laterais.
C) **Falsa.** Não somente na pirâmide quadrangular, mas em todas as pirâmides o número de arestas corresponde ao dobro do número de lados do polígono da base e não ao triplo.
D) **VERDADEIRA.** Não somente no prisma triangular, mas em todos, o número de arestas é o triplo do número de lados do polígono da base.
E) **Falsa**. Os valores foram invertidos: são 6 vértices e 9 arestas.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D125_M *Identificar a relação entre o número de vértices, faces e/ou arestas de poliedros expressa em um problema.*



ITEM 1 - Avançado

(M120116B1) O dodecaedro regular é um poliedro formado por 12 faces pentagonais.

Quantos vértices tem esse poliedro?

A) 16.
B) 20
C) 30.
D) 50.
E) 60.

Prezado(a) Professor(a), o item 1 busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a quantidade de faces, vértices e/ou arestas de um poliedro por meio da relação de Euler em um problema que necessite de manipulação algébrica".

Gabarito: B

ITEM 2 - Avançado

(PAMA11025AC) Um poliedro convexo tem 6 vértices. De cada vértice partem 4 arestas.

Quantas faces tem esse poliedro?

A) 8.
B) 10.
C) 12.
D) 16.
E) 20.

Prezado(a) Professor(a), este item busca verificar se o(a) estudante é capaz de " "Determinar a quantidade de faces, vértices e/ou arestas de um poliedro por meio da relação de Euler em um problema que necessite de manipulação algébrica".

Gabarito: A

ITEM 3 - Avançado

(PAMA11133MS) Sabendo que um poliedro convexo possui 4 faces e 6 arestas, podemos afirmar que o número de vértices é

A) 3.
B) 4.
C) 8.
D) 10.
E) 24.

Prezado(a) Professor(a), o item 3 busca verificar se o(a) estudante é capaz de " Determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da aplicação direta da Relação de Euler".

Gabarito: B

ITEM 4 - Avançado

(AMA - 2024) Na exposição de arte de uma galeria, existe uma peça no formato de um poliedro convexo de 22 vértices e 50 arestas. As faces desse poliedro foram construídas com telas e foi colocada a foto de um artista diferente em cada tela.

Quantas fotos foram colocadas, ao todo, nas faces desse poliedro?

A) 26.
B) 28.
C) 30.
D) 70.
E) 72.

Gabarito: C

Prezado(a) Professor(a), este item busca verificar se o(a) estudante é capaz de " Determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da aplicação direta da Relação de Euler".

ITEM 5 - Avançado

(AMA - 2024) Amanda é arquiteta e vai construir o molde de um poliedro convexo para incluir em uma maquete. Esse poliedro terá 40 vértices, 24 faces e, para fazer as arestas, Amanda vai usar palitos de picolé. Cada palito de picolé corresponderá a uma aresta.
De quantos palitos de picolé Amanda irá precisar para construir esse molde?

A) 18.
B) 32.
C) 62.
D) 64.
E) 66.

Gabarito: C

Prezado(a) Professor(a), este item busca verificar se o(a) estudante é capaz de " Determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da aplicação direta da Relação de Euler".

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Um pouco sobre poliedros

Prezado(a) Professor(a), caso considere necessário discutir sobre poliedros e poliedros convexos, deixamos o link e o QR-Code de um estudo que pode ser utilizado com os(as) estudantes. Além disso, destacamos a importância de recorrer ao livro didático e outros materiais, dependendo das necessidades específicas de cada turma.

Cubo Mágico

No Volume 2 da coleção "Do seu jeito: Matemática" (Editora Ática), na página 62, há uma discussão problematizando com o Cubo Mágico. A discussão, bem como a problematização, podem ser utilizadas para para explorar aspectos relacionados à visualização geométrica.

Referências

BONJORNO, J.R.; JUNIOR, J.R.G.; SOUSA, P.R.C. Prisma matemática: geometria: ensino médio: área de conhecimento: matemática e suas tecnologias. 1.ed. São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Do seu jeito: matemática: área de Matemática e suas tecnologias: volume 2: ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2018. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2018. v. 1. Anual. Conteúdo: Revista do Professor – Matemática.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2025. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, v. 1, 2025. Anual.

Detalhando o descritor

D111_M *Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.*

REPRESENTAÇÕES NO PLANO

Observe as duas imagens abaixo.

Figura 1

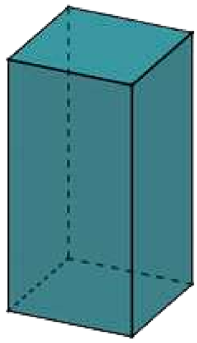


Figura 2

A primeira imagem tem o formato de um retângulo e representa uma figura que está totalmente contida num plano. Já na segunda, representamos uma caixa, cujo formato é de um paralelepípedo reto retângulo e que, diferente da primeira, não cabe inteiramente num plano. Para entender um pouco melhor, vamos imaginar uma caixa, com o formato da figura 2, apoiada sobre a sua mesa. Podemos pensar numa caixinha de pasta de dente, por exemplo. Ao colocá-la sobre sua mesa, você vai observar que ela tem uma de suas superfícies apoiada sobre o tampo da mesa, mas todo seu restante (cada uma das outras superfícies) está acima desse tampo. Dizemos que essa caixa é uma forma espacial ou **tridimensional.**

Podemos dizer que a figura 2 é uma **representação em perspectiva** da caixa, cujo formato remete a um paralelepípedo reto retângulo. A representação em perspectiva é uma das maneiras que podemos utilizar para representar formas tridimensionais no plano.

Representação em Perspectiva

O desenho, para transmitir a ideia de tridimensionalidade, precisa recorrer a um modo especial de representação gráfica, que é a **perspectiva.** Podemos dizer, então, que perspectiva é a representação gráfica dos objetos tridimensionais. Ela pode ser feita de várias maneiras, recorrendo a diferentes técnicas, com resultados diferentes, que se assemelham mais ou menos à visão humana. Contudo, a ideia principal é representar graficamente as três dimensões de um objeto em um único plano, para gerar a ideia de profundidade e relevo.

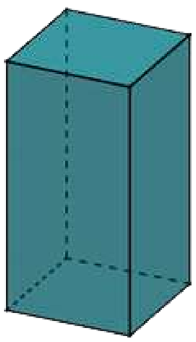
Você conhece alguma outra maneira de representar formas tridimensionais no plano?

Prezado(a) Professor(a), antes de seguir para as próximas discussões sobre os modos de representar formas tridimensionais no plano, sugerimos deixar que os estudantes partilhem sobre o questionamento acima. Uma questão complementar que também pode ser levantada é a utilização dos recursos tecnológicos para a construção das representações, por exemplo, o GeoGebra.

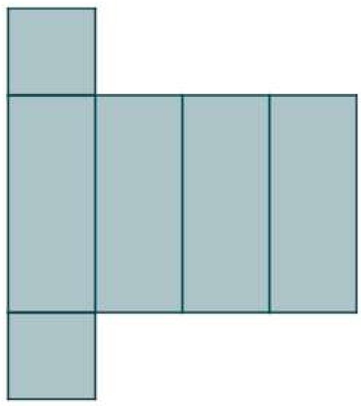
Vamos analisar outras meniras de representar objetos tridimensionais no plano. Voltemos à caixinha de pasta de dente. Você pode abri-la e colocar todas as suas superfícies sobre o tampo da mesa de uma única vez. Chamamos esse processo de **planificação.**

Prezado(a) Professor(a), orientamos pedir que os(as) estudantes levem para sala de aula uma caixinha de pasta de dente (ou outra caixa) para que você realize esse processo com eles de abrir a caixa e explorar a discussão que fizemos acima, trazendo outros questionamentos e discussões.

Mas, atenção! A caixinha aberta não é uma forma plana, afinal ela está em suas mãos e continua sendo uma forma tridimensional. Na representação no plano da caixinha aberta, é que temos a sua forma plana. Observe as imagens abaixo.



Representação em perspectiva

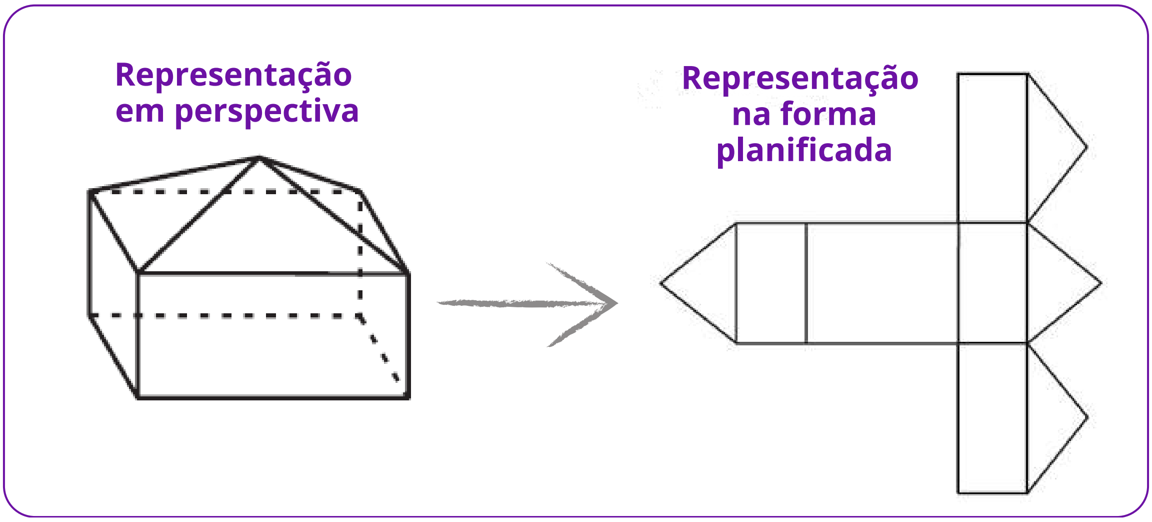


Forma planificada

Prezado(a) Professor(a), é importante explicar para o(a) estudante que existem diferentes representações da forma planificada de uma dada forma tridimensional.

Para representar a planificação de um sólido geométrico, é muito importante observar as suas superfícies, analisando a quantidade e o formato de cada uma delas. No caso dos poliedros, analisamos os polígonos que constituem as suas faces.

Por exemplo: vamos observar as representações abaixo.

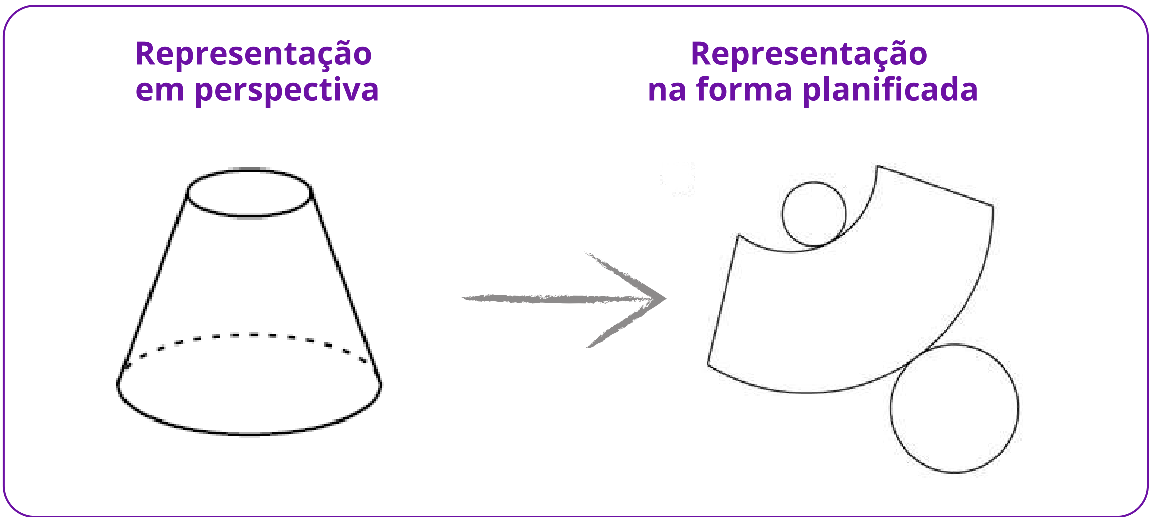


Fonte: AMA (2023)

Note que o poliedro representado em perspectiva é constituído por 9 faces, sendo: 5 retangulares e 4 triangulares, observadas na sua forma planificada.

Prezado(a) Professor(a), para além do formato de suas superfícies, também é importante discutir com os(as) estudantes que o poliedro representado pode ser "aberto" e que a ideia desse movimento de abri-lo e fechá-lo novamente, constituindo a figura tridimensional, auxilia a pensar nas possíveis representações de sua planificação.

Vamos analisar outro exemplo, agora com uma forma não poliédrica.



Fonte: AMA (2024)

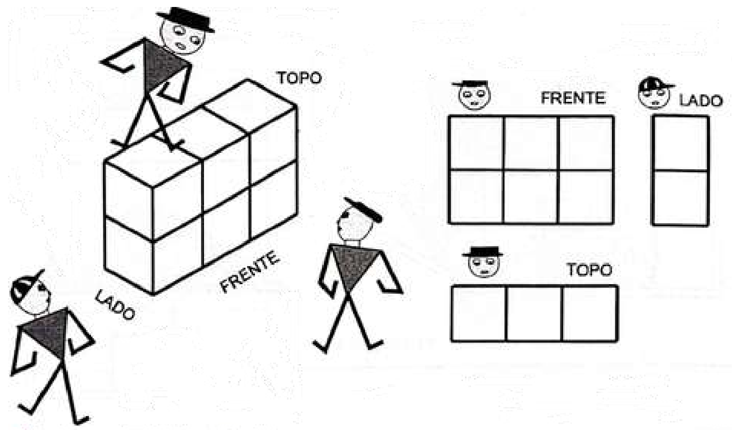
Observe que as linhas que limitam as superfícies desse sólido são todas curvas e que duas dessas superfícies têm o formato circular, porém com diâmetros diferentes. Essas características são importantes quando pensamos na representação da sua planificação.

REPRESENTAÇÃO EM VISTAS

As **representações em vistas** são uma maneira de representar um objeto tridimensional usando desenhos que mostrem esse objeto projetado em diferentes lados, como se fosse observado em posições específicas. Cada uma dessas posições chamamos de vistas. Podemos citar como exemplo as vistas superior (ou do topo), lateral e frontal. Também é comum a utilização do termo **representação em projeção ortogonal**, para se referir a cada uma dessas diferentes vistas.

Para ilustrar, vamos utilizar como objeto tridimensional um bloco construído usando 6 cubinhos, organizados em três colunas justapostas com dois cubinhos cada.

Na imagem abaixo, temos a representação desse bloco, observado a partir de três pontos de vista diferentes e a representação de cada uma dessas vistas.

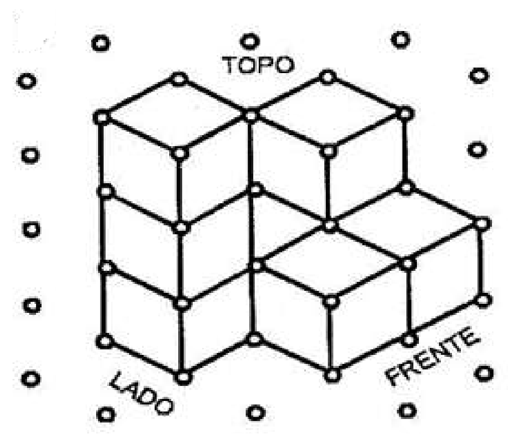


Fonte: Kaleff (2003, p. 63)

Note que do topo (vista superior), o observador vê apenas uma face de cada um dos três cubos. Já posicionado na lateral, ele vê uma face de cada um dos dois cubos, enquanto de frente ele consegue ver uma face de cada um dos seis cubos.

Prezado(a) Professor(a), é interessante explorar alguns objetos ou representações de sólidos geométricos, para que o(a) estudante realize a tarefa de observar o objeto a partir de cada uma das vistas frontal, lateral e superior e representá-lo no plano em cada uma dessas vistas. Uma sugestão é utilizar o **material dourado** para que o(a) estudante construa blocos e, na sequência, faça a sua representação em vistas. Sugerimos utilizar papel quadriculado para desenhar as vistas.

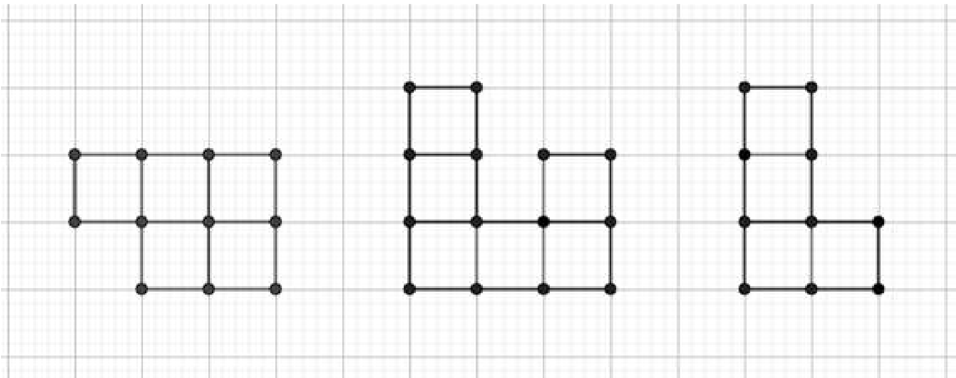
Agora, vamos analisar outro bloco.



Fonte: Kaleff (2003, p. 73)

Observe que para formar bloco representado acima, são necessários 8 cubinhos, mas na sua representação em perspectiva, só conseguimos conseguimos visualizar 7 deles.

Vamos representar esse bloco considerando as três vistas indicadas.



Vista do topo (superior)

Vista frontal

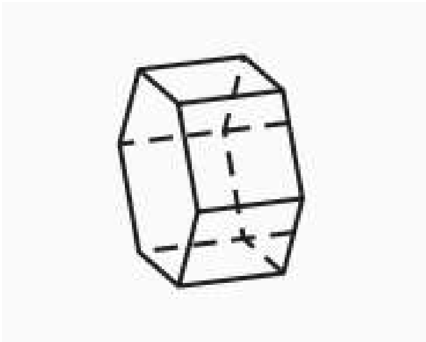
Vista lateral

Prezado(a) Professor(a), sugerimos explorar a representação em perspectiva do bloco acima, propondo os seguintes questionamentos aos estudantes: de quantos cubinhos você consegue visualizar três faces? E duas faces?

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M120945E4) O desenho abaixo representa um prisma reto de base hexagonal.

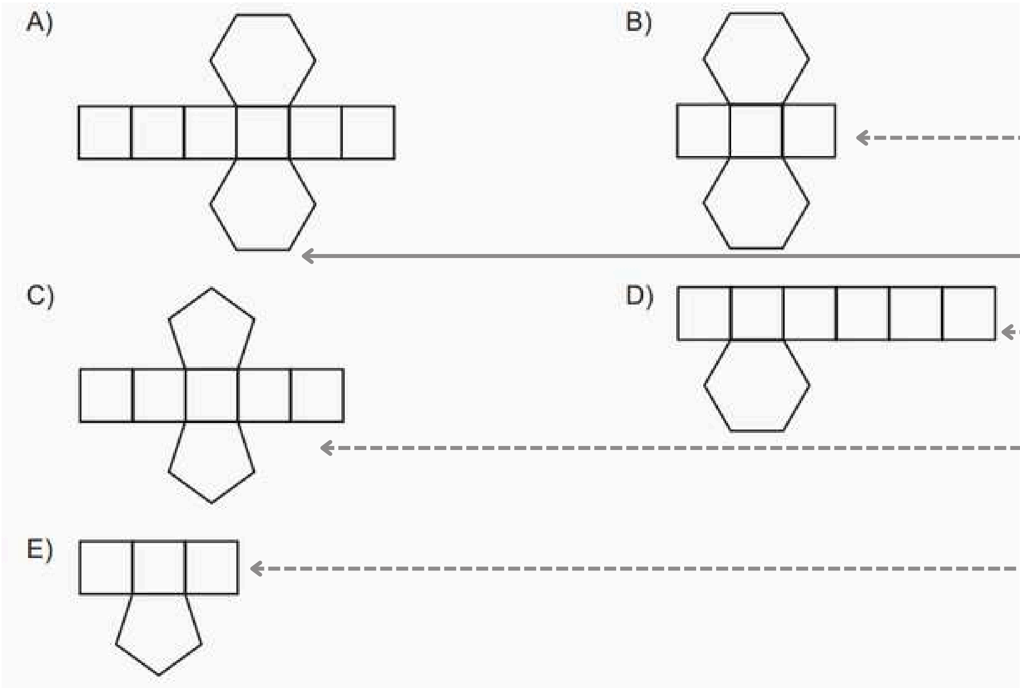


Suporte

Uma das planificações desse prisma é

Comando

Alternativas



Distrator

Gabarito

Distrator

Distrator

Distrator

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentada uma tarefa apoiada no nível de desempenho **abaixo do básico**. Ele busca verificar se o(a) estudante consegue reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva.

Alguns pré-requisitos são importantes para a resolução desse item, dentre eles:

- Compreensão do que são figuras bi e tridimensionais;
- Conhecimento das características dos poliedros (faces, vértices e arestas);
- Entender que um sólido pode ser "aberto" e representado no plano;
- Capacidade de visualização espacial;
- Identificação das formas geométricas planas que compõem as faces das figuras tridimensionais.

Sobre a identificação das formas geométricas, destacamos que o(a) estudante precisa examinar por quantas partes planas esse sólido é constituído e o formato de cada uma delas. Como temos a representação de um poliedro, todas as partes planas são poligonais, sendo dois hexágonos como bases e seis retângulos como superfícies laterais, por se tratar de um prisma hexagonal reto. Portanto, o gabarito é a alternativa A.

Destacamos dois distratores que mostram que o(a) estudante não identificou o número de lados do polígono da base, que seria seis e não cinco (distrator C) ou considerou que o sólido apresentava apenas uma base (distrator D). Uma possível intervenção pedagógica para essas duas situações, é explorar a construção desse sólido, fazendo um movimento do plano para a o espaço, ou seja, a composição do sólido.

Outra possibilidade de intervenção pedagógica é propor atividades que contemplem a comparação entre diferentes sólidos, trabalhando em grupo e usando material concreto. Por exemplo:

- Selecione duas representações de sólidos geométricos (representações de sólidos em acrílico, caso a escola disponha; ou representações construídas pelos(as) estudantes com papeis ou palitinhos, dentre outras);

- Peça que o grupo explore de forma tátil os sólidos e analise as características de cada um deles, observando os aspectos visuais e mais perceptíveis;

- Em seguida, oriente que os (as) estudantes construam um quadro comparativo, destacando semelhanças e diferenças entre os dois sólidos observados;

- Peça que alguns estudantes apresentem o que foi discutido no grupo;

- Faça uma síntese coletiva com a turma, discutindo sobre sobre algumas semelhanças e diferenças entre alguns grupos de sólidos geométricos (prismas e pirâmides; pirâmides e cones; cones e cilindros; dentre outros).

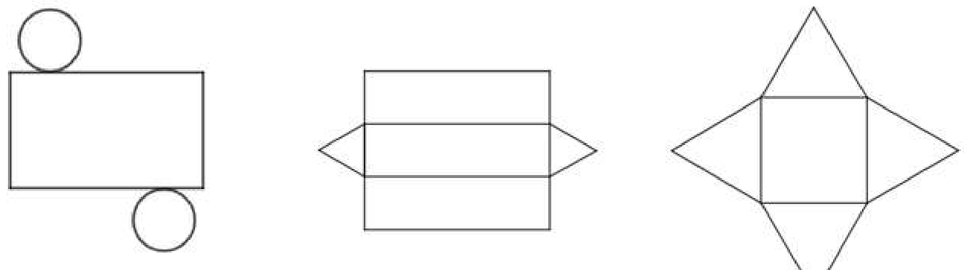
Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o Portal de questões da SEDU.

Este caderno de atividades está disponível para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

As figuras seguintes representam planificações de sólidos geométricos.


(1) (2) (3)

Assinale a alternativa que apresenta os sólidos correspondentes às planificações (1), (2) e (3), nessa ordem.

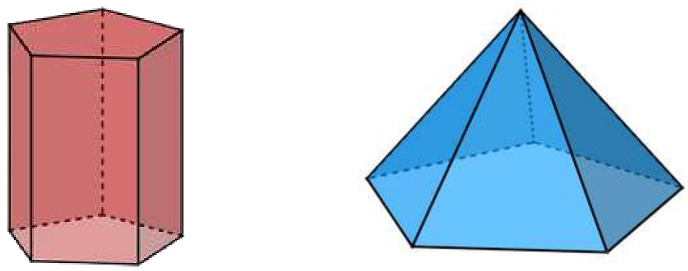
A) Cilindro, cone e prisma.
B) Cilindro, prisma e pirâmide.
C) Pirâmide, cilindro e cone.
D) Cilindro, pirâmide e prisma.
E) Cilindro, cone e pirâmide.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

Para resolução desta atividade o(a) estudante deve identificar o sólido representado por meio de sua planificação. Para isso, é importante o reconhecimento das formas geométricas que compõem cada figura tridimensional. Contudo, as opções perpassam pela classificação do sólido de modo mais geral. Por exemplo: as planificações 2 e 3 são, respectivamente, prisma triangular e pirâmide quadrandular, mas as opções mencionam apenas prisma e pirâmide.
Resposta correta: B) Cilindro, prisma e pirâmide.

ATIVIDADE 2

Observe as duas representações de sólidos geométricos.



Faça dupla com um colega para realizar as questões propostas abaixo.

A) Observe as duas imagens e discuta com o colega algumas características de cada um dos sólidos representados.

B) Liste algumas semelhanças e diferenças entre os dois sólidos geométricos representados.

C) Represente (desenhe) a planificação desses dois sólidos.

D) Agora que você representou a planificação dos sólidos, volte na lista de semelhanças e diferenças e discuta com o colega se vocês observam novas informações, não identificadas antes.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

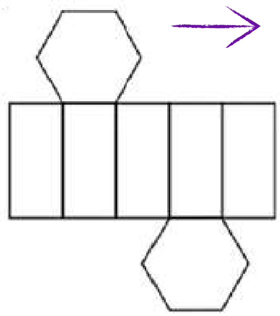
A) Resposta pessoal. A proposta é que os (as) estudantes observem as formas geométricas que compõem esses sólidos, por exemplo, o formato do polígono da base, as faces laterais, se são sólidos com uma ou duas bases e a nomenclatura de cada um deles.

CONTINUAÇÃO DA RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

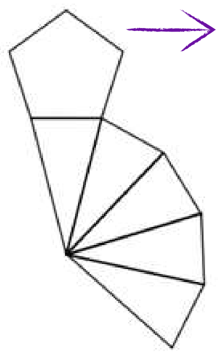
B) Algumas possibilidades de respostas para **semelhanças:**
- Mesmo tipo de polígono da base, que é um pentágono;
- Quantidade de faces laterais;
- Ambos são poliedros.

Algumas possibilidades de respostas para **diferenças:**
- A quantidade de arestas e/ou de faces e/ou vértices.
- O formato das faces laterais (quadrangular no primeiro e triangular no segundo);
- O quantidade de bases;
- O primeiro é um prisma e o segundo, uma pirâmide.

C) Não há uma única planificação para cada um desses sólidos. Abaixo, uma possibilidade para cada sólido.



Algumas variações para a planificação do **prisma pentagonal** seriam a mudança nos retângulos no qual os pentágonos estão conectados.



Algumas variações para a planificação da **pirâmide pentagonal** seriam a mudança nos triângulos no qual o pentágono está conectado.

Prezado(a) Professor(a), caso considere necessário e/ou adequado à sua turma, você pode aprofundar a discussão sobre o processo de planificação desses dois sólidos, explorando como são pensadas as suas possibilidades de planificação.

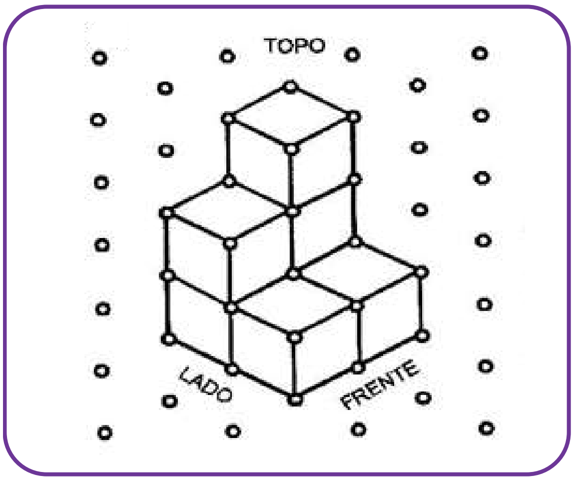
Prisma pentagonal: sua planificação sempre terá uma “faixa” com 5 retângulos em sequência e 2 pentágonos ligados a essa faixa. O que varia é em quais retângulos serão ligadas as das duas bases pentagonais, observando que algumas dessas planificações são equivalentes por rotação ou reflexão, já que o prisma é regular.

Pirâmide pentagonal: sua planificação terá o pentágono conectado à cadeira de 5 triângulos, que estão ligados entre si. Desse modo, cada triângulo está ligado a um lado do pentágono. Ao “abrir” a pirâmide, você escolhe como distribuir esses triângulos ao redor da base, podendo também “quebrar” a sequência entre eles. O número de planificações distintas é igual ao número de formas diferentes de manter os triângulos conectados sem sobreposição, considerando simetrias.

D) Resposta pessoal.

ATIVIDADE 3

Observe a imagem abaixo, onde está representado, em perspectiva, um bloco constituído por cubinhos.



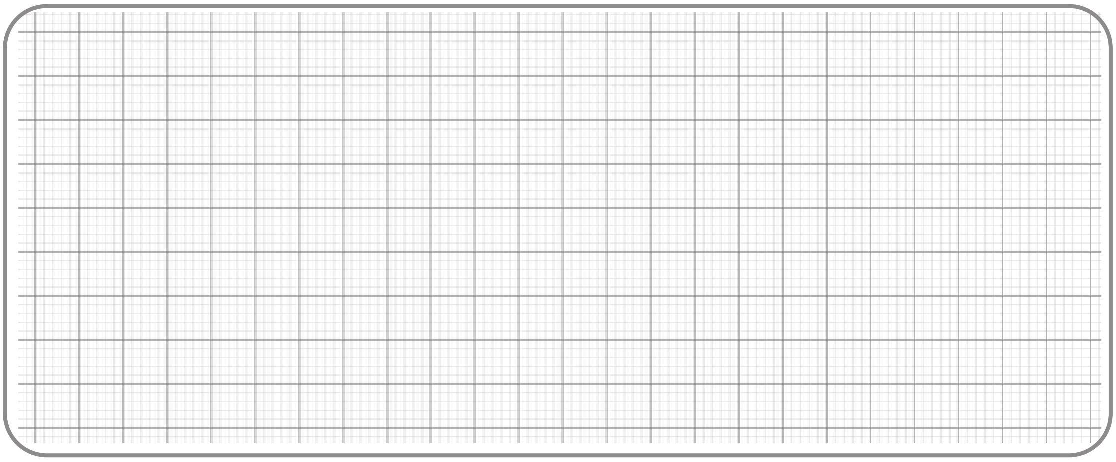
Fonte: Kaleff (2003. p.73)

Prezado(a) Professor(a), caso sua escola disponha de material dourado, uma possibilidade é solicitar que, inicialmente, os(as) estudantes construam esse bloco utilizando os cubinhos. Com o bloco construído, elas podem observá-lo em diferentes posições.

A) Por quantos cubinhos esse bloco é constituído?

B) Observando a representação em perspectiva, note que você não consegue ver todos os cubinhos que constituem esse bloco. Quantos cubinhos ou partes de cubinhos você consegue ver?

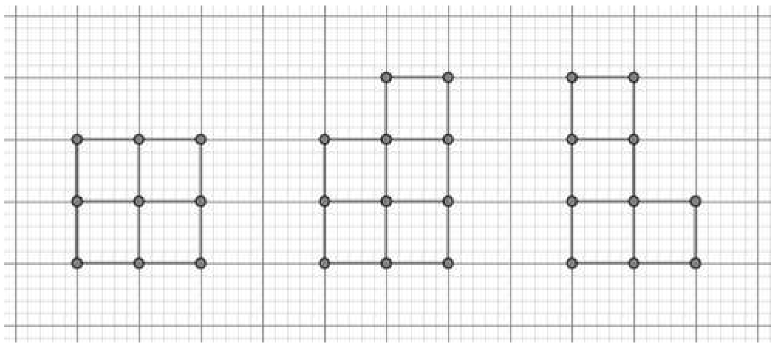
C) Utilizando a rede pontilhada abaixo, faça a representação das três vistas (superior, frontal e lateral) do bloco. Para as vistas frontal e lateral, considere as posições indicadas na figura.



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

A) 7 Cubinhos.   B) 6 Cubinhos.

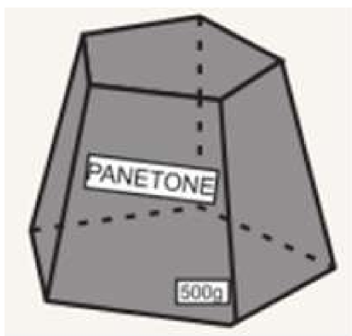
C) As representações das vistas são:



Vista superior (topo)   Vista frontal   Vista lateral

ATIVIDADE 4

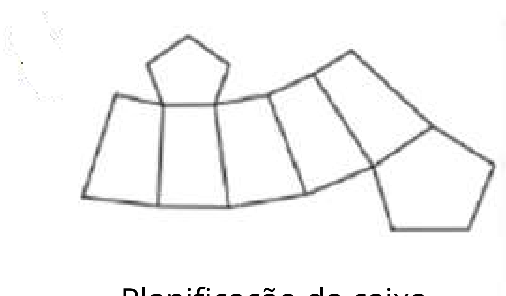
(SAEPE - Adaptada) Aline comprou um panetone que veio em uma embalagem no formato de um tronco de pirâmide pentagonal, conforme representada no desenho abaixo.



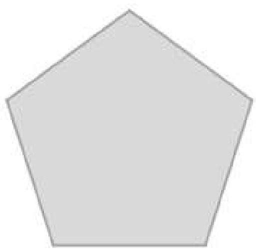
Fonte: SAEPE

Represente uma possível planificação para essa caixa e, ainda, as suas vistas superior e frontal.

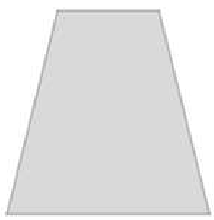
RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4



Planificação da caixa



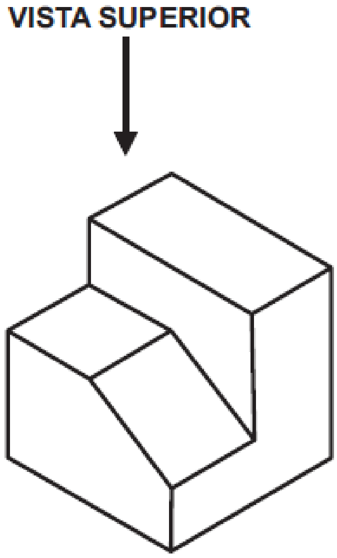
Vista supeior



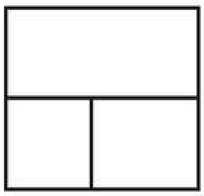
Vista frontal

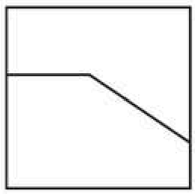
ATIVIDADE 5

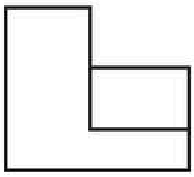
(AMA - 2023) Observe a figura apresentada abaixo com a indicação da vista superior.

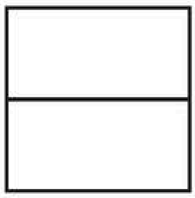


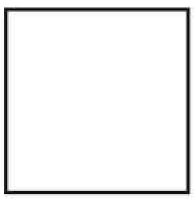
Qual é a vista superior dessa figura?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Prezado(a) Professor(a), sugerimos realizar outras atividades que envolvam a representação em vistas, porém utilizando material manipulável.

Esses materiais podem ser caixas diversas ou, ainda, representações de sólidos geométricos (madeira ou acrílico), caso a escola disponha.

Selecione uma dessas representações e peça que o(a) estudante explore-a com as mãos e, depois, observe-a de diferentes vistas.

Na sequência, peça que ele(a) represente-a a partir de uma dessas vistas e, ainda, na sua forma planificada.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Ao observar o bloco do topo (vista superior) observa-se o formato de sua base, que é quadrangular e três níveis diferentes de profundidada, por isso a divisão interna em três partes.

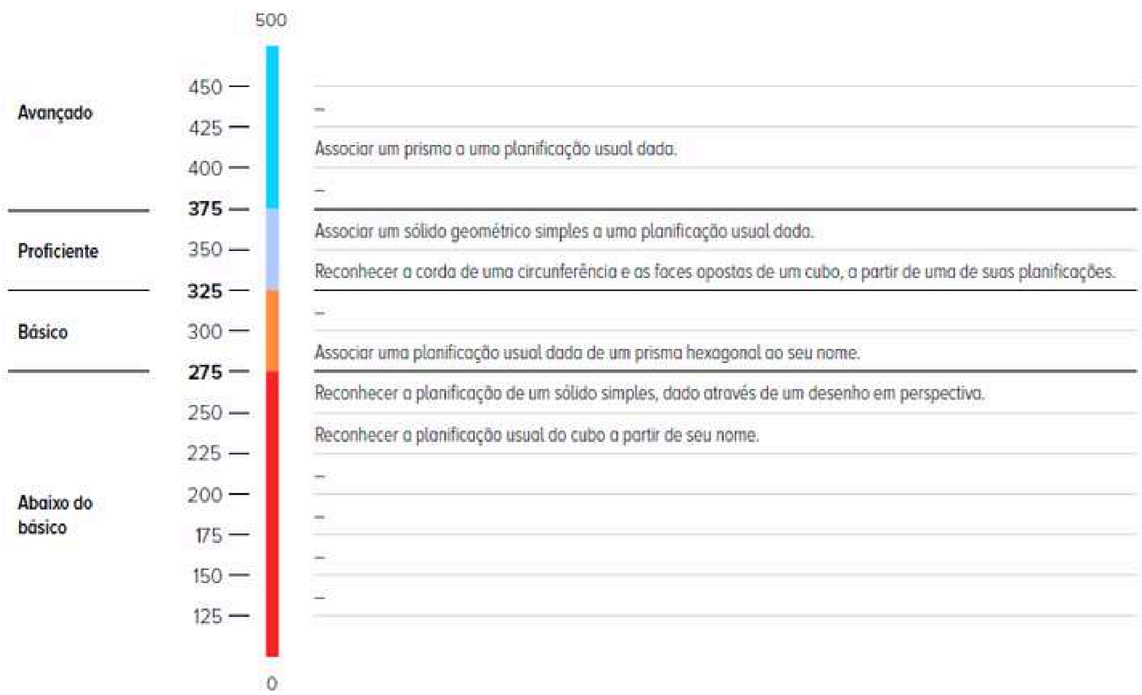
Resposta: A

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

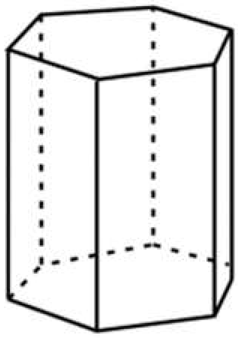
O “De olho no Paebes” também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D111_M *Relacionar diferentes poliedros ou corpos redondos com suas planificações ou vistas.*



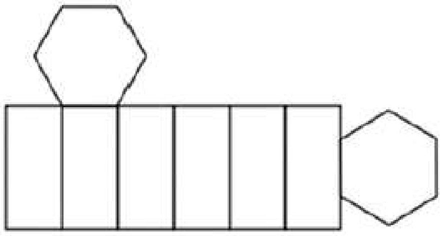
ITEM 1 - Abaixo do básico

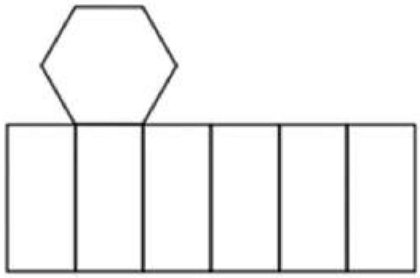
(AMA - 2024) Observe o sólido geométrico representado abaixo

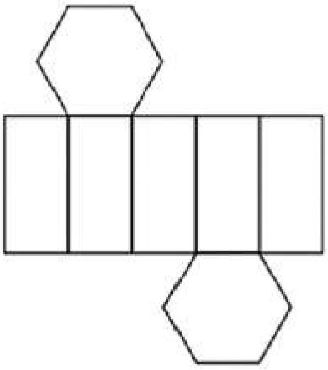


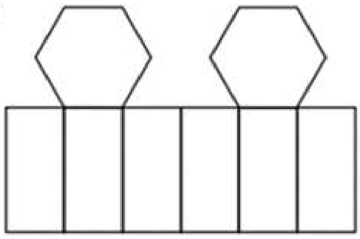
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva".

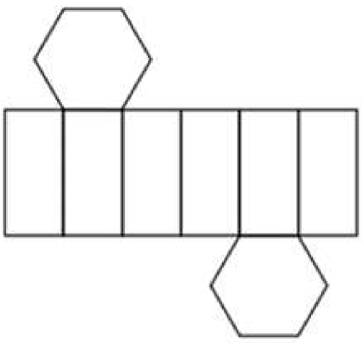
Uma planificação da superfície desse sólido está apresentada em

A) 

B) 

C) 

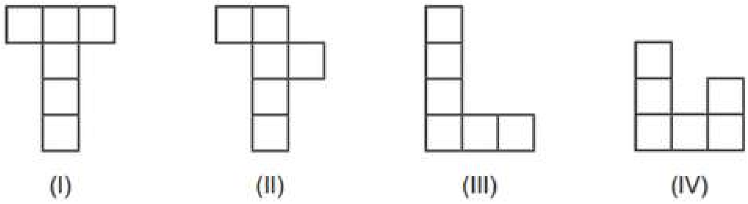
D) 

E) 

Gabarito: E

ITEM 2 - Abaixo do básico

(PAEBES -M050148E4) Observe os desenhos abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer a planificação usual do cubo a partir de seu nome”.

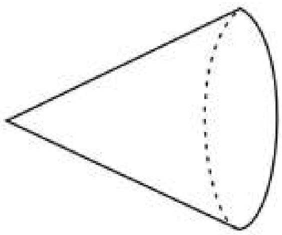
Quais desses desenhos representam a planificação de um cubo?

A) I e II.
B) I e IV.
C) II e III.
D) II e IV.

Gabarito: A

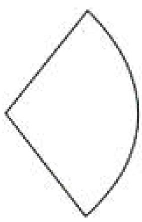
ITEM 3 - Abaixo do básico

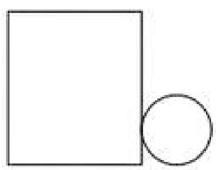
(AMA - 2025) Observe o sólido geométrico representado abaixo.

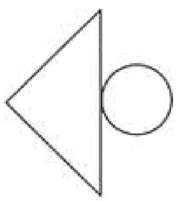


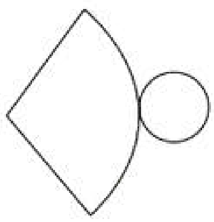
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva”.

Uma planificação da superfície desse sólido está apresentada em

A) 

B) 

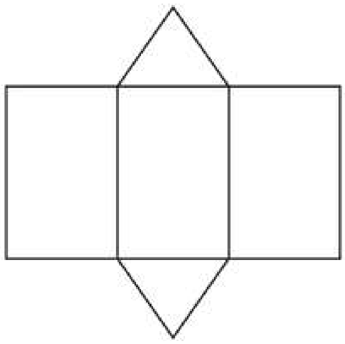
C) 

D) 

Gabarito: D

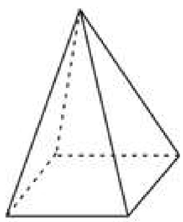
ITEM 5 - Avançado

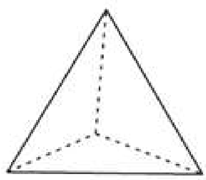
(AMA - 2025) Observe a planificação de uma figura geométrica espacial, apresentada abaixo.

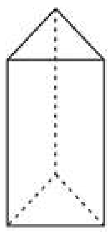


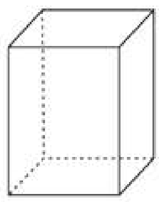
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Associar um prisma a uma planificação usual dada".

Qual é a figura geométrica espacial que tem essa mesma planificação?

A) 

B) 

C) 

D) 

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

TAREFAS SOBRE REPRESENTAÇÕES NO PLANO

O produto educacional intitulado “Produção e leitura de desenhos de corpos geométricos tridimensionais: atividades envolvendo o uso de materiais manuseáveis e recursos informáticos “ de autoria de Marlene Lima de Oliveira Carvalho, traz algumas tarefas contemplando objetos tridimensionais e representações no plano. Ele pode ser acessado clicando no link ou pelo QR-Code ao lado.

SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

A atividade “sólido de revolução” do Khan Academy explora alguns aspectos relacionados à visualização de sólidos geométricos. Sugerimos como forma de discutir um pouco mais sobre algumas figuras tridimensionais. Para acessar, você pode clicar no link ou usar o QR-Code ao lado.

TECNOLOGIAS 3D

No Volume 2 da Coleção “Do seu jeito: Matemática” (páginas 97 e 98) há uma sugestão de debate sobre a temática “Tecnologias 3D”. Ela pode ser explorada para ampliar as discussões e mostrar algumas conexões entre Matemática e cotidiano.

Referências

CARVALHO, M. L. O. Representações planas de corpos geométricos tridimensionais: uma proposta de ensino voltada para a codificação e decodificação de desenhos. 245f. Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2010.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Do seu jeito: matemática: área de Matemática e suas tecnologias: volume 2: ensino médio. 1. ed. São Paulo: Ática, 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. *PAEBES – 2018.* Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2018. v. 1. Anual. Conteúdo: Revista do Professor – Matemática.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo. *PAEBES – 2019.* Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2019. v. 1. Anual. Conteúdo: Revista do Professor – Matemática.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2014. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2014. v. 1 (jan./dez. 2014). Anual. Conteúdo: Revista Pedagógica – Matemática – 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES – 2025. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, v. 1, 2025. Anual.

KALEFF, A.M.M.R. Vendo e entendendo os poliedros. 2 ed. Niterói: EdUFF, 2003.

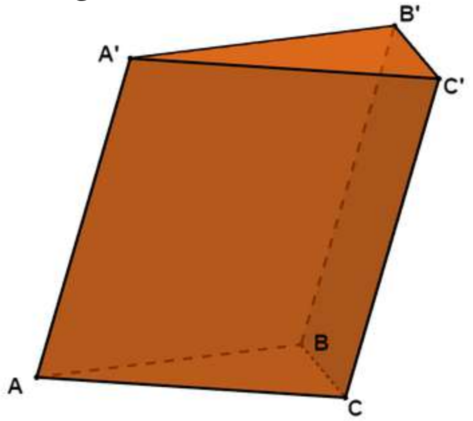
Detalhando o descritor

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*

PRISMAS

Considere um plano α onde está contido um polígono convexo ABC. Defina, então, um plano β, paralelo a α, e uma reta r concorrente a estes dois planos. Trace segmentos de retas paralelos a r com uma extremidade no polígono ABC e a outra no plano β. A reunião de todos esses segmentos é denominada **prisma**.

No prisma ABCA'B'C' representado podemos destacar os seguintes elementos:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Prezado(a) Professor(a),

Neste link, ou no QR Code abaixo, você pode acessar uma aplicação do GeoGebra que descreve o passo a passo da construção de um prisma hexagonal.

Vértices: A, B, C, A', B' e C'

Arestas da bases: $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}, \overline{A'B'}, \overline{A'C'}$ e $\overline{B'C'}$

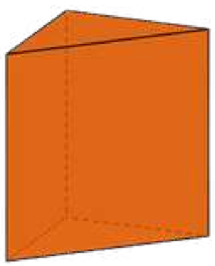
Arestas laterais: $\overline{AA'}, \overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$

Bases: ABC e $A'B'C'$

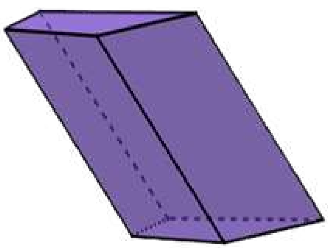
Faces laterais: $ACC'A'$, $BCC'B'$ e $ABB'A'$

CLASSIFICAÇÃO DOS PRISMAS

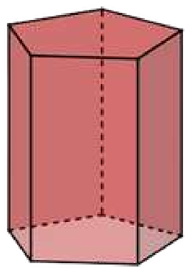
Os prismas podem ser classificados de acordo com o polígono que forma a sua base. Por exemplo, se o prisma possui uma base triangular ele é denominado prisma triangular. Veja alguns exemplos de prismas:



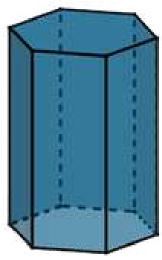
Prisma Triangular



Prisma Quadrangular



Prisma Pentagonal

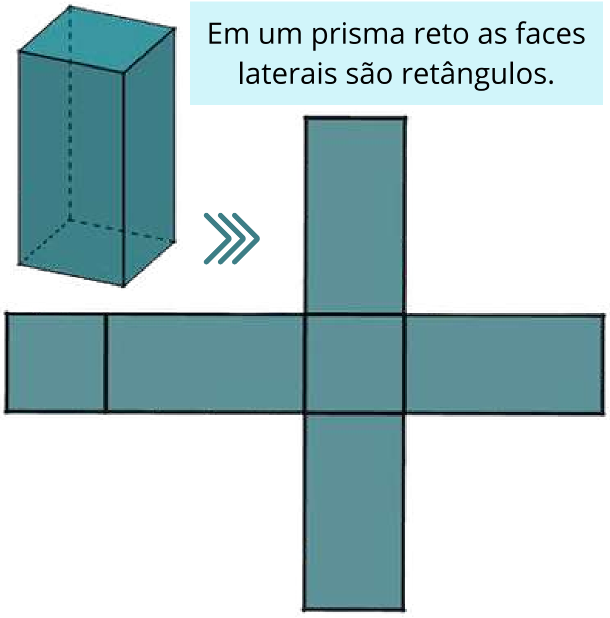


Prisma Hexagonal

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

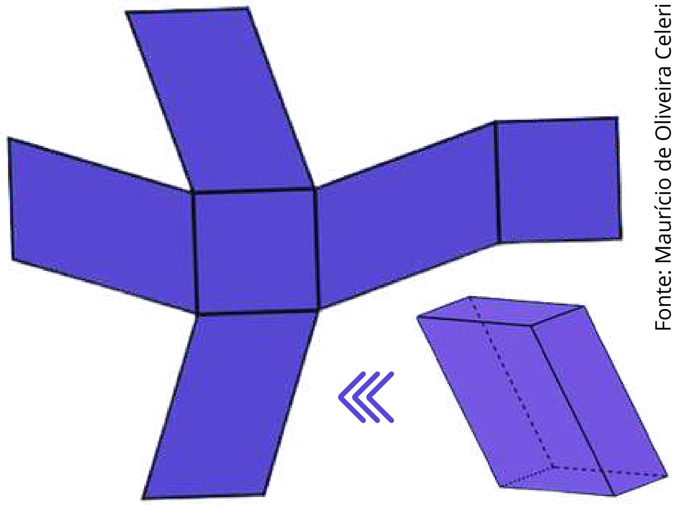
Nos sólidos acima, os prismas triangular, pentagonal e hexagonal são chamados de **prismas retos**, enquanto o prisma quadrangular é chamado de **prisma oblíquo**. Além disso, um prisma reto cuja base seja um polígono regular é chamado de **prisma regular**.

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Em um prisma reto as faces laterais são retângulos.

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Em um prisma oblíquo as faces laterais são paralelogramos.

Prezado(a) Professor(a),

Pensando em facilitar a visualização das planificações apresentadas acima, você pode acessá-las no GeoGebra através dos links e QR Codes ao lado.

Prisma Reto   Prisma Oblíquo

ÁREA SUPERFICIAL DE UM PRISMA

Em um prisma podemos destacar as seguintes superfícies:

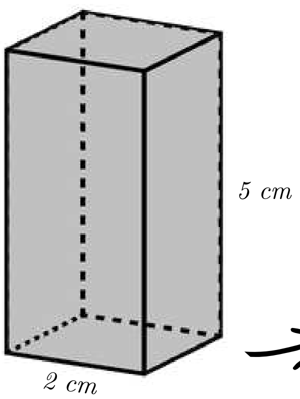
- **Superfície lateral (** A_l**)**: corresponde à reunião das faces laterais do prisma, sua área é chamada de área lateral. São determinadas pelas áreas dos retângulos ou paralelogramos.
- **Área da base (**A_b**)**: corresponde à área do polígono que compõe cada base do prisma.
- **Superfície total (**A_T**):** corresponde à reunião da superfície lateral e das bases do prisma.

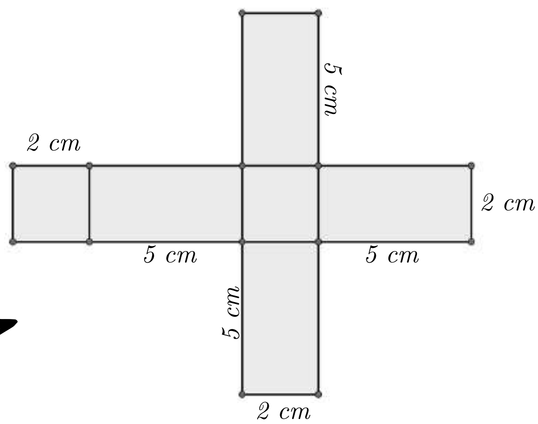
Portanto,

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_l$$

Observe o prisma regular quadrangular abaixo e o cálculo da sua área superficial:

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri





$$A_l = \underbrace{4}_{\text{4 faces laterais congruentes}} \cdot (2 \cdot 5)$$

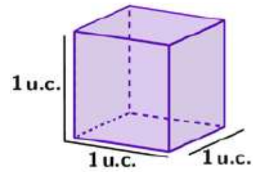
$$A_l = 40 \ cm^2$$

$$A_b = 2 \cdot 2 = 4 \ cm^2$$

$$A_T = 2 \cdot 4 + 40 = 48 \ cm^2$$

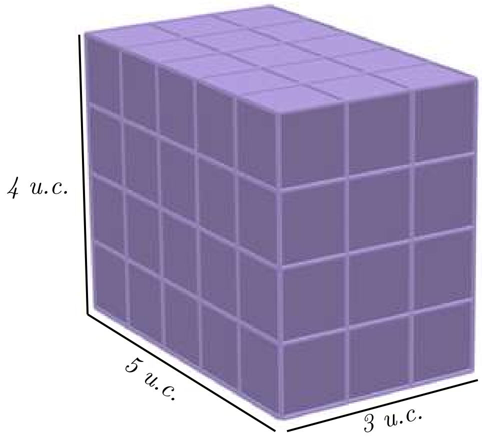
VOLUME DE UM PRISMA

Definimos como unidade de volume, um cubo de aresta com medida igual a 1 u.c. (unidades de comprimento). Podemos considerar 1 cm, 1 m, 1km etc., tudo depende da medida mais adequada, para determinada situação.



unidade de volume

Considere um bloco retangular que apresente medidas iguais a 5 u.c., 3 u.c. e 4 u.c., como mostrado na figura abaixo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Neste bloco retangular conseguimos alocar um total de 60 unidades de volume: 5 unidades no sentido do comprimento, 3 unidades no sentido da largura e 4 unidades no sentido da altura. Observe que essas quantidades coincidem exatamente com as medidas das arestas do bloco retangular. Multiplicando essas quantidades obtemos 60.

Então podemos dizer que o volume do bloco retangular de medidas de comprimento **a**, largura **b** e altura **h**, é igual a

$$V = a \cdot b \cdot h \Rightarrow V = A_{base} \cdot h$$

Esta relação vale em um prisma qualquer devido ao princípio de Cavalieri. Assim, para calcular o volume de um prisma, basta fazer o produto entre a área de sua base e sua altura:

$$V = A_{base} \cdot h$$

Prezado(a) Professor(a),

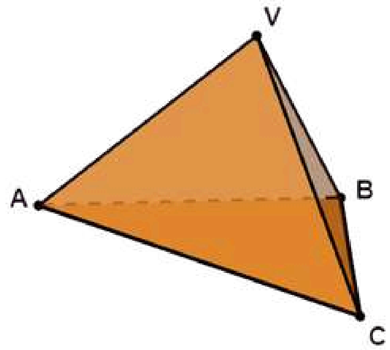
Para exemplificar o Princípio de Cavalieri pode ser utilizada a aplicação no GeoGebra disponível neste link e no QR Code ao lado.

PIRÂMIDES

Considere um plano α onde está contido um polígono convexo ABC. Defina então um ponto V que não pertença a α. Trace todos os segmentos de retas com uma extremidade no polígono ABC e a outra no ponto V. A reunião de todos esses segmentos é denominada **pirâmide**.

Na pirâmide ABCV, representada abaixo, podemos destacar os seguintes elementos:

Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Prezado(a) Professor(a),

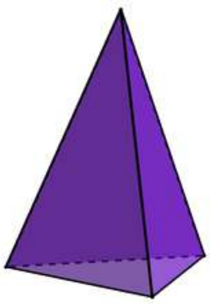
Neste link, ou no QR Code abaixo, você pode acessar uma aplicação do GeoGebra que descreve o passo a passo da construção de uma pirâmide de base quadrangular.

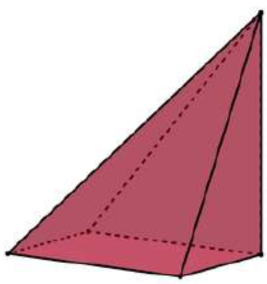
Vértices da base: A, B e C
Vértice da pirâmide: V
Arestas da bases: $\overline{AB}, \overline{AC}$ e $\overline{BC}$

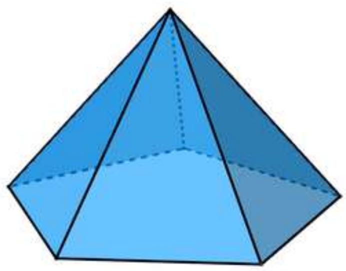
Arestas laterais: $\overline{AV}, \overline{BV}$ e $\overline{CV}$
Base: ABC
Faces laterais: ABV, ACV e BCV

CLASSIFICAÇÃO DAS PIRÂMIDES

As pirâmides, assim como os prismas, podem ser classificadas de acordo com o polígono que forma a sua base. Por exemplo, se a pirâmide possui uma base triangular ela é denominada pirâmide triangular, veja alguns exemplos abaixo:


Pirâmide Triangular

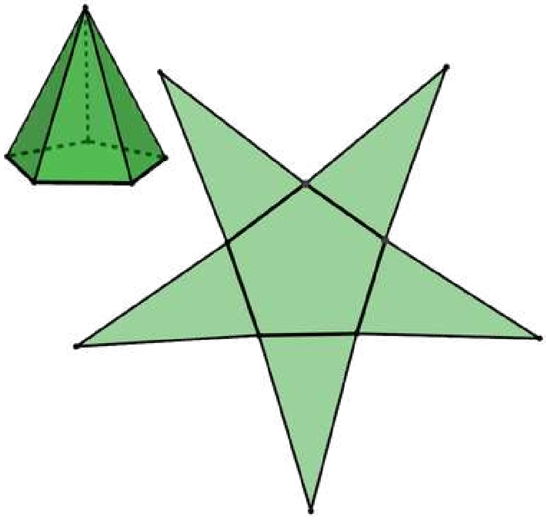

Pirâmide Quadrangular


Pirâmide Pentagonal

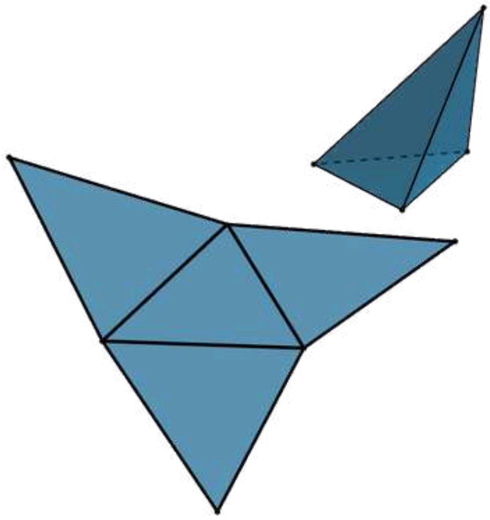
Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

As pirâmides triangular e pentagonal acima são chamadas de pirâmides retas, enquanto a pirâmide quadrangular é chamada de pirâmide oblíqua. Além disso, uma pirâmide reta cuja base seja um polígono regular é chamado de **pirâmide regular**.

Observe a seguir a planificação de uma pirâmide reta e de uma pirâmide oblíqua:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Na pirâmide reta, as faces laterais são triângulos congruentes.

Na pirâmide oblíqua, as faces laterais são triângulos, porém não são equivalentes.

Prezado(a) Professor(a),

Pensando em facilitar a visualização das planificações apresentadas acima, você pode acessá-las no GeoGebra através dos links e QR Codes ao lado.

Pirâmide Reta

Pirâmide Oblíqua

ÁREA SUPERFICIAL DE UMA PIRÂMIDE

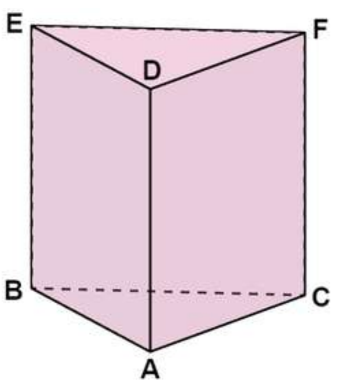
Em uma pirâmide podemos destacar as seguintes áreas:

- **Superfície lateral (A_l)**: corresponde à reunião das faces laterais da pirâmide. A sua área é chamada de área lateral, que é determinada pelas áreas dos triângulos que formam as faces laterais.
- **Área da base (A_b)**: corresponde à área do polígono que compõe a base da pirâmide.
- **Superfície total (A_T)**: corresponde à reunião da superfície lateral e da base da pirâmide.

$$A_T = A_b + A_l$$

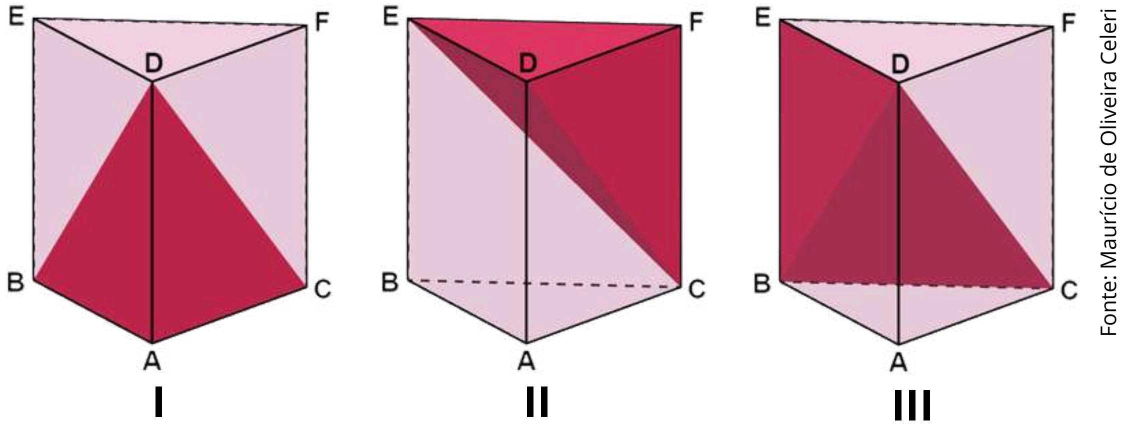
VOLUME DE UMA PIRÂMIDE

Considere o prisma abaixo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

As seguintes pirâmides que podem ser obtidas dele:



Daí podemos tirar algumas relações:

$V_I = V_{II}$ *Pois os triângulos ABC e DEF, que formam as bases das pirâmides I e II, respectivamente, são congruentes e a altura de ambas são iguais, e iguais à altura do prisma.*

$V_{II} = V_{III}$ *Pois os triângulos ECF e BEC, que formam as bases da pirâmide II e III, respectivamente, são congruentes, já que são metade do paralelogramo BCFE, e a altura de ambas é representada pela medida do segmento DE.*

Como o volume das três pirâmides é igual e a união dessas três pirâmides forma o prisma inicial, temos que

$$V_{\text{Pirâmide}} = \frac{V_{\text{Prisma}}}{3} \Rightarrow \boxed{V_{\text{Pirâmide}} = \frac{A_{base} \cdot h}{3}}$$

Prezado(a) Professor(a),

Para exemplificar a obtenção do volume da pirâmide através de um prisma de base triângular, pode ser utilizada a aplicação no GeoGebra disponível neste link e no QR Code ao lado.

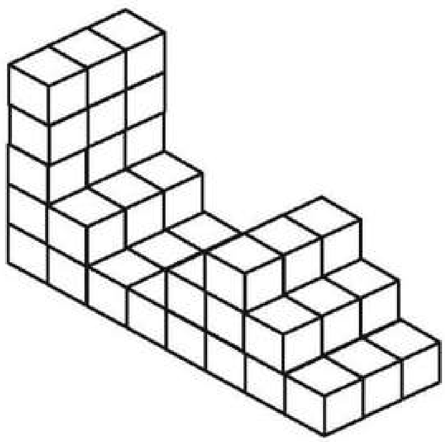
Prezado(a) Professor(a),

Para exemplificar a obtenção do volume da pirâmide através de um prisma (cubo), pode ser utilizada a aplicação no GeoGebra disponível neste link e no QR Code ao lado.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M080025BH) O desenho abaixo representa um monumento constituído por 51 cubos. Cada um desses cubos tem aresta medindo 2 cm.



Suporte

Qual é a medida do volume desse monumento?

Alternativas

A) 51 cm³
B) 102 cm³
C) 204 cm³
D) 408 cm³

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado contempla uma tarefa ancorada no nível básico do descritor D129_M. Em especial, ele busca averiguar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume através da contagem de blocos."

Esse item requer que o(a) estudante compreenda que o volume do monumento é resultado da multiplicação do número de blocos pelo volume unitário de cada bloco. Dessa forma, é esperado que ele(a) calcule corretamente o volume de um dos blocos e efetue, corretamente a multiplicação.

Inicialmente, deve-se calcular o volume de um dos blocos, isto é, $V_{bloco} = 2^3 = 8\ cm^3$. Assim, o volume total do monumento é $V_{monumento} = 51 \cdot 8 = 408\ cm^3$. Portanto, o gabarito é a alternativa D.

A análise dos distratores A, B e C também é importante. O distrator A pode informar que o estudante apenas executou a contagem dos blocos, sem se atentar que cada um dos blocos possui volume diferente de 1 cm^3. Já no distrator B, o(a) estudante opera 51·2, usando a aresta do cubo como volume. O distrator C, por sua vez, pode indicar uma falha na diferenciação entre área e volume, tratando o cubo como figura bidimensional ao calcular $51 \cdot 2^2 = 51 \cdot 4$.

Caso o(a) estudante marque os distratores, algumas possibilidades de intervenção pedagógicas são sugeridas:

- Fortalecer o trabalho com materiais concretos antes de avançar para o cálculo algébrico;
- Discutir situação que explicite a diferença entre quantidade e grandeza no cotidiano dos estudantes e extrapolar esse raciocínio para a ideia do volume presente no item;
- Propor que sejam construídas tabelas com a aresta e o volume de cubos com medidas de arestas variadas, percebendo que o crescimento não é linear;
- Retomar a distinção entre perímetro, área e volume, desenvolvendo o raciocínio geométrico e associando cada conceito à sua respectiva unidade de medida.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Um laboratório conta com um recipiente cúbico de aresta interna igual a 10 cm. Inicialmente, um funcionário encheu o recipiente com água até formar uma lâmina de 6 cm de altura. Em seguida, foi inserido no recipiente um objeto em forma de esfera, totalmente submerso, e a altura da lâmina d'água passou para 8,3 cm.

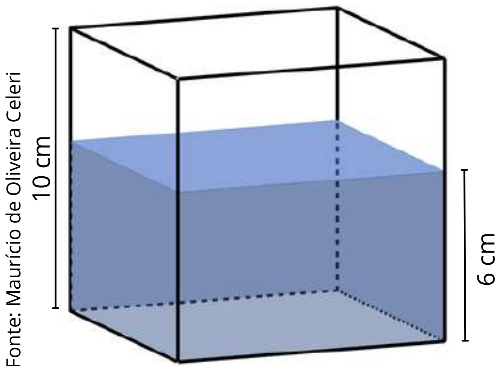
a) Qual é o volume inicial de água?

b) Qual é o volume correspondente ao espaço ocupado no recipiente até a nova altura da água?

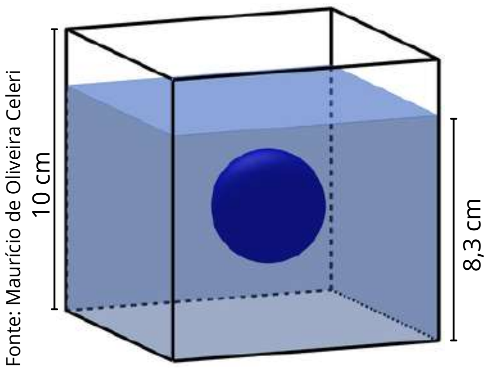
c) Qual o volume da esfera inserida no recipiente?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

As imagens abaixo são ilustrações do processo descrito na questão.



Situação inicial do recipiente



Recipiente após a inserção do objeto

a) Qual é o volume inicial de água?

Inicialmente a camada de água possui a forma de um paralelepípedo de dimensões 10 cm, 10 cm e 6 cm. Assim, o volume de água é:

$$V_{inicial} = 10 \cdot 10 \cdot 6 = 600 \ cm^3.$$

b) Qual é o volume correspondente ao espaço ocupado no recipiente até a nova altura da água?

Após a inserção do objeto, a camada de água, junto com o objeto, possui a forma de um paralepípedo de dimensões 10 cm, 10 cm e 8,3 cm. Assim, o volume de água é:

$$V_{final} = 10 \cdot 10 \cdot 8,3 = 830 \ cm^3.$$

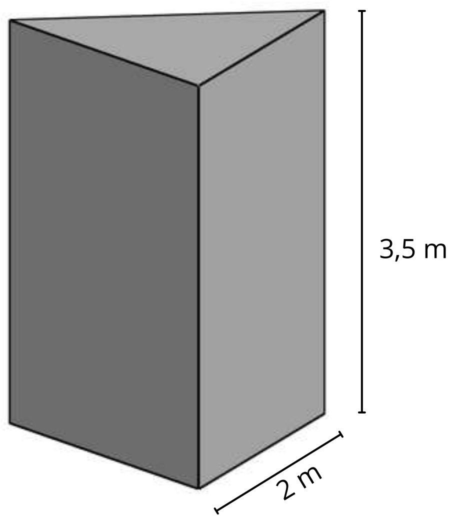
c) Qual o volume da esfera inserida no recipiente?

A alteração do volume ocupado no recipiente se deve, exclusivamente, à inserção do objeto. Assim, o volume do objeto é igual à diferença entre os volumes obtidos nos itens anteriores:

$$V_{objeto} = 830 - 600 = 230 \ cm^3.$$

ATIVIDADE 2

Para uma campanha publicitária a administração de um shopping encomendou uma placa no formato de um prisma triangular regular, em que as laterais receberão uma tela com o anúncio publicitário. O formato desse prisma e suas respectivas medidas podem ser observados na figura ao lado. Determine a área total das telas que cobrirão as faces laterais da placa.



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

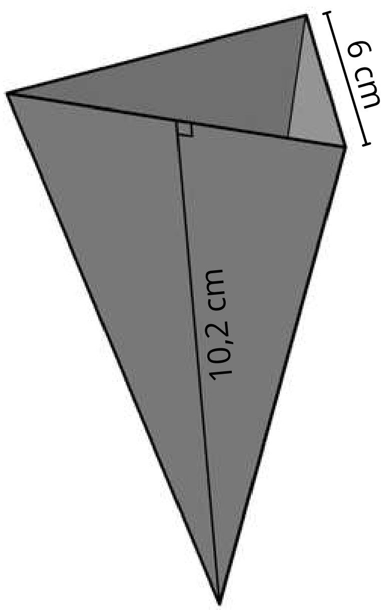
Deve-se observar aqui que cada uma das faces laterais desse sólido é um retângulo de 2 m de base por 3,5 m de altura. Como se trata de um prisma triangular, temos:

$$A = \underbrace{3}_{\text{3 faces laterais congruentes}} \cdot \underbrace{2 \cdot 3,5}_{\text{face lateral}} = 21\ m^2.$$

Portanto, a área total das telas que cobrirão as faces laterais da placa é 21 m².

ATIVIDADE 3

Uma rede de fastfood está testando uma nova embalagem para suas batatas fritas. A nova embalagem será feita de papel e terá formato de pirâmide triangular regular, conforme mostra a figura ao lado. Determine a área total de papel necessária para sua confecção, sabendo que devem ser acrescidos 20 cm² de papel para dobras e encaixes.



RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Note que cada uma das 3 faces dessa pirâmide é um triângulo cujo comprimento da base é igual a 6 cm e a altura é 10,2 cm. Portanto, a área lateral desse sólido é:

$$A = \underbrace{3}_{\text{3 faces laterais congruentes}} \cdot \underbrace{\frac{6 \cdot 10,2}{2}}_{\text{face lateral}} = 3 \cdot 3 \cdot 10,2 = 91,8\ cm^2.$$

No entanto, são necessários 20 cm² de papel para as dobras e encaixes, logo, a área total de papel necessária para produzir essa embalagem é

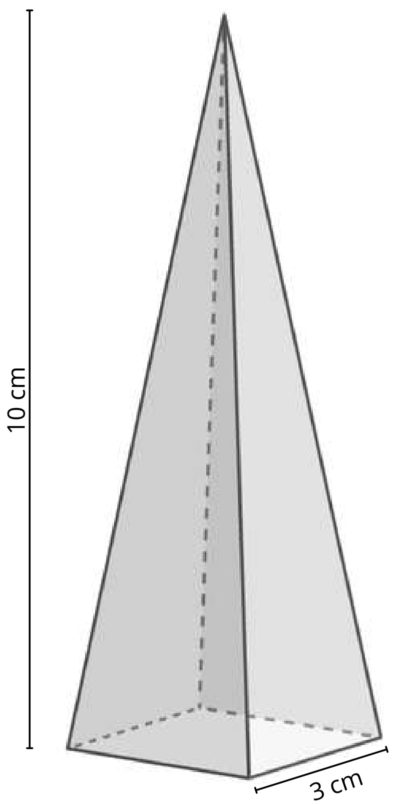
$$A_{total} = 91,8 + 20 = 111,8\ cm^2.$$

ATIVIDADE 4

Marina fabrica velas decorativas nos mais diversos formatos. Uma das velas que mais vendem possui formato de uma pirâmide quadrangular regular, de altura de 10 cm aresta da base de 3 cm.

a) Qual o volume de cera que Marina utiliza para fabricar uma dessas velas?
b) Sabe-se que a cada 10 cm³ de cera usada na produção, o custo é de R$ 5,00. Determine o custo de produção dessa vela.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Ilustração do formato da vela

a) Qual o volume de cera que Marina utiliza para fabricar uma dessas velas?
Como a vela possui formato de uma pirâmide, o volume de cera para uma das velas é igual ao volume da pirâmide:

$$V_{cera} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10}{3} = 3 \cdot 10 = 30\ cm^3.$$

b) Sabe-se que a cada 10 cm³ de cera usada na produção, o custo é de R$ 5,00. Determine o custo de produção dessa vela.
Para determinar o custo de produção, deve-se respeitar a proporção de R$ 5,00 para cada 10 cm³. Desta forma, obtém-se

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 5}{10} = 15.$$

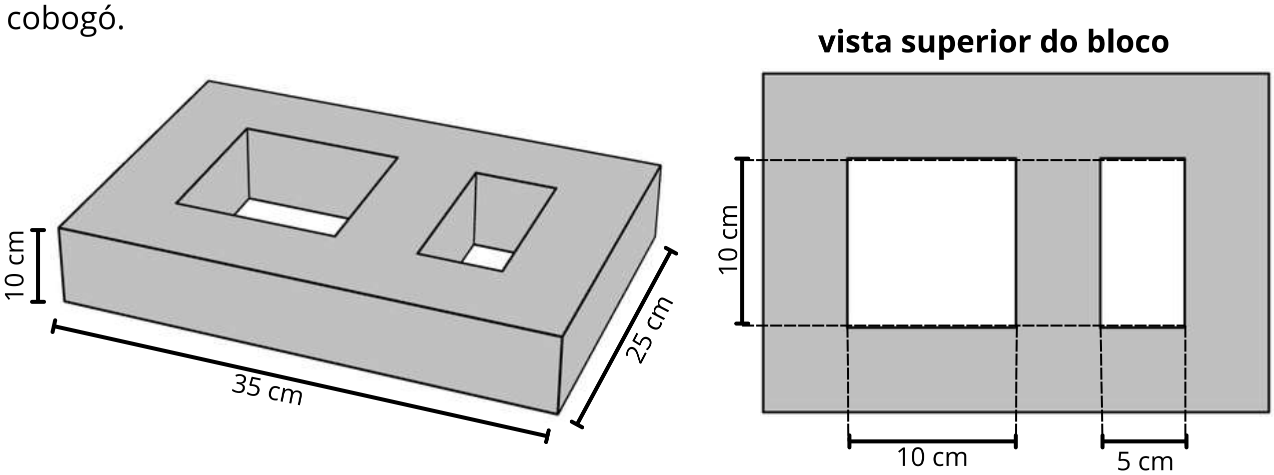
Portanto, o custo de produção de cada uma dessas velas é igual a R$ 15,00.

ATIVIDADE 5

"O cobogó foi criado em 1929 por dois comerciantes e um engenheiro pernambucanos que usaram as iniciais dos seus sobrenomes para compor o nome 'co-bo-gó': Coimbra, Boeckmann e Góes. O desenho foi inspirado nos muxarabis, elementos vazados de origem árabe com tramas pequenas e feitos de madeiras. Eles foram pensados para sacadas e janelas de casas com intuito de trazer mais privacidade."

Disponível em: https://casavogue.globo.com/Colunas/Revestindo-a-Casa/noticia/2019/10/voce-conhece-historia-dos-cobogos.html. Acesso em 01 de abril de 2026.

Observe abaixo um bloco pensado por um arquiteto para a confecção de um cobogó.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

a) Determine, em m³, o volume do bloco mostrado acima.

b) A fábrica que fará a produção dos blocos cobra R$ 3 500,00/m³ de concreto usado. O arquiteto estima usar 40 blocos no projeto idealizado. Qual o custo com os blocos para a construção desse cobogó?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Determine, em m³, o volume do bloco mostrado acima.

Observe que o bloco mostrado é obtido extraindo-se, de um bloco de dimensões 0,35 m × 0,25 m × 0,10 m, dois blocos menores sendo o primeiro um cubo de aresta medindo 0,10 m e o segundo um bloco de dimensões 0,05 m × 0,10 m × 0,10 m. Assim, o volume do bloco é

$$V_{bloco} = 0,35 \cdot 0,25 \cdot 0,1 - 0,1^3 - 0,05 \cdot 0,1 \cdot 0,1 = 0,00875 - 0,001 - 0,0005$$

$$V_{bloco} = 0,00725\ m^3.$$

b) A fábrica que fará a produção dos blocos cobra R$ 3 500,00/m³ de concreto usado. O arquiteto estima usar 40 blocos no projeto idealizado. Qual o custo com os blocos para a construção desse cobogó?

O volume de um desses blocos é igual a 0,00725 m³, então o volume dos 40 blocos é

$$V = 40 \cdot 0,00725 = 0,29\ m^3.$$

Como cada m³ de concreto custa R$ 3 500,00, então o custo para produzir os 40 blocos é igual a 0,29 m³ × R$ 3 500/m³ = R$ 1 015,00.

De olho no Paebes

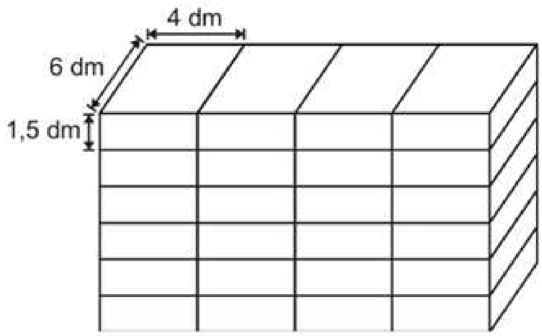
Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*

ITEM 1 - Básico

(AMA - 2024) O proprietário de um mercado comprou uma prateleira para armazenamento de caixas e a colocou em seu depósito. Todas as caixas que serão dispostas nessa prateleira são iguais e estão empilhadas em um canto do depósito. Observe, na figura abaixo, esse empilhamento e as medidas dessas caixas.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume através da contagem de blocos".

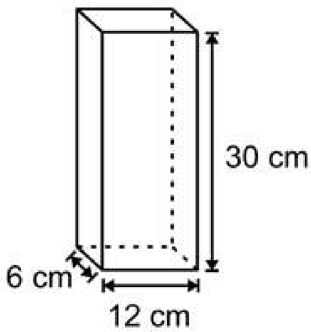
Qual é a medida, em decímetro cúbico, do volume total desse empilhamento de caixas?

A) 36 dm³.
B) 50 dm³.
C) 276 dm³.
D) 864 dm³.

Gabarito: D

ITEM 2 - Proficiente

(AMA - 2024) Uma associação de moradores produziu um recipiente para receber o descarte de pilhas e baterias. O formato desse recipiente é de um paralelepípedo retangular cujas dimensões internas estão apresentadas na figura abaixo.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo com o apoio de figura".

Qual é a medida, em centímetro cúbico, do volume interno desse recipiente?

A) 48 cm³.
B) 192 cm³.
C) 1 152 cm³.
D) 2 160 cm³.

Gabarito: D

ITEM 3 - Proficiente

(M090028A9) Carla embala cada bombom que ela faz em uma caixinha com a forma de um cubo de aresta igual a 3 cm. Ela quer comprar uma embalagem na forma de um bloco retangular onde serão colocadas 50 caixinhas desse bombom.

Carla deve comprar uma embalagem com capacidade de, no mínimo,

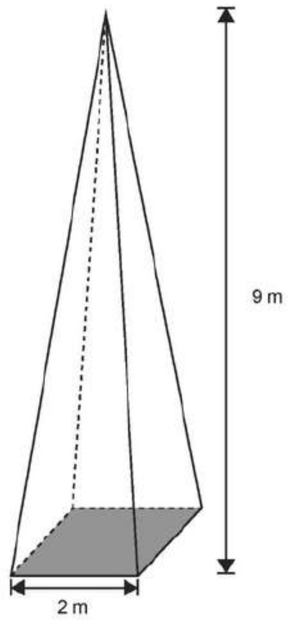
A) 27 cm³
B) 450 cm³
C) 1 050 cm³
D) 1 350 cm³

Gabarito: D

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura".

ITEM 4 - Avançado

(M11228SI) Uma pirâmide quadrangular retangular tem altura igual a 9m e aresta da base igual a 2m, conforme mostra a figura:



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume de pirâmides regulares".

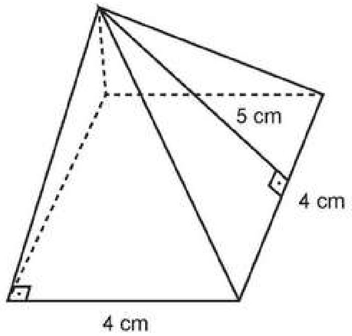
O volume dessa pirâmide é:

A) 7 m³
B) 11 m³
C) 12 m³
D) 18 m³
E) 36 m³

Gabarito: C

ITEM 5 - Avançado

(M11120SI) Na figura a seguir você vê uma peça em forma de pirâmide de base quadrada cujas faces são triângulos isósceles de altura 5 cm.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar a área da superfície de uma pirâmide regular".

Nestas condições, concluímos que a área total dessa peça mede:

A) 36 cm²
B) 40 cm²
C) 56 cm²
D) 80 cm²
E) 96 cm²

Gabarito: C

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Volume ou Capacidade?

O vídeo da professora Maria Ignez Diniz, do Grupo Mathema, faz uma discussão interessante entre a diferença entre volume e capacidade.

Sugestão de leitura

Sugerimos a leitura e, se viável, uma tertúlia com os estudantes baseado no artigo Embalagens, de autoria de Rogério César dos Santos e Sandra A. de Oliveira Baccarin, publicado na Revista do Professor de Matemática.

Referências

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática**: geometria. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos**: geometria plana e espacial. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

LAUNAY, M. **A Fascinante História da Matemática**: da pré-história aos dias de hoje. Trad. Clóvis Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.

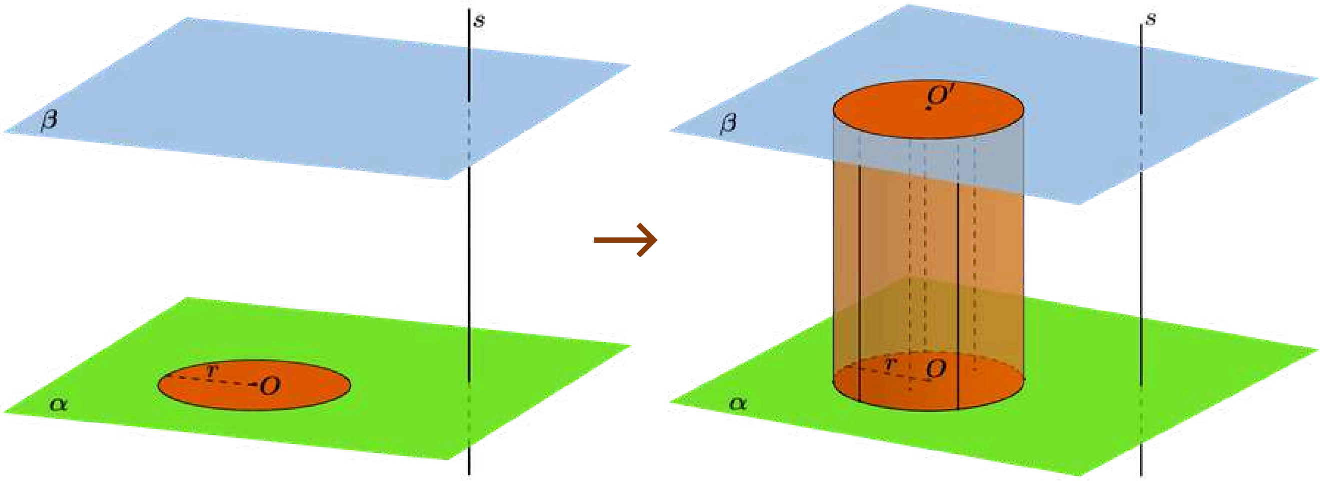
SOUZA, J. R. de. **Multiversos Matemática**: Geometria: Ensino Médio.1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

Detalhando o descritor

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*

CILINDRO

Dados dois planos paralelos α e β, um círculo de centro O e raio r contido em α e uma reta s secante aos planos α e β que não intersecta o círculo, a figura geométrica formada pela reunião de todos os segmentos de reta paralelos à reta s, com uma extremidade em um ponto do círculo e a outra no plano β, é denominada cilindro circular ou, simplesmente, cilindro.

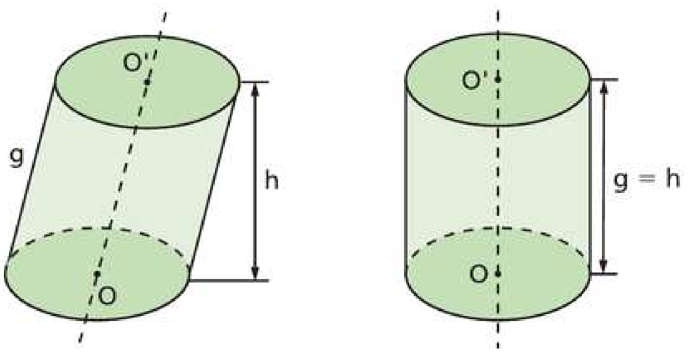


Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Tomando o cilindro construído, podemos determinar os seguintes elementos:

- **bases:** são os círculos de raio r e centros O e O' situados nos planos paralelos α e β, respectivamente;
- **raio da base:** é o raio do círculo que forma a base;
- **altura:** é a distância entre os planos paralelos α e β, cuja medida indicaremos por h;
- **eixo:** é a reta OO' que contém os centros das bases;
- **geratrizes:** são os segmentos de reta paralelos ao eixo e cujas extremidades são pontos das circunferências das bases. Indicaremos a medida da geratriz por g.

Assim como nos prismas e pirâmides, os cilindros podem ser oblíquos e retos. Observe as imagens abaixo:



cilindro oblíquo **cilindro reto**

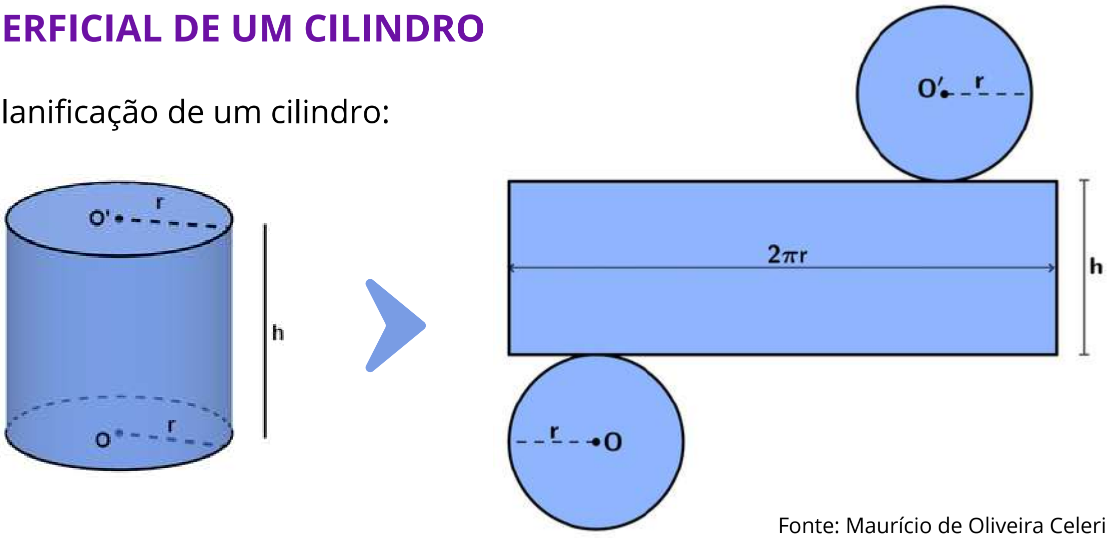
DOLCE; POMPEO, 2013.

Como você pode notar, quando temos um cilindro oblíquo a geratriz e a altura não são coincidentes, como acontece no cilindro reto.

Neste material, nosso interesse está nos cilindros retos. Portanto, a menos que haja uma indicação, visual ou textual, que seja um cilindro oblíquo, consideraremos o cilindro como reto.

ÁREA SUPERFICIAL DE UM CILINDRO

Observe a planificação de um cilindro:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

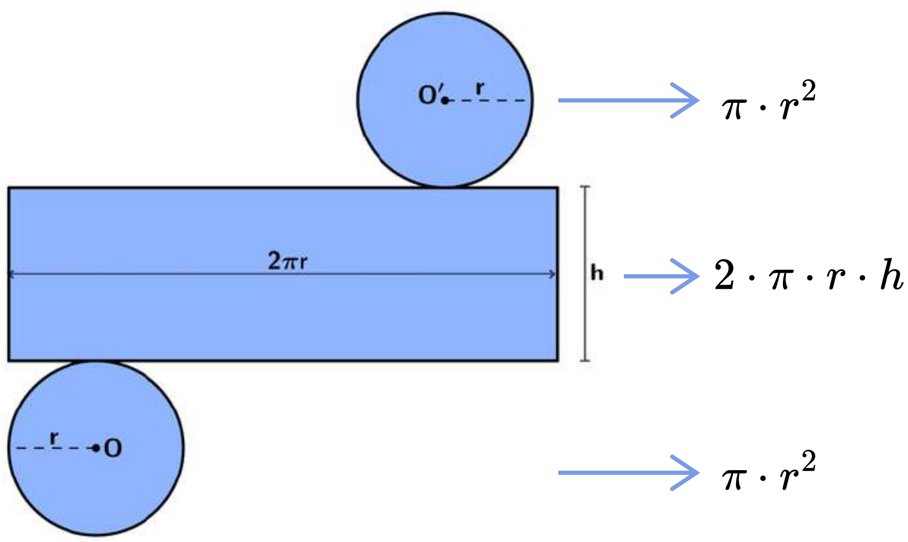
Em um cilindro podemos destacar as seguintes superfícies:

- **Superfície lateral (A_l)**: corresponde à área do retângulo que forma a lateral do cilindro.
- **Superfície da base (A_b)**: corresponde à área do círculo que compõe cada base do cilindro.
- **Superfície total (A_T):** corresponde à reunião da superfície lateral e das bases do cilindro.

Portanto,

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_l$$

Porém, note que é possível determinar uma expressão algébrica para a área da superfície do cilindro, visto que ele é composto por um retângulo e dois círculos:

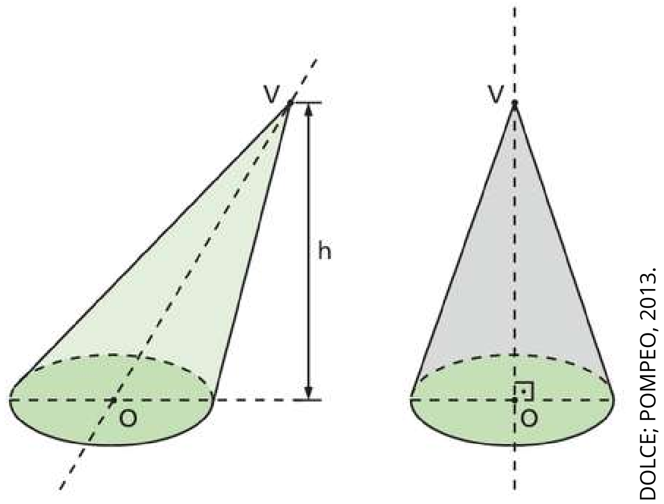


Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

O cone possui:

- **uma base:** o círculo de centro O e raio r.
- **geratrizes:** são os segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos da circunferência da base.
- **vértice:** o ponto V citado acima.
- **Altura:** distância perpendicular do vértice ao plano da base.

Assim como nos cilindros, podemos classificar os cones em retos ou oblíquos:



cone oblíquo **cone reto**

Neste material, nosso interesse está nos cones retos, portanto, a menos que haja uma indicação visual ou textual de que o cone seja um cone oblíquo, consideraremos cone como um cone reto.

ÁREA SUPERFICIAL DE UM CONE

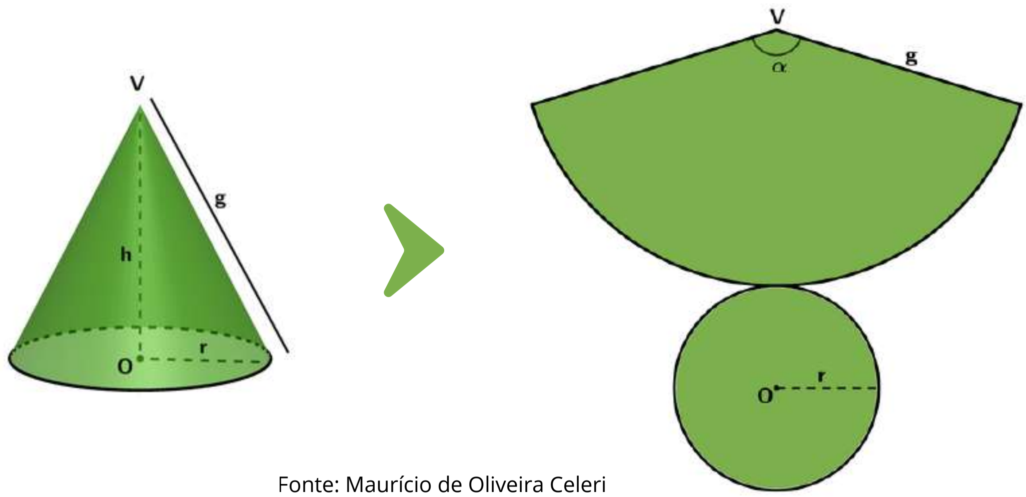
Em um cone podemos destacar as seguintes superfícies:

- **Superfície lateral (A_l):** é a reunião das geratrizes. Corresponde à área de um setor circular.
- **Superfície da base (A_b):** corresponde à área do círculo que compõe a base do cone.
- **Superfície total (A_T):** corresponde à reunião da superfície lateral e da base do cone.

Portanto,

$$A_T = A_b + A_l$$

Assim, como fizemos no cilindro, vamos determinar a expressão algébrica para determinar a área da superfície total do cone. Para isso, observe a planificação de um cone reto:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Para determinar a superfície total de um cone devemos calcular duas áreas:

- círculo de raio r

$$A_b = \pi r^2$$

- setor circular de raio g e ângulo central α

$$A_l = \frac{\alpha \pi g^2}{360^\circ}$$

Uma outra maneira de determinar a superfície lateral é escrevendo uma razão entre o comprimento da circunferência de raio g e o comprimento do setor circular, já que a área do setor circular é proporcional ao comprimento do arco correspondente :

$$\frac{2\pi g}{2\pi r} = \frac{\pi g^2}{A_l} \Rightarrow A_l = \frac{\pi g^2 r}{g} \Rightarrow A_l = \pi r g$$

Portanto

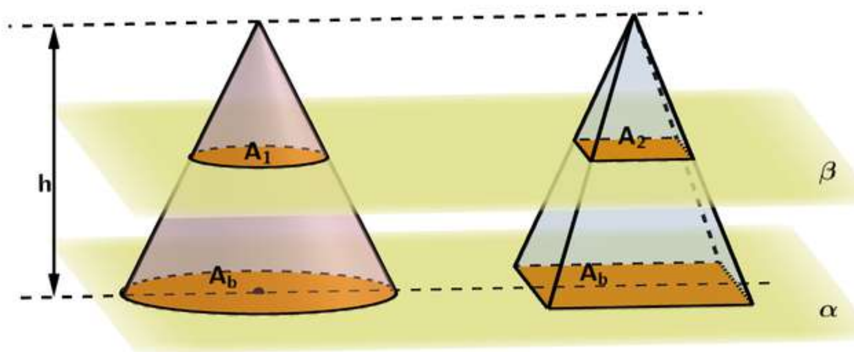
$$A_T = \pi r^2 + \frac{\alpha \pi g^2}{360^\circ} \Rightarrow \boxed{A_T = \pi \left(r^2 + \frac{\alpha g^2}{360^\circ} \right)}$$

Ou

$$A_T = \pi r^2 + \pi r g \Rightarrow \boxed{A_T = \pi r \,(r + g).}$$

VOLUME DE UM CONE

Consideremos um cone de altura h e área da base A_b e uma pirâmide de altura h e área da base A_b, isso é, um cone e uma pirâmide de alturas congruentes e bases de mesma área contidas em um plano α. Observe a ilustração abaixo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Qualquer plano β, paralelo a α, que secciona os dois sólidos, determina as seções A_1 e A_2 congruentes.

Então, pelo princípio de Cavalieri, o cone e a pirâmide têm volumes iguais:

$$V_{cone} = \frac{A_b \cdot h}{3}.$$

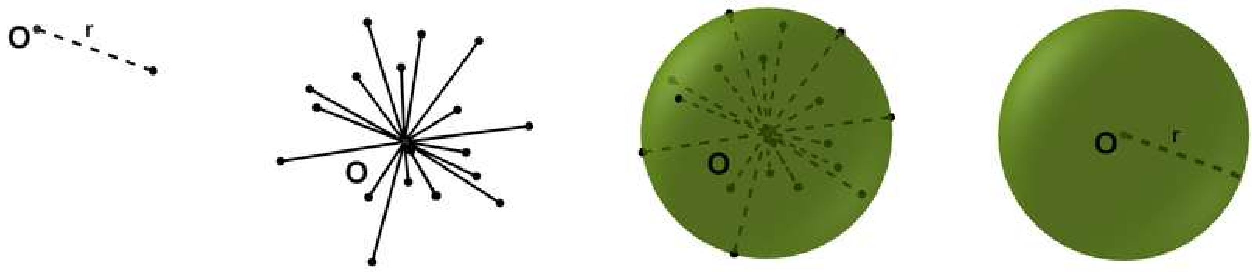
Como a base do cone é um círculo de raio r, temos

$$V_{cone} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

ESFERA

Consideremos um ponto O e um número real positivo r qualquer. A esfera de centro O e raio de medida de comprimento r é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a r do ponto O.

Vejamos, passo a passo, essa construção:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

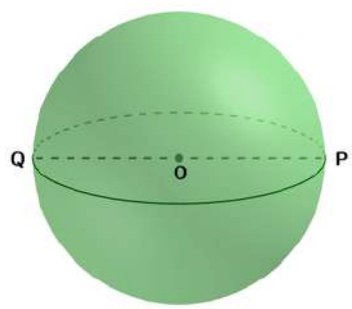
1 Consideremos um ponto O e um número real positivo r qualquer.

2 Determine todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a r do ponto O.

3 A esfera de centro O e raio de medida de comprimento r é o conjunto de todos esses pontos.

Na esfera podemos destacar os seguintes elementos:

- O é o centro da esfera;
- OP e OQ são os raios da esfera;
- PQ é o diâmetro da esfera.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

O conjunto de todos os pontos do espaço, cuja distância ao centro O é a medida do raio é chamada de superfície esférica.

VOLUME DE UMA ESFERA

A medida de volume de uma esfera foi encontrada de maneira precisa, pela primeira vez, por Arquimedes de Siracusa (287 a.C. - 212 a.C.). Em seu tratado sobre a esfera e o cilindro, Arquimedes apresenta métodos para encontrar as medidas de área e de volume de alguns sólidos redondos. Nessa obra, ele concluiu que

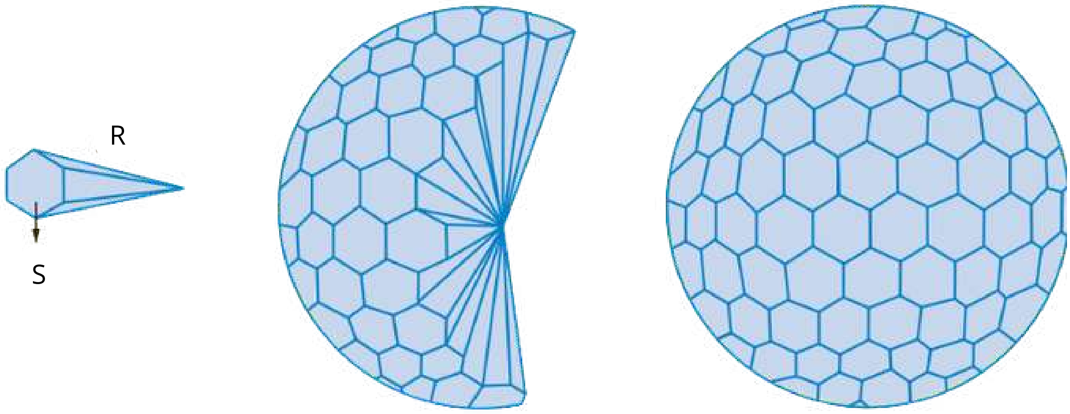
$$V_{esfera} = \frac{4\pi R^3}{3}.$$

ÁREA SUPERFICIAL DE UMA ESFERA

Considere uma esfera de raio R. Imagine-a como sendo a composição de diversos sólidos menores que se parecem com pirâmides de base hexagonal, mas que não o são, pois a superfície da esfera não é plana. Entretanto, tomando as bases dessas pirâmides de modo que sejam as menores possíveis, nossa suposição se torna plausível.

Assim, podemos admitir que a medida de volume da esfera é equivalente à soma das medidas de volume de todas essas "pirâmides" de bases minúsculas.

Observe a ilustração abaixo:



DOLCE; POMPEO, 2013.

Sendo S a medida de área da base de uma dessas pirâmides, a medida do seu volume é dada por

$$V = \frac{Sh}{3} = \frac{SR}{3}$$

Considerando que temos n pirâmides com áreas de base iguais a $S_1, S_2, \cdots, S_n$, então a área da superfície da esfera (A) é igual a

$$A = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$$

Da mesma forma, o volume da esfera (E) é igual a

$$E = \frac{S_1R}{3} + \frac{S_2R}{3} + \cdots \frac{S_nR}{3} = \frac{R}{3} \cdot (S_1 + S_2 + \cdots + S_n) = \frac{R}{3} \cdot A = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Logo,

$$\frac{R}{3} \cdot A = \frac{4\pi R^3}{3} \Rightarrow A = \frac{3 \cdot 4\pi R^3}{3R} \Rightarrow A = 4\pi R^2$$

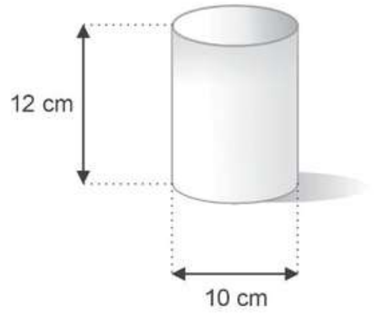
Portanto, a área da superfície da esfera é

$$A = 4\pi R^2$$

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(PAMA11109AC) Um copo tem o formato de um cilindro reto conforme mostra a figura abaixo.



Suporte

Esse copo contém 130,4 cm³ de água. Quantos cm³ ainda cabem nesse copo?

Alternativas

A) 188,4
B) 246,4
C) 376,8
D) 811,6
E) 942,0

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O item apresentado contempla uma tarefa ancorada no nível avançado do descritor D129_M. Em especial, ele busca averiguar se o(a) estudante é capaz de "Determinar volume de cilindros."

Esse item requer que o(a) estudante compreenda que o volume do cilindro é dado por $V = \pi r^2 h$, além de usar 3,14 como aproximação para π. Após essa identificação, o estudante deve ainda perceber que o recipiente já conta com 130,4 cm³, assim deve-se subtrair do volume do cilindro este valor. Assim, a solução seria:

$$V = \pi r^2 h - 130,4 \Rightarrow V = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 12 - 130,4 \Rightarrow V = 942 - 130,4 = 811,6 \ cm^3.$$

Portanto, o gabarito é a alternativa D.

Às demais alternativas, os distratores, cabe análise. Destacamos especialmente o distrator E), essa alternativa apresenta o volume do cilindro, no entanto demostra dificuldade na interpretação do item, pois o(a) estudante não finaliza a solução com a subtração do volume já existente no recipiente.

O distrator C), indica problema em dois pontos específicos: o primeiro diz respeito à potenciação no cálculo do volume do cilindro e o segundo retoma a dificuldade na interpretação do item, já discutido no distrator E. Neste distrator, o(a) estudante recorda da fórmula para o cálculo do volume, porém a executa de forma equivocada:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow V = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 12 \Rightarrow V = 3,14 \cdot 10 \cdot 12 \Rightarrow V = 376,8 \ cm^3.$$

No distrator B), o(a) estudante comete o erro presente no distrator C), porém executa a subtração do volume já presente no recipiente. Já no distrator A) o(a) estudante demonstra não recordar da fórmula para o cálculo do volume do cilindro, executando o cálculo da seguinte forma:

$$V = \pi r h \Rightarrow V = 3,14 \cdot 5 \cdot 12 \Rightarrow V = 188,4 \ cm^3.$$

Caso o(a) estudante marque os distratores, algumas possibilidades de intervenção pedagógicas são sugeridas:

- Reforçar o conceito de potenciação;
- Explorar o volume do cilindro com materiais concretos, como latas e copos, e a relação entre volume e capacidade usando água e instrumentos medidores;
- Desenvolver estratégias de leitura e interpretação dos itens, chamando atenção, principalmente, para a leitura atenta do comando do item;
- Retomar a distinção entre perímetro, área e volume, desenvolvendo o raciocínio geométrico e associando cada conceito à sua respectiva unidade de medida.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

O Gás Liquefeito de Petróleo (GLP), também conhecido por gás de cozinha, é armazenado em vasos de pressão esféricos, chamados Esferas de Horton, em refinarias e bases de distribuição.

Para um determinado projeto, a esfera de Horton utilizada tem diâmetro interno igual a 18 m. (Use π=3)

a) Qual o volume de GLP que essa esfera comporta?

b) Sabendo que a densidade do GLP é, aproximadamente, 500 kg/m³, qual a massa de GLP que cada esfera comporta?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

a) Qual o volume de GLP que essa esfera comporta?

Como o diâmetro da esfera é igual a 18 m, seu raio é igual a 9 m, daí

$$V_{GLP} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 9^3}{3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 729}{3} = 4 \cdot 729 = 2916\ m^3$$

b) Sabendo que a densidade do GLP é, aproximadamente, 500 kg/m³, qual a massa de GLP que cada esfera comporta?

Como cada m³ de GLP tem massa, aproximadamente, igual a 500 kg, a massa de GLP que essa esfera comporta é igual a 2 916 m³ × 500 kg/m³ = 1 458 000 kg.

Prezado(a) Professor(a),
durante a realização dos exercícios deste material é comum encontrarmos valores aproximados para π. Em alguns casos, usamos π=3, em outros π=3,1 ou π=3,14, como é comum encontrarmos em livros didáticos. É interessante discutir com os(as) estudantes que isso acontece pois π tem representação decimal infinita e não periódica, sendo necessário trabalhar com aproximações de seu valor. O uso de diferentes aproximações visa diferentes objetivos, como simplificar um processo de cálculo ou ser mais fiel à medida real. Em alguns casos, também, é possível encontrar questões que não fornecem um valor aproximado de π. Nesse caso, é importante incentivar os(as) estudantes a desenvolver a questão usando apenas a representação simbólica de π.

ATIVIDADE 2

Uma sorveteria deseja criar um sistema de identificação de seus sorvetes de casquinha, que possuem formato de cone, nos tamanhos pequeno (P), médio (M) e grande (G), de modo que cada tamanho tenha o dobro da capacidade do tamanho anterior. O tamanho G tem diâmetro de 8 cm e altura de 18 cm. Os tamanhos M e P tem diâmetros iguais a 6 cm e 4 cm, respectivamente. Qual deve ser as alturas das casquinhas de tamanho M e P?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Sabemos que a casquinha G tem formato de cone com raio da base igual a 4 cm e altura 18 cm, portanto, seu volume é

$$V_G = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 18}{3} = \pi \cdot 16 \cdot 6 = 96\pi \ cm^3$$

Desta forma, podemos reunir as seguintes informações sobre as demais casquinhas:

Casquinha M	Casquinha P
raio da base: 3 cm	raio da base: 2 cm
altura: h_M	altura: h_P
volume: $48\pi \ cm^3$	volume: $24\pi \ cm^3$

Assim, podemos obter h_M e h_P:

Casquinha M

$$V_M = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_M}{3} \Rightarrow 48\pi = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot h_M}{3} = \frac{9\pi \cdot h_M}{3} = 3\pi \cdot h_M$$

$$\Rightarrow h_M = \frac{48\pi}{3\pi} = \frac{48}{3} = 16 \ cm$$

Casquinha P

$$V_P = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_P}{3} \Rightarrow 24\pi = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot h_P}{3} = \frac{4\pi \cdot h_P}{3}$$

$$\Rightarrow h_P = \frac{3 \cdot 24\pi}{4\pi} = \frac{3 \cdot 24}{4} = 3 \cdot 6 = 18 \ cm$$

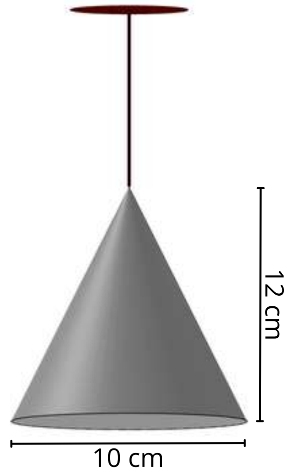
Portanto, a casquinha M possui altura igual a 16 cm e a casquinha P possui altura igual a 18 cm.

ATIVIDADE 3

Em projetos de decoração, é comum que os pendentes de luminárias tenham formas geométricas conhecidas. Um dos pendentes à venda em uma loja tem formato de cone, com 10 cm de diâmetro e 12 cm de altura, como pode ser observado na imagem ao lado.

a) Determine a área lateral desse pendente. (Use π=3,1)

b) Sabendo que o custo do material é de R$ 2.000,00 por m² de área lateral, determine o custo de produção desse pendente.

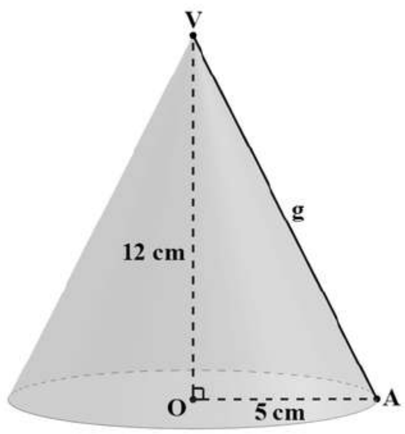


Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

a) Determine a área lateral desse pendente. (Use π=3,1)

Como o diâmetro da base tem medida 10 cm, o raio da base tem medida igual a 5 cm. Para determinar a área lateral do cone, precisamos, primeiramente, determinar a geratriz. Assim, a partir do cone dado, determinamos o seguinte triângulo retângulo:



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

Pelo Teorema de Pitágoras, temos que

$$g^2 = 12^2 + 5^2 \Rightarrow g^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow g = \sqrt{169} = 13 \ cm$$

Vimos que a área lateral do cone é dada por $A_l = \pi r g$, portanto,

$$A_l = 3,1 \cdot 5 \cdot 13 = 201,5 \ cm^2$$

b) Sabendo que o custo do material é de R$ 2.000,00 por m² de área lateral, determine o custo de produção desse pendente.

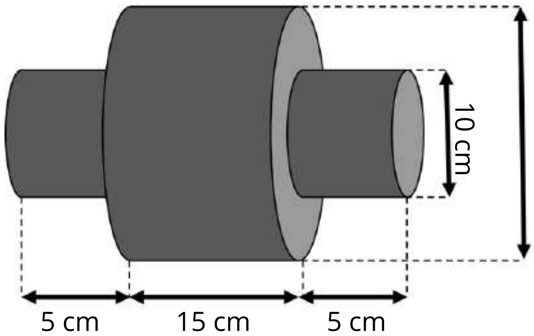
Cada m² do material usado para fabricar o pendente custa R$ 2 000,00. Sabemos que 1 m²=10 000 cm², portanto, temos:

$$\frac{2000}{10000} = \frac{x}{201,5} \Rightarrow x = \frac{201,5 \cdot 2000}{10000} = 40,3$$

Ou seja, o custo para confeccionar este pendente é de R$ 40,30.

ATIVIDADE 4

Um engenheiro mecânico deseja construir uma peça metálica maciça em aço no formato apresentado ao lado. Determine o volume total dessa peça. (Use π=3,14)



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Note que a peça é composta por 3 cilindros, portanto, o volume total da peça será a soma do volume dos 3 cilindros.

Pela figura obtemos:

- **Cilindro 1**: raio = 5 cm e altura = 5 cm;
- **Cilindro 2**: raio = 10 cm e altura = 15 cm;
- **Cilindro 3**: raio = 5 cm e altura = 5 cm.

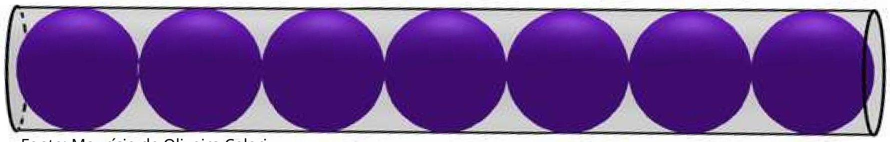
Assim, obtemos:

$$V_{total} = V_{C1} + V_{C2} + V_{C3} = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 5 + 3,14 \cdot 10^2 \cdot 15 + 3,14 \cdot 5^2 \cdot 5$$

$$V_{total} = 392,5 + 4710 + 392,5 = 5495 \ cm^2$$

ATIVIDADE 5

Uma fábrica deseja criar uma embalagem em formato de tubo cilíndrico para armazenar gomas de mascar esféricas. O tubo tem 14 cm de comprimento e 1 cm de raio interno e comporta 7 gomas de mascar idênticas, conforme pode ser observado na figura abaixo.



Fonte: Maurício de Oliveira Celeri

a) Determine o volume interno do tubo cilíndrico.
b) Determine o volume de uma goma de mascar esférica.
c) Sabendo que as gomas ocupam todo o espaço disponível no tubo sem deformação, determine a razão entre o volume ocupado e o volume total do tubo cilíndrico.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

a) Determine o volume interno do tubo cilíndrico.

O tubo tem a forma de um cilindro cujo raio da base é igual a 1 cm e a altura é igual a 14 cm, daí

$$V_{cilindro} = \pi \cdot 1^2 \cdot 14 = 14\pi \ cm^3$$

b) Determine o volume de uma goma de mascar esférica.

A goma tem formato de uma esfera de raio igual a 1 cm, logo

$$V_{goma} = \frac{4\pi \cdot 1^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \ cm^3$$

c) Sabendo que as gomas ocupam todo o espaço disponível no tubo sem deformação, determine a razão entre o volume ocupado e o volume total do tubo cilíndrico.

O raio de cada goma é 1 cm, logo o diâmetro é igual a 2 cm. Como o tubo possui 14 cm, ele aloca 7 gomas sem deformação. Desta forma, o volume ocupado pelas gomas nesse tubo é

$$7 \cdot V_{goma} = 7 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{28\pi}{3} \ cm^3$$

Portanto, a razão entre o volume ocupado e o volume total do tubo cilíndrico é

$$\frac{\frac{28\pi}{3}}{14\pi} = \frac{28\pi}{3} \cdot \frac{1}{14\pi} = \frac{28\pi}{3 \cdot 14\pi} = \frac{2}{3}$$

Prezado(a) Professor(a),
essa é uma questão interessante para incentivar os(as) estudantes a desenvolver o raciocínio usando apenas a representação simbólica de π, sem realizar substituição por valor aproximado.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O “De olho no Paebes” também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D129_M *Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.*

ITEM 1 - Avançado

(M120227G5) Para o tratamento de água potável de uma pequena cidade foi construído um reservatório com o formato de um cilindro circular reto cujo diâmetro interno da base mede 3 m e a altura interna mede 8 m.

Dados:
$1m^3 = 1\ 000L$
$\pi \cong 3{,}14$

A capacidade máxima de água, em litros, desse reservatório é

A) 15 065
B) 56 520
C) 75 360
D) 177 472
E) 226 080

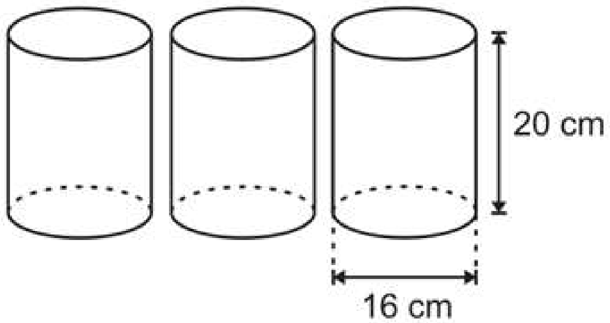
Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume de cilindros".

Gabarito: B

ITEM 2 - Avançado

(AMA - 2023) Luana está brincando de acertar, com uma bolinha, três latas cilíndricas idênticas dispostas em uma mesa. Para que essas latas não sejam derrubadas, ela irá colocar areia até a metade da capacidade de cada uma dessas latas. As latas estão representadas abaixo com a indicação das medidas do diâmetro e da altura de uma delas.

Considere: $\pi = 3$



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo cálculo de volume de cilindro".

Quantos centímetros cúbicos de areia, no mínimo, Luana irá utilizar?

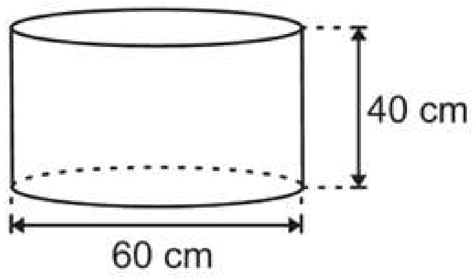
A) 318 cm³.
B) 480 cm³.
C) 5 760 cm³.
D) 11 520 cm³.
E) 23 040 cm³.

Gabarito: C

ITEM 3 - Avançado

(AMA - 2024) Juliana participará de um festival gastronômico e usou um tipo de molde com o formato de um cilindro para a produção de queijo. Observe, na figura abaixo, uma representação desse molde com a indicação da medida da altura e do diâmetro de sua base.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Resolver problemas envolvendo cálculo da área lateral ou total de um cilindro, com ou sem apoio de figuras".



Considere:
$\pi = 3$

Antes da produção, Juliana revestiu a região que corresponde à área total desse molde com um determinado tipo de material. Qual é a quantidade mínima de material, em centímetro quadrado, que ela utilizou para fazer esse revestimento?

A) 36 000 cm².
B) 12 600 cm².
C) 9 900 cm².
D) 7 200 cm².
E) 2 400 cm².

Gabarito: B

ITEM 4 - Avançado

(M11273SI) Uma lanchonete utiliza um coador de café, em forma de cone, com 6 cm de raio da base por 12 cm de altura.

Qual é o volume máximo de café, em cm³, que pode ser feito nesse coador?

A) 48
B) 144
C) 48π
D) 72π
E) 144π

Gabarito: E

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "Determinar o volume de um cone reto a partir das medidas do diâmetro da base e da altura na resolução de problemas sem apoio de imagem".

ITEM 5 - Avançado

(M120230G5) Amanda construiu um molde para velas em forma de cone reto cujas dimensões internas são 5 cm de altura e 4 cm de diâmetro.

Qual é a quantidade máxima de parafina que ela poderá colocar dentro desse molde?

A) $\frac{10\pi}{3}\ cm^3$

B) $\frac{20\pi}{3}\ cm^3$

C) $20\pi\ cm^3$

D) $\frac{80\pi}{3}\ cm^3$

E) $80\pi\ cm^3$

Gabarito: B

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Sugestão de leitura

Sugerimos a leitura do artigo "História da matemática como recurso metodológico: sobre a compreensão do volume da esfera com Arquimedes", publicado na Revista História da Matemática para Professores.

Outros artigos publicados na Revista podem servir de elementos de estudo para o professor em outros momentos.

Sugestão de leitura

Para aprofundamento sobre os sólidos de revolução pode ser usado o produto educacional de Ana Lúcia Vaghetti Pinheiro do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional: Estudo dos Sólidos de Revolução com Ênfase nos Corpos Redondos – Concepções de uma Sequência Didática.

Referências

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. Prisma matemática: geometria. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, L. R.; VIANA, F. Matemática em Contextos: geometria plana e espacial. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

DOCE, Osvaldo; Pompeo, José Nicolau. Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

LAUNAY, M. A Fascinante História da Matemática: da pré-história aos dias de hoje. Trad. Clóvis Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.

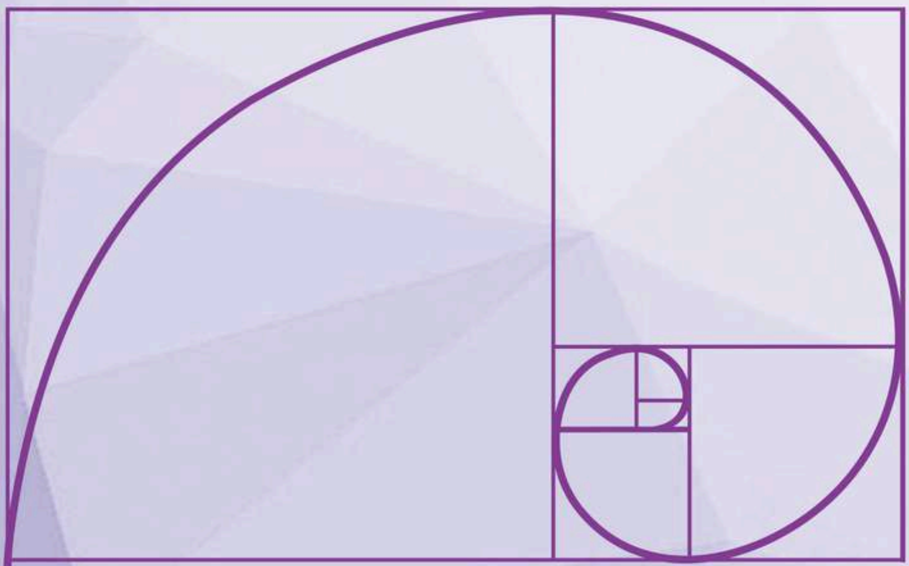
Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

SEDU 2026

Gerência de Currículo
da Educação Básica



Capítulo 7: Função Exponencial e Progressão Geométrica

Detalhando o descritor

D074_M *Corresponder as representações algébrica e gráfica de uma função exponencial.*

A ESTRUTURA DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Uma função exponencial é definida pela lei de formação:

$$f(x) = a^x$$

Onde:

- ***a*** (base): deve ser um número real, positivo e diferente de 1 $(a > 0 \; e \; a \neq 1)$.
- ***x*** (expoente): é a variável independente.
- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$

COMPORTAMENTO GRÁFICO E CLASSIFICAÇÃO

O gráfico de uma função exponencial é uma curva chamada exponencial, que nunca toca o eixo ***x*** (assíntota horizontal) e apresenta dois comportamentos principais dependendo do valor da base ***a***:

- Função Crescente (***a > 1***): à medida que o valor de ***x*** aumenta, o valor de ***y*** também aumenta rapidamente.
- Função Decrescente (***0 < a < 1***): à medida valor de ***x*** aumenta, o valor de ***y*** diminui, aproximando-se de zero.

VISUALIZANDO A FUNÇÃO EXPONENCIAL

Para dinamizar a compreensão do D074_M, recomendamos o uso do GeoGebra, uma ferramenta de matemática dinâmica que permite aos(às) estudantes visualizarem, em tempo real, como a alteração na base ***a*** da função $f(x) = a^x$ transforma a curvatura e a direção do gráfico.

Prezado(a) Professor(a)

Acesse o simulador: Clique no link ou utilize o QR Code para abrir o GeoGebra.

- Manipule o Controle Deslizante: No simulador, há um controle para o valor de ***a***.
- Arraste para valores maiores que 1 e observe a curva se tornar mais íngreme (Crescente).
- Arraste para valores entre 0 e 1 e observe a inversão da curva (Decrescente).

clique aqui

- Ponto Fixo: Note que, independentemente do valor de ***a*** , a curva sempre atravessa o ***eixo y*** no ***ponto (0 ,1)***. Instigue os(as) estudantes a pensarem por que isso acontece (propriedade das potências).

PONTOS DE ATENÇÃO PARA O(A) ESTUDANTE (INTERPRETAÇÃO GRÁFICA)

Para realizar a correspondência correta entre gráfico e álgebra, o(a) estudante deve observar:

- ***Interseção com o eixo y***: Na forma básica $f(x) = a^x$, o gráfico sempre corta o eixo das ordenadas no ponto (0,1), pois qualquer número (dentro das regras da base) elevado a zero é igual a 1.
- ***O valor da base:*** Se a base for um número inteiro maior que 1, a curva "sobe" para a direita. Se for uma fração própria (entre 0 e 1), a curva "desce" para a direita.
- ***Crescimento/Decrescimento acelerado:*** Diferente da função afim (reta), a exponencial apresenta uma variação de crescimento/decrescimento que se torna cada vez mais íngreme.

APROFUNDANDO O CONCEITO: FUNÇÕES DO TIPO $f(x) = k \cdot a^x$

Na prática pedagógica e em situações do cotidiano (como crescimento populacional ou juros compostos), a função exponencial raramente aparece em sua forma mais simples. Ela geralmente é apresentada como uma função do tipo exponencial, sob a forma:

$$f(x) = k \cdot a^x$$

Onde:

- ***a*** é a base (que determina se cresce ou decresce).
- ***k*** é uma constante real diferente de zero, que representa o valor inicial (o valor de y quando x = 0).

O QUE MUDA NA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA?

Ao comparar $f(x) = a^x$ com $f(x) = k \cdot a^x$ oriente o(a) estudante a observar o ponto de interceptação no eixo y:

- Na função básica $f(x) = a^x$: o gráfico sempre corta o eixo y no ponto ***(0, 1)***, pois $a^0 = 1$.
- Na função do tipo $f(x) = k \cdot a^x$, o gráfico cortará o eixo y no ponto ***(0, k)***, pois $f(0) = k \cdot a^0 = k \cdot 1 = k.$

Identificar o valor de ***k*** no gráfico (o ponto onde a curva intercepta o eixo vertical ***y***) é a estratégia mais rápida e eficaz para o estudante eliminar distratores em itens de múltipla escolha que exigem a correspondência entre gráfico e álgebra.
Muitas vezes, o(a) estudante se perde em cálculos complexos, quando a resposta pode ser encontrada apenas observando:

- ***Onde a curva corta o eixo y*** : Esse valor é o coeficiente ***k*** da função $f(x) = k \cdot a^x$.
- ***A inclinação da curva:*** Quando k > 0, a função é crescente para a > 1 e decrescente para 0 < a < 1.

- Quando k < 0, a curva é refletida em relação a sua assíntota horizontal. Assim, com k < 0 e a > 1 há uma curva decrescente e com k < 0 e 0 < a < 1 há uma curva crescente.

Prezado(a) Professor(a)

Para que os(as) estudantes visualizem essa variação que é cobrada recorrentemente nas avaliações, utilize o simulador, clique no link ou utilize o QR Code para abrir o GeoGebra. Ele permite manipular tanto o valor inicial quanto a base, simulando diversas questões de prova.

clique aqui

APROFUNDANDO O CONCEITO: FUNÇÕES DO TIPO $f(x) = a^x + b$

Além do coeficiente multiplicador, outra variação comum e fundamental para o D074_M ocorre quando somamos ou subtraímos uma constante à potência. Esta função é apresentada sob a forma:

$$f(x) = a^x + b$$

Onde:

- ***a*** é a base (que determina o crescimento da curva).
- ***b*** é uma constante real que representa o deslocamento vertical da função.

O QUE MUDA NA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA?

Ao comparar ***f(x) = aˣ*** com ***f(x) = aˣ + b*** o foco do(a) estudante deve se voltar para a assíntota horizontal e para o novo ponto de interceptação:

- a assíntota horizontal: na função básica, a curva se aproxima do eixo x (y = 0). Na função do tipo $f(x) = a^x + b$ a curva passa a ter como "limite" a reta horizontal y = b. Se b for positivo, a curva é deslocada para cima; se for negativo, a curva é deslocada para baixo.

- o ponto de interceptação no eixo y: o gráfico não cortará mais o eixo no ponto ***(0,1)***. O novo ponto de corte será (0 , 1 + b), pois $f(0) = a^0 + b = 1+b$.

A identificação do valor de b no gráfico (observando para qual valor a curva "estabiliza" horizontalmente) é a estratégia mais eficaz para o(a) estudante diferenciar funções que possuem a mesma base, mas ocupam posições diferentes no plano cartesiano.

Para uma análise rápida, oriente o(a) estudante a observar:

- O "chão" da função: O valor de onde a curva parece partir ou onde ela tende a se estabilizar horizontalmente é o coeficiente b.
- O deslocamento do corte: Se o gráfico corta o eixo y em um valor unitário acima da assíntota (b+1), a estrutura da função segue o modelo $a^x + b$.

Prezado(a) Professor(a)

Para que os(as) estudantes visualizem essa variação que é cobrada recorrentemente nas avaliações, utilize o simulador, clique no link ou utilize o QR Code para abrir o GeoGebra. Ele permite manipular tanto o valor inicial quanto a base, simulando diversas questões de prova.

clique aqui

APROFUNDANDO O CONCEITO: FUNÇÕES DO TIPO $f(x) = a^x + b$

Além do coeficiente multiplicador, outra variação comum e fundamental para o D074_M ocorre quando somamos ou subtraímos uma constante à potência. Esta função é apresentada sob a forma:

$$f(x) = a^x + b$$

Onde:

- ***a*** é a base (que determina o crescimento da curva).
- ***b*** é uma constante real que representa o deslocamento vertical da função.

O QUE MUDA NA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA?

Ao comparar ***f(x) = a***^{x} com ***f(x) = a***^{x} ***+ b*** o foco do(a) estudante deve se voltar para a assíntota horizontal e para o novo ponto de interceptação:

- a assíntota horizontal: na função básica, a curva se aproxima do eixo x (y = 0). Na função do tipo ***f(x) = a***^{x} ***+ b*** a curva passa a ter como "limite" a reta horizontal y = b. Se b for positivo, a curva é deslocada para cima; se for negativo, a curva é deslocada para baixo.

- o ponto de interceptação no eixo y: o gráfico não cortará mais o eixo no ponto ***(0,1)***. O novo ponto de corte será (0 , 1 + b), pois ***f(0) = a***^{0} ***+ b = 1+b.***

A identificação do valor de b no gráfico (observando para qual valor a curva "estabiliza" horizontalmente) é a estratégia mais eficaz para o(a) estudante diferenciar funções que possuem a mesma base, mas ocupam posições diferentes no plano cartesiano.

Para uma análise rápida, oriente o(a) estudante a observar:

- O "chão" da função: O valor de onde a curva parece partir ou onde ela tende a se estabilizar horizontalmente é o coeficiente b.
- O deslocamento do corte: Se o gráfico corta o eixo y em um valor unitário acima da assíntota (b+1), a estrutura da função segue o modelo $a^x + b$.

APROFUNDANDO O CONCEITO: FUNÇÕES DO TIPO $f(x) = a^{(x+c)}$

Outra variação fundamental para a resolução de problemas ocorre quando somamos ou subtraímos uma constante diretamente no expoente da função. Esta função é apresentada sob a forma:

$$f(x) = a^{(x+c)}$$

Onde:

- ***a*** é a base que determina o crescimento ou o decrescimento.
- ***c*** é uma constante real que representa o deslocamento horizontal da função.

O QUE MUDA NA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA?

Ao comparar $f(x) = a^x$ com $f(x) = a^{(x+c)}$, o foco do(a) estudante deve se voltar para o deslocamento da curva ao longo do eixo x:

- Diferente do que ocorre no eixo vertical, aqui a curva se move no sentido contrário ao sinal de ***c***. Se ***c*** for positivo, a curva "anda" para a esquerda (antecipação); se ***c*** for negativo, a curva "anda" para a direita (atraso).

- O gráfico não interceptará mais o eixo y necessariamente no ponto (0, 1). O novo ponto de intersecção será $(0\,,\,a^c)$, pois $f(0) = a^{(0+c)} = a^c$.

- A identificação do valor de ***c*** no gráfico é a estratégia mais eficaz para o(a) estudante compreender fenômenos que não estão sincronizados com o tempo zero do registro, permitindo ajustar a "origem" do evento.

Prezado(a) Professor(a)

Ao abordar o D074_M, o objetivo é consolidar a "identificação visual" através da análise dos parâmetros. O(a) estudante deve ser capaz de reconhecer como as variações em ***b*** e ***c*** deslocam a curva no plano cartesiano, associando a lei de formação ao gráfico correspondente. No QR Code, disponibilizamos a Lição 7 (Gráficos de funções exponenciais), com videoaulas e atividades interativas para facilitar essa percepção geométrica.

clique aqui

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M00126184) Roberta utilizou um aplicativo que gera o gráfico de uma função a partir de sua lei de formação. O primeiro gráfico que ela gerou nesse aplicativo foi o da função que possui a lei de formação apresentada abaixo.

$$\boxed{f\left(x\right) = 2^{x+1}}$$

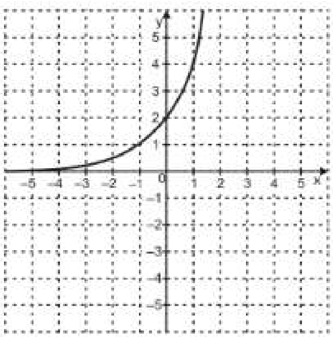
← **Suporte**

Comando

Uma representação desse primeiro gráfico que foi gerado está apresentada em:

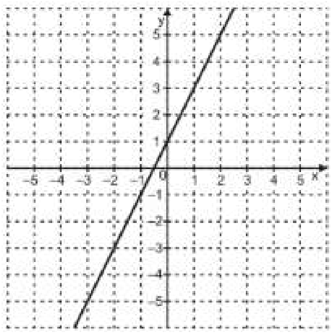
Alternativas

A)



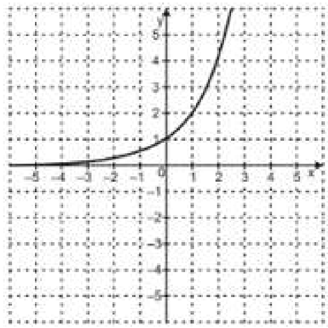
Gabarito

B)



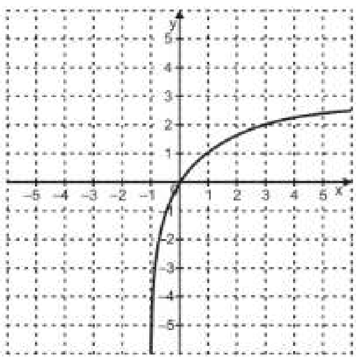
Distrator

C)



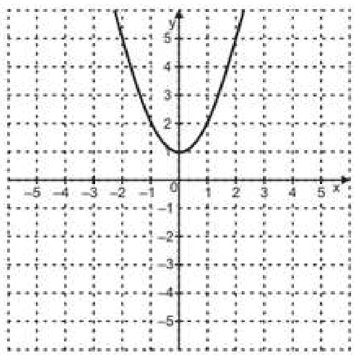
Distrator

D)



Distrator

E)



Distrator

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

- O presente item propõe uma tarefa ancorada ao nível de desempenho avançado, especificamente voltada à habilidade de reconhecer o gráfico de uma função exponencial do tipo $f(x) = a^{x+1}$.

- A tarefa exige que o(a) estudante compreenda como alterações no expoente provocam uma translação horizontal na curva, modificando pontos notáveis, como o intercepto no eixo das ordenadas (***y***).

- Diferente das funções exponenciais elementares do tipo $f(x) = a^x$ que interceptam o eixo y no ponto (0,1), a função apresentada demanda a interpretação do impacto do parâmetro ***+1*** no expoente como um deslocamento da estrutura funcional.

- Dessa forma, espera-se que o(a) estudante realize uma análise de translação horizontal:

1. Ao observar que o gráfico intercepta o eixo vertical em y = 2, identifica-se que a curva sofreu um deslocamento para a esquerda em relação à função $f(x) = 2^x$. Na lei de formação $f(x) = 2^{x+1}$, o parâmetro ***+1*** estabelece que o valor de saída y=2 (que originalmente ocorreria na abscissa x=1) agora corresponde à abscissa x = 0.

2. Essa translação é confirmada pela análise do intercepto: $f(0) = 2^{0+1} = 2^1 = 2$. O(A) estudante reconhece a lei de formação por meio da leitura da relação entre o parâmetro do expoente e o comportamento da curva no plano cartesiano.

- Os distratores representam níveis de compreensão incompletos ou confusões entre modelos:

1. O ***Distrator B*** apresenta uma função afim (linear). O(A) estudante que o marca não diferencia a natureza do crescimento (reta vs. curva).
2. O ***Distrator C*** apresenta a função $f(x) = 2^x$. Aqui, o(a) estudante reconhece a base 2, mas ignora o deslocamento causado pelo "+1" no expoente, esperando que a função corte o eixo y em (0,1).
3. O ***Distrator D*** representa um erro de identificação de modelo, possivelmente confundindo a exponencial com uma função logarítmica devido à curvatura.
4. O ***Distrator E*** representa um erro de identificação de modelo, possivelmente confundindo a exponencial com uma função quadrática.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- ***Retomar o conceito de Intercepto:*** Demonstrar que o ponto (0,y) é sempre determinado pelo cálculo da lei de formação para x=0, quebrando a regra decorada de que "toda exponencial corta no 1";

- ***Uso de Tecnologias Dinâmicas:*** Utilizar o GeoGebra para sobrepor as funções $f(x) = 2^x, f(x) = 2^{x+1}$ permitindo que o(a) estudante visualize o deslocamento da curva para a esquerda e a mudança resultante no eixo y;

- ***Trabalhar a Diferenciação de Modelos***: Propor exercícios que comparem tabelas de valores de funções lineares e exponenciais que compartilham os mesmos dois pontos iniciais, evidenciando o crescimento acelerado da exponencial.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Determine a lei de formação da função exponencial do tipo $f(x) = k \cdot a^x$ que intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0, 5) e passa pelo ponto (1, 10).

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

Nesta atividade espera-se que o(a) estudante idenfique os parâmetros ***k*** e ***a***.

- O(A) estudante deve identificar que o ponto (0,5) é o intercepto no eixo y.
  Logo:

$$f(0) = k \cdot a^0 = 5$$
$$k \cdot 1 = 5$$
$$k = 5$$

- Substituindo o segundo ponto (1, 10) na função :

$$f(1) = k \cdot a^1 = 10$$
$$k \cdot a = 10$$
$$5.a = 10$$
$$a = \frac{10}{5} = 2$$

- Substituindo os valores encontrados para *a* = 2 e k = 5, temos lei de formação da função: $f(x) = 5 \cdot 2^x$

Professor(a), para mediar essa questão em sala de aula, é importante destacar os seguintes pontos:

- O ponto (0,5) é a "chave" para iniciar a montagem da lei de formação. Oriente o(a) estudante a perceber que, na estrutura $f(x) = k \cdot a^x$, quando x = 0, o valor de y corresponde exatamente ao coeficiente k, pois qualquer base (diferente de zero) elevada a zero é igual a 1.
- Ao comparar o ponto (0,5) com o ponto (1,10), o(a) estudante deve observar o comportamento da função. Note que, ao avançar uma unidade no eixo x, o valor de y dobrou.
- É comum que estudantes de nível intermediário confundam a exponencial com uma função afim (f(x) = 5x + 5), alegando que "aumentou 5".

ATIVIDADE 2

Seja a função exponencial definida no conjunto dos números reais $f(x) = 2 \cdot 3^x$. Esboçe o gráfico desta função.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Passo 1: Construção da Tabela de Pontos
Vamos atribuir valores para x para encontrar os pontos correspondentes no eixo y (vertical):

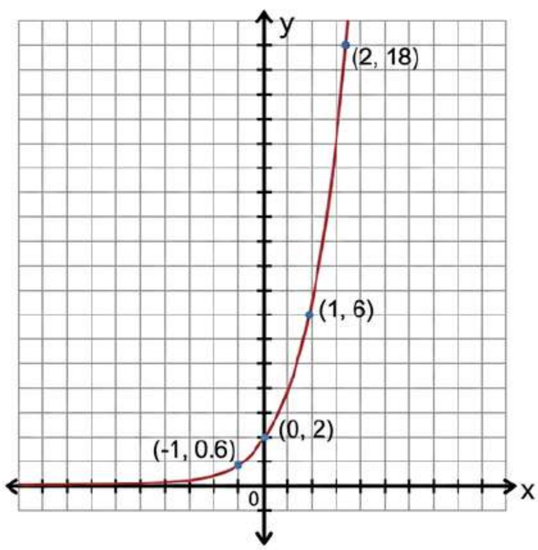
x	Cálculo	y	Par Ordenado (x,y)
-1	$2 \cdot 3^{-1} = 2 \cdot \frac{1}{3}$	$\approx 0,66$	(-1; 0,6)
0	$2 \cdot 3^0 = 2 \cdot 1$	2	(0,2)
1	$2 \cdot 3^1 = 2 \cdot 3$	6	(1,6)
2	$2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9$	18	(2,18)

Passo 2: Analisar o Comportamento da Curva
Antes de desenhar, observamos dois detalhes fundamentais:

1. Como a base (a = 3) é maior que 1, a função é crescente. Note que quando x aumenta apenas uma unidade (de 0 para 1), o valor de y triplica (de 2 para 6).
2. À medida que x assume valores negativos muito distantes do zero (como -10, -100), o resultado do cálculo se aproxima de zero, mas nunca toca o eixo x.

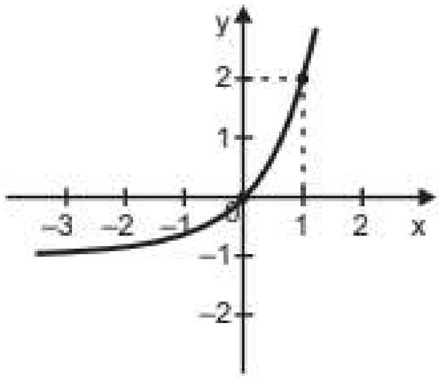
Passo : Desenhar o Esboço
Agora, unimos os pontos no plano cartesiano com uma linha curva e contínua:

- Começamos a linha rente ao eixo x no lado esquerdo.
- Passamos pelo ponto de interceptação (0, 2).
- Subimos rapidamente em direção ao ponto (1, 6) e subindo para o (2, 18).



ATIVIDADE 3

Observe abaixo o gráfico de uma função do tipo $f(x) = a^x + b$, sendo a e b números reais, com a > 0 e a ≠ 1.



Qual é a lei de formação dessa função?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Para determinar a lei de formação da função $f(x) = a^x + b$, devemos analisar os pontos notáveis fornecidos pelo gráfico: o intercepto no eixo y e um ponto auxiliar.

- O gráfico intercepta o eixo das ordenadas (y) na origem (0, 0). Substituímos x = 0 e f(x) = 0 na lei de formação:

$$\begin{aligned} f(x) &= a^x + b \\ f(0) &= a^0 + b \\ f(0) &= 1 + b \\ 0 &= 1 + b \\ 0 - 1 &= b \\ -1 &= b \\ b &= -1 \end{aligned}$$

- O gráfico fornece um segundo ponto: (1,2). Substituímos o ponto e o valor de b encontrado, na fórmula:

$$\begin{aligned} f(x) &= a^x + b \\ f(1) &= a^1 - 1 \\ f(1) &= a - 1 \\ 2 &= a - 1 \\ 2 + 1 &= a \\ 3 &= a \\ a &= 3 \end{aligned}$$

- Substituindo os valores encontrados para a e b, temos: $f(x) = 3^x - 1$

Professor(a), ao mediar esta atividade, foque nos seguintes pontos de atenção para o nível avançado:
Este é o momento ideal para introduzir o conceito de que o parâmetro isolado ***(b)*** define a assíntota horizontal. Desenhe no mesmo plano cartesiano a função $f(x) = 3^x$ e $f(x) = 3^x - 1$. Mostre, ponto a ponto, que houve um deslocamento de uma unidade para baixo quando comparamos a primeira com segunda. Por fim, sistematize com os(as) estudantes que esse deslocamento vertical se deve ao valor de b.

ATIVIDADE 4

Considere o gráfico de uma função que passa pelos pontos (-1, 1), (0, 2) e (1, 3). Verifique se a lei de formação $f(x) = 2^{x+1}$ descreve corretamente esses pontos. Mostre os cálculos.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

- Verificação de lei de formação com deslocamento horizontal.
- O(A) estudante deve substituir cada x dos pontos dados na lei $f(x) = 2^{x+1}$ e conferir se resulta no y correspondente.

$$x = -1 \implies f(-1) = 2^{-1+1} = 2^0 = 1 \quad \text{(confere)}$$

$$x = 0 \implies f(0) = x = 0 \implies 2^{0+1} = 2^1 = 2 \quad \text{(confere)}$$

$$x = 1 \implies f(1) = 2^{1+1} = 2^2 = 4 \quad \text{(não confere)}$$

O pontos (-1,1) e (0,2) pertencem ao gráfico da função $f(x) = 2^{x+1}$, já o ponto (1,3) não pertence ao gráfico da função. Portanto, a função não descreve corretamente esses pontos.

Professor(a), ao mediar esta atividade, foque nos seguintes pontos de atenção para o nível avançado:

- Essa atividade exige que o(a) estudante saia do campo da "suposição" e utilize o rigor matemático para verificar uma lei de formação. O foco deve ser o entendimento de que um ponto (x, y) pertence a uma função se, e somente se, ao substituir o valor de x, o resultado for exatamente o valor de y.

- Destaque como o termo +1 no expoente altera os resultados tradicionais da potência de base 2. É uma excelente oportunidade para revisar propriedades de potências, especialmente quando o expoente se torna zero ou positivo.

- Muitos estudantes esperam que toda função exponencial de base 2 passe pelo ponto (0, 1). Ao verificar que nesta função o ponto é (0, 2), o(a) estudante percebe visualmente o efeito do deslocamento.

ATIVIDADE 5

Observe as leis de formação abaixo e associe-as ao comportamento esperado do gráfico:

(I) $f(x) = 4 \cdot 0,2^x$

(II) $g(x) = 0,5 \cdot 4^x$

(III) $h(x) = 2 \cdot 1,5^x$

(   ) Corta o eixo y em 0,5 e é crescente.

(   ) Corta o eixo y em 4 e é decrescente.

(   ) Corta o eixo y em 2 e é crescente.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Para resolver essa associação, o(a) estudante deve analisar os dois parâmetros fundamentais da função exponencial na forma $f(x) = k \cdot a^x$: o coeficiente k (que indica onde a função corta o eixo y) e a base a (que determina se a função é crescente ou decrescente).

(II) $g(x) = 0,5 \cdot 4^x$ — O coeficiente k = 0,5 indica o corte no eixo y. Como a base a = 4 é maior que 1, a função é crescente.

(I) $f(x) = 4 \cdot 0,2^x$ — O coeficiente k = 4 indica o corte no eixo y. Como a base a = 0,2 está entre 0 e 1, a função é decrescente.

(III) $h(x) = 2 \cdot 1,5^x$ — O coeficiente k = 2 indica o corte no eixo y. Como a base a = 1,5 é maior que 1, a função é crescente.

Sequência correta:
(II) Corta o eixo y em 0,5 e é crescente.
(I) Corta o eixo y em 4 e é decrescente.
(III) Corta o eixo y em 2 e é crescente.

Professor(a), ao mediar esta atividade, foque nos seguintes pontos de atenção para o nível avançado:

- Neste nível, o objetivo é que o(a) estudante não precise construir tabelas de pontos para identificar o comportamento do gráfico. Ele deve ser capaz de "ler" a lei de formação.

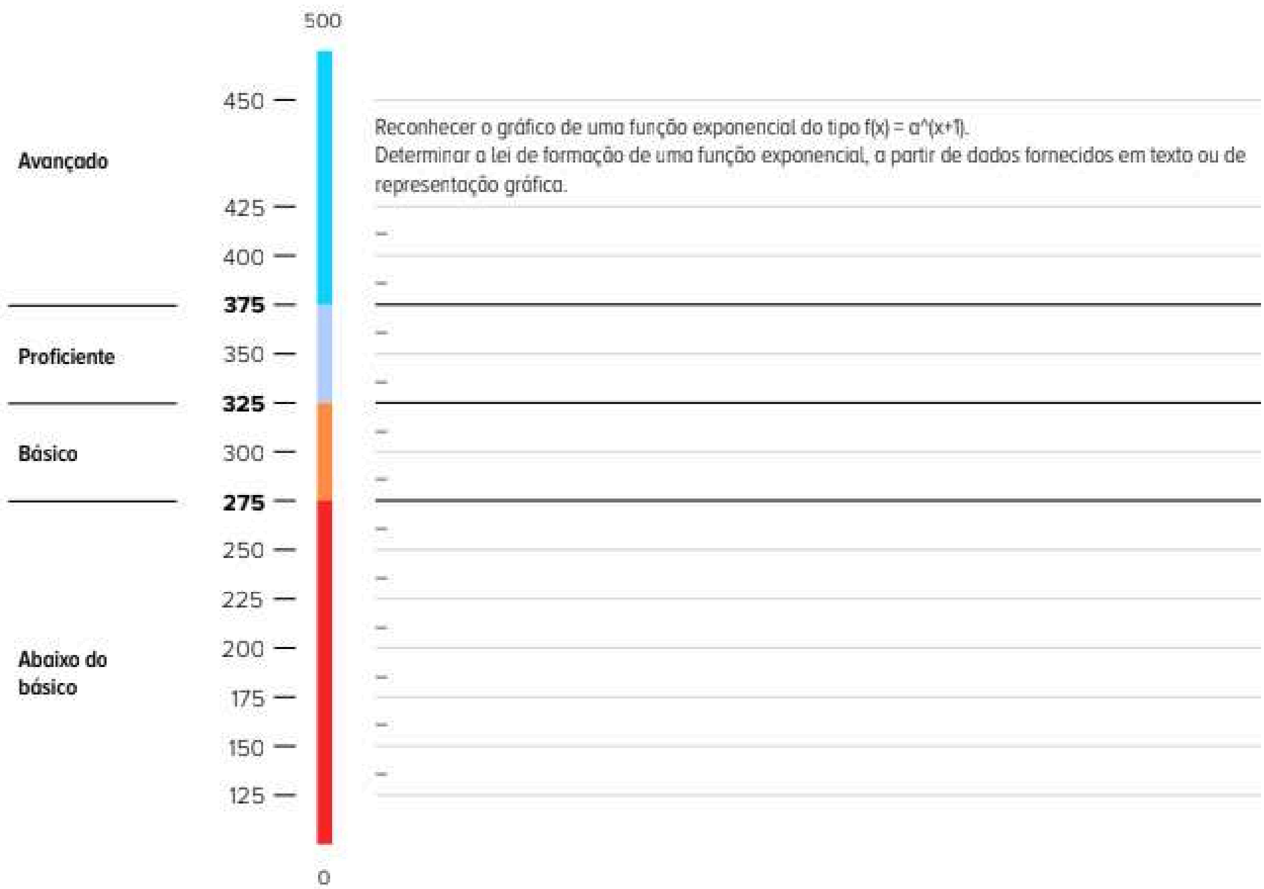
- Muitos(as) estudantes se confundem com bases decimais como 1,5 e 0,2.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

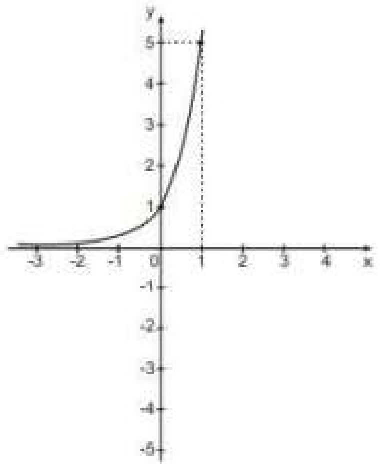
D074_M *Corresponder as representações algébrica e gráfica de uma função exponencial.*



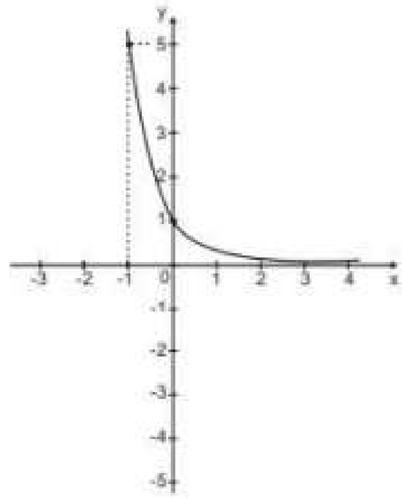
ITEM 1 - AVANÇADO

(PAEBES 2023.35) O gráfico que melhor representa a função $f\left(x\right)=\left(\frac{1}{5}\right)^{x}$ definida $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, é :

A)

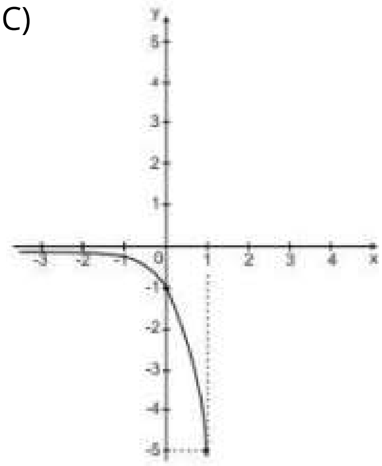


B)

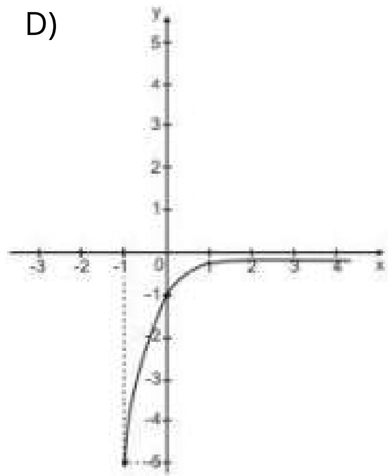


Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar a lei de formação de uma função exponencial, a partir da sua representação gráfica".

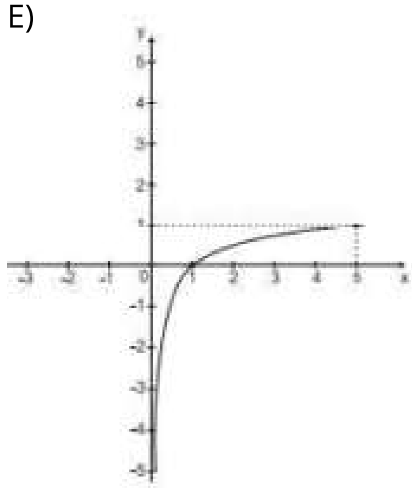
C)



D)



E)

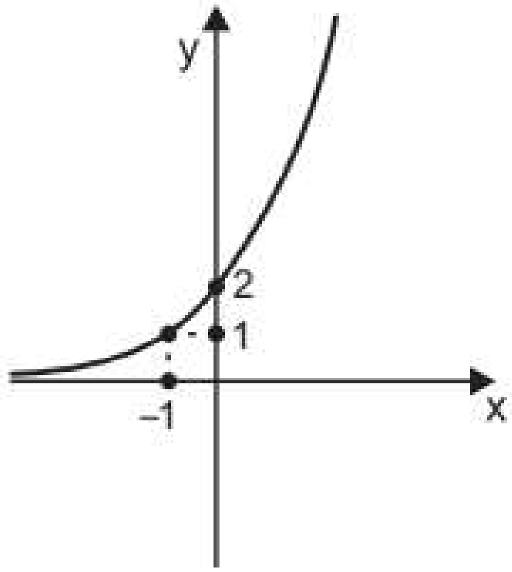


Gabarito: B

ITEM 2 - AVANÇADO

(M00075323) Observe o gráfico de uma função exponencial f do tipo $f\left(x\right)=a^{x+b}$ em que ***a*** é um número real positivo diferente de 1.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de reconhecer o gráfico de uma função do tipo: $f\left(x\right)=a^{x+1}$



A lei de formação dessa função é dada por:

A) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$.

B) $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$.

C) $f(x) = 2^{x}$.

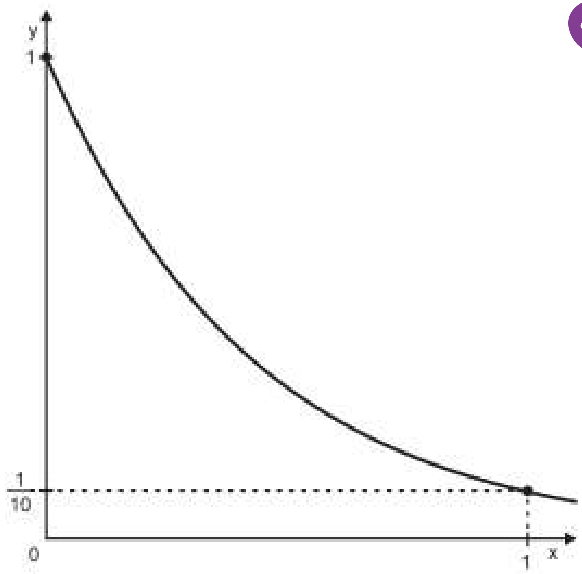
D) $f(x) = 2^{x-1}$.

E) $f(x) = 2^{x+1}$.

Gabarito: E

ITEM 3 - AVANÇADO

(M00139332) No estudo das chamadas curvas de aprendizagem, os pesquisadores utilizam modelos exponenciais crescentes e decrescentes. Luana é uma dessas pesquisadoras e, em determinado estudo, utilizou uma função $f : [0, +\infty) \to \mathbb{R}_+^*$, do tipo $f(x) = r^x$ em que r é um número real maior que zero. Observe,na figura abaixo, o gráfico dessa função utilizada por Luana.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar a lei de formação de uma função exponencial a partir da sua representação gráfica".

Qual é a representação algébrica dessa função?

A) $f(x) = 10^{-(x+1)}$.

B) $f(x) = 10^{(x+1)}$.

C) $f(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^{1-x}$.

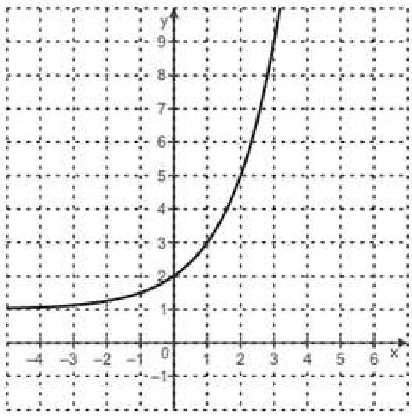
D) $f(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^{-x}$.

E) $f(x) = \left(\frac{1}{10}\right)^{x}$.

Gabarito: E

ITEM 4 - AVANÇADO

(M019753) Observe abaixo o gráfico de uma função exponencial f: IR → IR.



Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar a lei de formação de uma função exponencial a partir da sua representação gráfica".

Observe agora as leis de formação apresentadas no quadro.

$f(x) = 2^x + 2$	$f(x) = 2^x - 1$	$f(x) = 2^{x+1}$	$f(x) = 2^x$	$f(x) = 2^x + 1$
I	II	III	IV	V

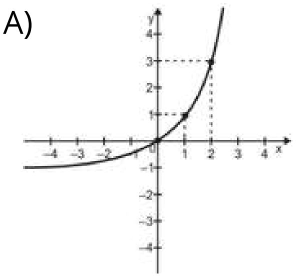
O gráfico dado representa a função definida por qual dessas leis de formação?

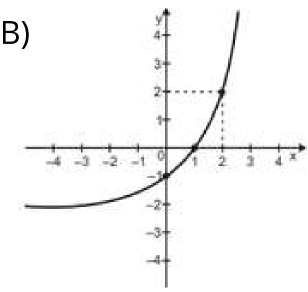
A) I.
B) II.
C) III.
D) IV.
E) V.

Gabarito: E

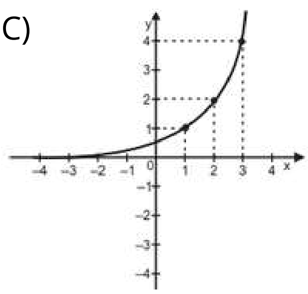
ITEM 5 - AVANÇADO

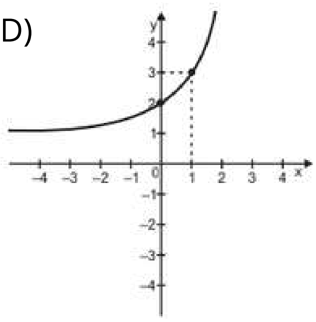
(M013734) Considere a função f: IR → IR dada por $f(x) = 2^x - 1$.
Qual é a representação gráfica dessa função f no plano cartesiano?

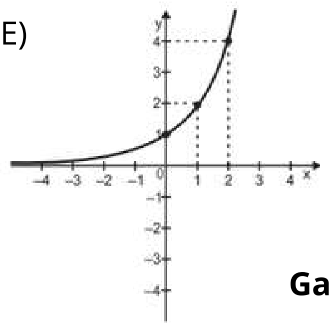
A) 

B) 

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar a lei de formação de uma função exponencial a partir da sua representação gráfica".

C) 

D) 

E) 

Gabarito: A

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo "Função Exponencial e propriedades" traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta **clicar aqui** ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

A unidade 3 traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta **clicar aqui** ou via QR-Code (ao lado).

Referências

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 31 mar. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Enem: Provas e Gabaritos. Brasília, DF: Inep, [2024]. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 31 março 2026.

KHAN ACADEMY. Função exponencial. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra2/x1d9e5bc8bded7b21:funcao-exponencial. Acesso em: 02 de abril 2026.

KHAN ACADEMY. Transformando gráficos exponenciais. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/algebra2/x2ec2f6f830c9fb89:transformations/x2ec2f6f830c9fb89:exp-graphs/v/transforming-exponential-graphs. Acesso em: 02 abril 2024.

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP. Módulo: Função Exponencial. Rio de Janeiro: IMPA, [2024]. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=94. Acesso em: 2 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D088_M *Utilizar função exponencial na resolução de problemas.*

FUNÇÃO EXPONENCIAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O descritor D088_M avalia a capacidade dos(as) estudantes de utilizar a função exponencial como uma ferramenta para resolver problemas em contextos diversos.

De maneira geral, as tarefas desse descritor envolvem a determinação de valor da variável dependente, dado um valor da variável independente e vice-versa. Para tanto, **o item apresenta a lei de formação da função exponencial** em situação contextualizada e pede que o estudante calcule a imagem, dado um elemento do domínio e vice-versa.

Nesse sentido, o(a) estudante precisa dos seguintes pré-requisitos:

- Efetuar cálculos envolvendo potências;
- Entender os conceitos de função (domínio, imagem, lei de formação);
- Conhecer a função exponencial.

Como os problemas tratam de conceitos diversos, eles apresentam tanto a função exponencial elementar $f(x) = a^x$ quanto funções do tipo exponencial que recebem parâmetros para representar da melhor forma a situação abordada.

A seguir apresentaremos, como exemplo, um problema cujas tarefas propostas estão alinhadas com o descritor D088_M.

(M100036B1 - adaptado) A população de uma cidade é prevista segundo a expressão $P = 20\,000(1,2)^{\frac{t}{10}}$, em que t é o número de anos decorridos a partir do ano 2000.

a) Qual é a população prevista nessa cidade para o ano de 2010?

b) Em que ano a população prevista será de 28 800 pessoas?

O problema apresenta uma lei de formação que determina a população prevista P em função do tempo t que é o número de anos decorridos a partir do ano 2000. Ou seja, a população prevista depende do tempo. É importante que isso fique claro para os(as) estudantes.

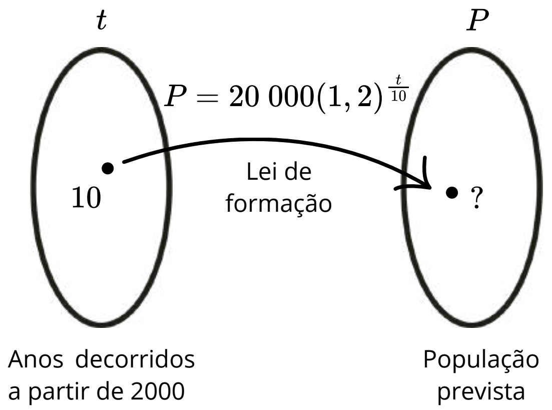
Outro aspecto importante é que o domínio da função (tempo) é constituído por **valores de t que representam anos decorridos a partir do ano 2000**. Dessa forma, ao calcular a população prevista por meio da lei de formação dada, o(a) estudante não deve simplesmente substituir t pelo ano em análise. Ele(a) precisa inserir no modelo a quantidade de anos transcorridos em relação ao ano 2000.

Como a alternativa “a” pergunta a população prevista para o ano 2010, o(a) estudante deve concluir que o valor correto de t para inserir na lei de formação é 10. De maneira geral, ele(a) deve calcular a diferença entre o ano em análise e o ano 2000.

$$2010 - 2000 = 10$$

Ano em análise — **Tempo decorrido desde o ano 2000**

A seguir está uma representação visual do problema, especificamente do comando da alternativa a.



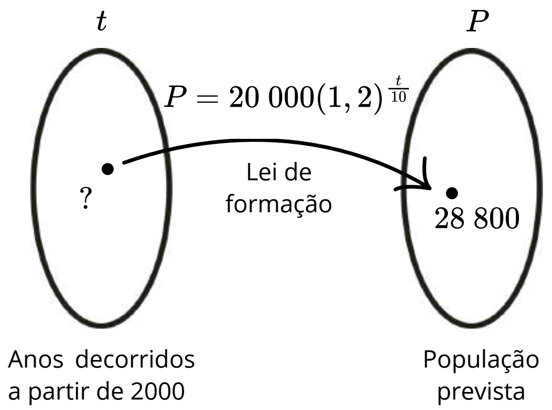
Para obter a popução prevista para o ano de 2010, o(a) estudante deve substituir t por 10 na lei de formação. Ou seja, calcular $P(10)$.

Neste momento, o(a) estudante deve realizar uma sequência de cálculos (divisão, potenciação e multiplicação). Caso perceba que os(as) estudantes estão com dificuldade, realize uma revisão de cálculos envolvendo essas operações, explicitando a ordem em que devem ser realizadas.

$$P = 20\,000(1,2)^{\frac{t}{10}}$$
$$P(10) = 20\,000(1,2)^{\frac{10}{10}}$$
$$P(10) = 20\,000(1,2)^{1}$$
$$P(10) = 20\,000 \cdot 1,2$$
$$P(10) = 24\,000$$

A população prevista para a cidade em 2010 é de 24 000 pessoas.

A alternativa “b” pede o ano em que a população prevista será de 28 800 pessoas. Nesse caso, o problema apresenta uma imagem da função e pede que seja encontrado o elemento do domínio correspondente. O(A) estudante pode determinar esse elemento do domínio (t) substituindo a imagem (população prevista) na lei de formação fornecida pelo problema. A seguir está uma representação visual do comando da alternativa “b”:



Para obter t correspondente, o(a) estudante deve substituir P por 28 800 na lei de formação da função exponencial.

$$P = 20\ 000(1,2)^{\frac{t}{10}}$$

$$28\ 800 = 20\ 000 \cdot (1,2)^{\frac{t}{10}}$$

$$\frac{28\ 800}{20\ 000} = \frac{20\ 000(1,2)^{\frac{t}{10}}}{20\ 000}$$

Equação exponencial

$$1,44 = (1,2)^{\frac{t}{10}}$$

$$(1,2)^2 = (1,2)^{\frac{t}{10}}$$

$$2 = \frac{t}{10}$$

$$10 \cdot 2 = \frac{t}{10} \cdot 10$$

$$20 = t$$

Para resolver essa equação exponencial, o(a) estudante pode escrever os dois membros da igualdade como potências de mesma base. Se duas potências de mesma base são iguais, seus expoentes necessariamente são iguais.

Caso os(as) estudantes estejam com dificuldades em equações exponenciais, utilize como apoio o material disponível no link ou por meio da leitura do QR Code.

Lembre que o valor de t é a quantidade de anos decorridos a partir do ano 2000. Ou seja, a população prevista de 28 800 pessoas ocorre 20 anos decorridos a partir do ano 2000. Assim:

$$2000 + 20 = 2020$$

A população prevista será de 28 800 pessoas no ano de 2020.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(M00075325) Uma música foi lançada em uma plataforma digital. Em um período de 30 dias, a quantidade Q(x) de vezes que a música foi reproduzida pode ser calculada em função da quantidade x de dias após o seu lançamento, utilizando a lei de formação:

$$\boxed{Q(x) = 5 \cdot 2^{x-1}}$$

Suporte

Comando

Qual foi a quantidade de vezes que essa música foi reproduzida nessa plataforma 7 dias após o seu lançamento?

Alternativas

A) 60.
B) 64.
C) 70.
D) 320
E) 640.

Distratores

Gabarito

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.
- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.
- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.
- **Gabarito:** alternativa correta.
- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

1. NÍVEL DE DESEMPENHO E TAREFA PREVISTA

O presente item propõe uma tarefa ancorada no nível de desempenho Avançado. O item exige a resolução de um problema do cotidiano onde a lei de formação não é elementar $f(x) = a^x$, mas apresenta parâmetros adicionais $f(x) = k \cdot a^{(x+c)}$.

2. O QUE SE ESPERA DO ESTUDANTE

Espera-se que o(a) estudante compreenda que a lei de formação $Q(x) = 5 \cdot 2^{x-1}$ modela um fenômeno de crescimento exponencial onde a contagem é ajustada ao dia do lançamento.

A tarefa avaliada demanda que o(a) estudante:

1. Substitua corretamente a variável independente x pelo valor 7.
2. Respeite a hierarquia das operações, resolvendo primeiro a subtração no expoente, seguida da potenciação e, por último, a multiplicação pelo coeficiente 5.

3. ANÁLISE DO GABARITO E DISTRATORES

Dessa forma, é esperado que o(a) estudante utilize a estratégia de cálculo direto:

- ***Distrator A (60):*** Este distrator sinaliza um erro de interpretação da operação no expoente ou de hierarquia. O estudante trata a função exponencial como se fosse uma função linear, multiplicando a base pelo expoente em vez de potenciar.

- ***Distrator B (64):*** O estudante calcula corretamente a potência 2^6 , mas esquece de multiplicar pelo coeficiente inicial 5.

- ***Distrator C (70)***: O(A) estudante comete um erro de hierarquia ou linearização, multiplicando a base pelo expoente (2 · 7) e depois multiplicando por 5 (14 · 5 = 70).

- ***Gabarito (Alternativa D - 320)***: O(A) estudante realiza a substituição e o cálculo correto: $Q(7) = 5 \cdot 2^{7-1} \rightarrow 5 \cdot 2^6 \rightarrow 5 \cdot 64 = 320.$

- ***Distrator E (640):*** O(A) estudante ignora o ajuste "-1" no expoente e calcula $5 \cdot 2^7$ Isso indica que ele domina a substituição, mas falha na interpretação da lei de formação completa.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

Uma reserva ambiental registrou que a população de uma espécie de aves triplica a cada ano. Se inicialmente havia 40 aves na reserva, a função que descreve o crescimento é $P(t) = 40 \cdot 3^t$, onde t é o tempo em anos. Determine a quantidade de aves após 4 anos.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

Nessa atividade, espera-se que o(a) estudante determine o valor da variável dependente (população de aves) quando o tempo é de 4 anos. Para tanto, o(a) estudante deve fazer:

1. Substituição: $P(4) = 40 \cdot 3^4$
2. Potenciação: $3^4 = 81$
3. Multiplicação: $40 \cdot 81 = 3240$

Resposta: 3 240 aves.

Professor(a), para mediar essa questão em sala de aula, é importante destacar os seguintes pontos:

- Reforce a diferença entre $\boldsymbol{3^4}$ $(3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$ e $\boldsymbol{3 \cdot 4}$. O erro de multiplicação da base pelo expoente é o mais comum neste nível.

- Explore o conceito de "fator de crescimento": por que a base é 3? (Porque o problema diz "triplica").

ATIVIDADE 2

Um investimento financeiro de R$ 1.000,00 rende juros compostos a uma taxa de 10% ao ano. A lei de formação que permite calcular o montante após t anos está representada abaixo.

$$M(t) = 1000 \cdot (1,1)^t$$

Calcule o valor acumulado após 2 anos de investimento.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Nessa atividade, espera-se que o(a) estudante determine o valor da variável dependente (montante) para o tempo de 2 anos de investimento. O(A) estudante deve fazer:

1. Substituição: M(2) = 1.000 · $(1,1)^2$
2. Potenciação: 1,1 · 1,1 = 1,21
3. Multiplicação: 1.000 · 1,21 = 1210

Resposta: R$ 1210,00.

Professor(a), para mediar essa questão em sala de aula, é importante destacar os seguintes pontos:

- Este item trabalha a base decimal (1,1). Mostre que o "1" representa o capital total (100%) e o ",1" representa o aumento (10%).

- Questione: "Se a taxa fosse de 5%, qual seria a base da função?". Ajude-os(as) a chegar no valor 1,05.

ATIVIDADE 3

O número de pessoas infectadas por um vírus em uma comunidade, x dias após a identificação do "paciente zero", é dado por $f(x) = 2^{(x+3)}$. Quantas pessoas estavam infectadas no dia em que o estudo começou (x = 0)?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Nessa atividade, espera-se que o(a) estudante determine o valor da variável dependente (número de pessoas infectadas) no dia em que o estudo iniciou, indicado por x = 0. O(A) estudante deve fazer:

1. Substituição: f(0) = 2^{0+3}
2. Operação no expoente: f(0) = 2^3
3. Potenciação: 2 · 2 · 2 = 8

Resposta: 8 pessoas.

Professor(a), para mediar essa questão em sala de aula, é importante destacar os seguintes pontos:

- Destaque que o início do estudo (identificação do primeiro paciente infectado) é representado por x = 0.
- O foco aqui é o parâmetro +3 no expoente. Ele indica que o contágio já havia começado antes do registro oficial.

ATIVIDADE 4

O ibuprofeno é um medicamento frequentemente prescrito para aliviar dor e febre, com uma meia-vida de aproximadamente 2 horas. Isso significa que, após a ingestão de uma dose inicial N_0 de ibuprofeno, apenas 50% da medicação permanecerá na corrente sanguínea do paciente após um período de 2 horas.

A expressão matemática $Q(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2}}$, descreve corretamente o decaimento exponencial da quantidade $Q(t)$ de medicamento na corrente sanguínea do paciente, em função do tempo *t* em horas, após a ingestão de um comprimido de ibuprofeno.

Carlos tomou um comprimido de ibuprofeno de 800 mg às 15 horas. Qual será a quantidade $Q(t)$ em mg, do medicamento ibuprofeno na corrente sanguínea de Carlos às 21 horas?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Nessa atividade, espera-se que o(a) estudante determine o valor da variável dependente (quantidade de ibuprofeno na corrente sanguínea após decaimento), dada a dose inicial ingerida e dados os horários de ingestão e verificação. O(A) estudante deve considerar que t é o tempo transcorrido entre a ingestão do medicamento e a verificação. Assim, t = 21 - 15 = 6 horas. Na sequência o(a) estudante realiza os seguintes passos para resolver a questão corretamente:

1. Substituição de N_0 e de t na lei de formação: $Q(6) = 800 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{6}{2}}$
2. Divisão: $6 \div 2 = 3$
3. Potenciação: $\left(\frac{1}{2}\right)^{3} = \frac{1}{8}$
4. Multiplicação: $800 \cdot \frac{1}{8} = 100$

Resposta: 100 mg.

Professor(a), ao mediar esta atividade, foque nos seguintes pontos de atenção:

- Na lei de formação apresentada pelo problema, N_0 é a dose inicial de ibuprofeno ingerida. Sugira que os(as) estudantes tentem resolver problemas parecidos com quantidades iniciais diferentes, tais como 400 mg e 600 mg;

- O tempo t que é substituído no modelo apresentado no problema é o período transcorrido entre a ingestão e a verificação da quantidade do medicamento na corrente sanguínea.

- Caso seja necessário, revise o cálculo de potências de base fracionária.

ATIVIDADE 5

Uma cultura de bactérias dobra sua população a cada hora seguindo a lei $B(t) = 50 \cdot 2^t$. Em quanto tempo essa cultura atingirá a marca de 800 bactérias?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Nessa atividade, espera-se que o(a) estudante determine o valor da variável independente da função exponencial (tempo) para que a população seja de 800 bactérias. O(A) estudante deve fazer:

1. Montagem da equação, substituindo corretamente a população:
   $800 = 50 \cdot 2^t$
2. Isolamento da potência:

$$2^t = \frac{800}{50}$$
$$2^t = 16$$

3. Igualdade de bases:

$$2^t = 16$$
$$2^t = 2^4$$
$$t = 4$$

Resposta: 4 horas.

Professor(a), ao mediar esta atividade, foque nos seguintes pontos de atenção para o nível avançado:

- Aqui o(a) estudante precisa encontrar a variável independente (t).

- Ensine a técnica de "cancelamento de zeros" na divisão 800/50 e a fatoração do número 16 para encontrar a base 2.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D088_M *Utilizar função exponencial na resolução de problemas.*

ITEM 1 - PROFICIENTE

(M00075326) Peixes de uma mesma espécie foram colocados em um tanque para um estudo que durou quatro meses. Nesse estudo, a quantidade p(x) de peixes pôde ser determinada pela lei de formação $p(x) = 20 + 5 \cdot 2^{(x+1)}$, em que x representa a quantidade de meses após o início do estudo, com $0 \leq x \leq 4$.

De acordo com essa função, quantos peixes havia nesse tanque no início do estudo?

A) 20.

B) 22.

C) 25.

D) 30.

E) 40.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente inteiro dado."

Gabarito: D

ITEM 2 - PROFICIENTE

(M00074736) A meia vida de eliminação de um medicamento é o tempo decorrido para que a concentração desse medicamento no corpo se reduza pela metade. A quantidade de certo medicamento no corpo de um paciente, cuja meia vida de eliminação é 5 horas, pode ser determinada pela função $f(x) = Q_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{5}}$ em que Q_0 é a quantidade de medicamento administrada e x é o tempo decorrido desde a sua administração. Um paciente iniciou seu tratamento ingerindo 800 mg desse medicamento às 10h da manhã e não ingeriu nenhuma outra dose até às 20h.

Nessas condições, qual era a concentração de medicamento no corpo do paciente às 20h?

A) 0,25 mg.

B) 0,78 mg.

C) 50,00 mg.

D) 200,00 mg.

E) 400,00 mg.

Gabarito: D

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de “determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente fracionário dado.”

ITEM 3 - AVANÇADO

(M00074761) Em uma determinada cidade, foi feito um estudo para estimar o número de pessoas que a cidade terá em 2025. Para isso, o modelo usado no cálculo usa dados do ano de 2022, em que a população era de 12 000 habitantes. Esse modelo é dado pela lei de formação $P(t) = 12000 \cdot (1,02)^t$ em que t é a quantidade de anos que se passaram a partir de 2022.

De acordo com esse modelo, estima-se que a população dessa cidade em 2025 será aproximadamente de:

A) 12 240.

B) 12 485.

C) 12 734.

D) 36 720.

E) 48 240.

Gabarito: C

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de Resolver problemas para obter valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial do, com base não inteira.

ITEM 4 - PROFICIENTE

(M00075324) Uma empresa completou 5 anos de funcionamento. Desde que essa empresa iniciou suas atividades, a quantidade de pessoas que se autodeclaram pretas ou pardas e ocupam cargos de gerentes aumentou de acordo com a função $f(x) = 4 \cdot 2^x$ em que f(x) representa o número de pessoas que se autodeclararam pretas ou pardas, e x representa o tempo, em anos, de funcionamento dessa empresa. Quando a empresa completou 5 anos de funcionamento, quantas pessoas que se autodeclararam pretas ou pardas estavam ocupando cargos de gerentes?

A) 4.

B) 8.

C) 40.

D) 128.

E) 640.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente inteiro dado."

Gabarito: D

ITEM 5 - PROFICIENTE

(M00075325) Helena é bióloga e, há algum tempo, está estudando o ciclo reprodutivo de certo organismo microscópico. Durante esse estudo, ela observou que a função $R(t) = 200 \cdot 4^{0,5-t}$ descreve a quantidade R(t) de indivíduos em uma amostra, decorridos t dias desde o início da análise. Helena iniciou a análise de uma amostra com 200 desses indivíduos e, após um período de tempo, ela fez uma contagem, identificando que havia 1 600 indivíduos nessa amostra.

Quantos dias se passaram desde o início da análise até a contagem de indivíduos dessa amostra?

A) 2.

B) 3.

C) 4.

D) 6.

E) 8.

Prezado(a) Professor(a), o item busca verificar se o(a) estudante é capaz de "determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente fracionário dado."

Gabarito: B

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando **aqui**.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Portal da Matemática - OBMEP

O módulo "Função Exponencial e propriedades" traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta **clicar aqui** ou via QR-Code (ao lado).

Khan Academy

A unidade 3 traz vídeos e materiais sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Para ter acesso, basta **clicar aqui** ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Enem: Provas e Gabaritos. Brasília, DF: Inep, [2024]. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso em: 31 março 2026.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em Contexto: função exponencial, função logarítmica e sequências. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Estado da Educação. PAEBES 2025: Revista da Escola - Equipe Pedagógica: Matemática. v. 1. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd, 2025. Disponível em: https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/es/colecoes/2025/PAEBES_2025_RE_MT.pdf. Acesso em: 31 mar. 2026.

KHAN ACADEMY. Função exponencial. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/em-mat-algebra2/x1d9e5bc8bded7b21:funcao-exponencial. Acesso em: 02 de abril 2026.

PORTAL DA MATEMÁTICA OBMEP. Módulo: Função Exponencial. Rio de Janeiro: IMPA, [2024]. Disponível em: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=94. Acesso em: 2 abr. 2026.

Detalhando o descritor

D097_M *Utilizar propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas.*

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Definição

Uma **progressão geométrica (PG)** é uma sequência onde cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando o termo anterior por um numero real constante chamado de razão (denotado por ***q***).

Exemplos:

1) A sequência (3, 9, 27, 81, ...) é uma PG de razão $q = 3$. Podemos constatar isso verificando que a multiplicação de cada termo pela razão, é igual ao termo subsequente:

$a_1 = 3$

$a_1 \cdot q = 3 \cdot 3 = 9 = a_2$

$a_2 \cdot q = 9 \cdot 3 = 27 = a_3$

$a_3 \cdot q = 27 \cdot 3 = 81 = a_4$, e assim por diante.

2) A sequência $\left(12, -4, \frac{4}{3}, -\frac{4}{9}, \ldots\right)$ é uma PG de razão $q = -\frac{1}{3}$, pois:

$a_1 \cdot q = 12 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -4 = a_2$

$a_2 \cdot q = -4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3} = a_3$

$a_3 \cdot q = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{9} = a_4$, e assim por diante.

3) A sequência (2, 2, 2, 2, ...) é uma PG de razão *q = 1*, pois:

$a_1 \cdot q = 2 \cdot 1 = 2 = a_2$

$a_2 \cdot q = 2 \cdot 1 = 2 = a_3$, e assim por diante.

Fórmulas da Progressão Geométrica

Razão da PG

Vejamos a progressão geométrica do exemplo 1, dado anteriormente:

(3, 9, 27, 81, ...)

Podemos obter a razão da PG por meio da divisão de a_2 por a_1 :

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{9}{3} = 3$$

Ou obter a razão da PG por meio da divisão de a_3 por a_2 :

$$q = \frac{a_3}{a_2} = \frac{27}{9} = 3$$

Mas também podemos obter o valor da razão pela divisão de a_4 por a_3, e assim obter o mesmo resultado, como demonstrado abaixo:

$$q = \frac{a_4}{a_3} = \frac{81}{27} = 3$$

De forma geral, podemos calcular a razão de qualquer PG ao dividirmos um termo qualquer (a partir do segundo) por outro **imediatamente anterior**, ou seja:

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

Termo geral da PG

Seja uma PG com razão q e primeiro termo a_1. Como se trata de uma PG, por definição, o valor de a_2 é obtido multiplicando a_1 por q, ou seja:

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

O valor de a_3 pode ser obtido de forma análoga:

$$a_3 = a_2 \cdot q$$

Vamos substituir o valor de a_2 por $a_1 \cdot q$ para desenvolvermos um raciocínio:

$$a_3 = a_2 \cdot q = (a_1 \cdot q) \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

Seguindo a mesma lógica, temos para a_4.

$$a_4 = a_3 \cdot q = \left(a_1 \cdot q^2\right) \cdot q = a_1 \cdot q \cdot q \cdot q = a_1 \cdot q^3$$

Continuando apenas associando o termo ao seu resultado final, temos:

$$a_5 = a_1 \cdot q^4$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^5$$

$$\vdots$$

$$a_{20} = a_1 \cdot q^{19}$$

Ou seja, de forma geral, temos a seguinte fórmula para cálculo do **Termo Geral da PG** (considerando $n \geq 1$):

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}$$

Onde:

$a_n \longrightarrow$ **termo geral**

$a_1 \longrightarrow$ **1º termo**

$q \longrightarrow$ **razão**

$n \longrightarrow$ **quantidade de termos da PG**

Exemplos:

1) A sequência (4, 8, 16, 32, 64, ...) é uma PG. Determine o valor da razão.

Resolução:

Vamos utilizar a fórmula da razão. Nesse caso, por exemplo, faremos a divisão entre o 2º termo pelo 1º termo para encontrar o valor de *q*. Logo,

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{4} = 2$$

Portanto, *q* = 2.

2) Dada a PG (-3, 9, -27, ...) de razão *q* = -3, determine o seu 5º termo.

Resolução:

Vamos utilizar a fórmula do termo geral da PG. Foram dados três termos da PG. Precisamos encontrar o 5º termo. Para isso, iremos substituir na fórmula.

$$a_5 = ?$$
$$a_1 = -3$$
$$q = -3$$
$$n = 5$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1}$$
$$a_5 = (-3) \cdot (-3)^{5-1}$$
$$a_5 = (-3) \cdot (-3)^4$$
$$a_5 = (-3) \cdot 81$$
$$a_5 = -243$$

Assim, o 5º termo dessa PG é -243.

Outra resolução:

Como a sequência possui poucos termos, é possível determinar o 5º termo simplesmente listando-os em ordem até alcançá-lo. Para isso, basta multiplicar o termo anterior pela razão, veja abaixo:

$$a_4 = a_3 \cdot q$$
$$a_4 = (-27) \cdot (-3)$$
$$a_4 = 81$$

$$a_5 = a_4 \cdot q$$
$$a_5 = (81) \cdot (-3)$$
$$a_5 = -243$$

Assim, o 5º termo dessa PG é -243.

Prezado(a) Professor(a),

destaque aos(às) estudantes que o uso da fórmula não é o único caminho. Em muitos casos, especialmente quando o número de termos é pequeno, listar os elementos da sequência também é uma estratégia legítima.

Soma dos termos de uma PG

Como vimos anteriormente, a progressão geométrica (PG) é uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando o termo anterior por uma constante chamada de razão (q). Vamos explorar como calcular a soma dos termos de uma PG finita, com exemplos.

Soma dos termos de uma PG finita

A soma dos ***n* primeiros termos** de uma PG finita é dada pela expressão:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, \qquad \text{para } q \neq 1.$$

Onde:

S_n ⟶ **soma dos n termos da PG**

a_1 ⟶ **1º termo**

q ⟶ **razão**

n ⟶ **quantidade de termos da PG**

Exemplo: Em uma progressão geométrica, o primeiro termo é -5 e a razão é -3. Qual é o valor da soma dos oito primeiros termos dessa progressão geométrica?

Resolução:

Vamos utilizar a fórmula dos n primeiros termos de uma PG finita. Temos:

S_8 = ?

a_1 = -5

q = -3

n = 8

$$S_8 = (-5) \cdot \left(\frac{1 - (-3)^8}{1 - (-3)} \right)$$

$$S_8 = (-5) \cdot \left(\frac{1 - 6561}{1 + 3} \right)$$

$$S_8 = (-5) \cdot \left(-\frac{6560}{4} \right)$$

$$S_8 = (-5) \cdot (-1640) = 8200$$

A soma dos oito primeiros termos é 8 200.

Análise Pedagógica de um Item

Enunciado

(AMA 2025) Marcela inaugurou uma loja e fez uma projeção do quanto pretende receber pelas vendas que fará em cada um dos 3 primeiros meses de funcionamento dessa loja. As quantias projetadas por Marcela formaram uma progressão geométrica de razão 1,5, sendo que, no primeiro mês, ela pretende receber R$ 5 250,00.

Qual é a quantia, em real, que Marcela pretende receber em vendas no terceiro mês de funcionamento dessa loja? ← Comando

Alternativas

A) R$ 5 253,00
B) R$ 7 875,00
C) R$ 11 812,50 ← Gabarito
D) R$ 17 718,75
E) R$ 23 625,00

Distratores

- **Enunciado:** apresenta as informações necessárias à resolução do item. Engloba o suporte e o comando.

- **Suporte:** texto, imagem e/ou outros recursos que servem como base para a resolução do item. Nos itens de Língua Portuguesa, é obrigatória a presença de suporte.

- **Comando:** indica, de forma objetiva, a tarefa a ser realizada. Está diretamente relacionado à habilidade que o item deseja avaliar.

- **Gabarito:** alternativa correta.

- **Distratores:** alternativas incorretas, mas plausíveis. Os distratores devem corresponder a raciocínios possíveis.

Fonte: Revista da Escola - Equipe Pedagógica Matemática: PAEBES 2025 (CAEd UFJF)

O presente item propõe uma tarefa ancorada ao nível de desempenho **abaixo do básico**. Mais especificamente, ele busca verificar se o(a) estudante é capaz de ”Determinar um resultado utilizando o conceito de progressão geométrica”.

A tarefa avaliada por esse item demanda que o(a) estudante compreenda o conceito de progressão geométrica e reconheça que os valores projetados para as vendas formam uma sequência em que cada termo é obtido multiplicando o termo anterior por uma razão constante. Dessa forma, espera-se que ele(a) identifique o valor do primeiro termo (R$ 5 250,00) e a razão da progressão (1,5) para determinar o valor correspondente ao terceiro mês. Para isso, o(a) estudante pode multiplicar sucessivamente o valor inicial pela razão.

A alternativa B evidencia um erro recorrente, no qual o estudante calcula corretamente o segundo termo da progressão, mas não avança até o terceiro, sugerindo dificuldade na interpretação da posição do termo solicitado. Já a alternativa D indica que o estudante compreendeu a natureza geométrica da sequência, porém errou ao determinar o expoente, calculando o quarto termo em vez do terceiro, o que revela fragilidade na relação entre a posição do termo e o expoente da razão.

As alternativas A e E apontam para dificuldades mais elementares. Em A, o valor próximo ao termo inicial sugere que o estudante não compreendeu o significado da razão como fator multiplicativo, possivelmente tratando-a como um incremento aditivo ou cometendo erro operacional. Em E, observa-se indício de confusão entre progressão geométrica e outros tipos de crescimento, como o linear (progressão aritmética) ou até uma soma direta de valores, indicando ausência de compreensão do modelo matemático envolvido.

De modo geral, as respostas incorretas permitem identificar diferentes níveis de compreensão dos estudantes, desde dificuldades operacionais básicas até equívocos conceituais mais estruturais sobre sequências e seus padrões de crescimento.

Caso o(a) estudante tenha marcado um distrator, sugerimos como possibilidades de intervenção pedagógica:

- Retomar o conceito de progressão geométrica, destacando que se trata de uma sequência numérica em que cada termo, a aprtir do segundo, é obtido multiplicando o termo anterior por uma razão constante.

- Esclarecer que, em uma progressão geométrica, para determinar termos posteriores é necessário multiplicar sucessivamente pela razão, e não realizar operações como soma ou multiplicação por números aleatórios.

- Trabalhar com situações-problema contextualizadas, como projeções de crescimento de vendas, população ou investimentos, para que o(a) estudante compreenda como identificar o primeiro termo, a razão e a posição do termo desejado na sequência.

- Propor atividades que explorem a construção e a continuidade de sequências geométricas, permitindo que o(a) estudante perceba o padrão de multiplicação constante e desenvolva estratégias para calcular termos específicos da progressão.

Atividades

A seção de atividades apresenta diversas questões relacionadas aos descritores e habilidades estudados, sem limitar-se à estrutura de item utilizada em avaliações externas. Para mais atividades, acesse o **Portal de questões da SEDU**.

Este caderno de atividades está disponível para impressão **neste link** ou pelo QR Code ao lado.

ATIVIDADE 1

A sequência (-2, 4, -8, 16, -32, ...) é uma PG. Determine o 7º termo dessa sequência.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 1

Para resolver essa questão podemos usar a fórmula do termo geral de uma PG ou fazer a multiplicação de cada termo com a razão até obter 7 termos. Podemos obter a razão da PG por meio da divisão de a_2 por a_1 :

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{-2} = -2$$

Logo, a razão é *q = -2.*

Agora, para determinar o 7º termo da sequência temos duas maneiras:

1ª solução: multiplicar cada termo da sequência pelo valor da razão até obtermos 7 termos.

Já temos os 5 primeiros termos, vamos encontrar o sexto e sétimo termos.

$a_6 = a_5 \cdot q = -32 \cdot (-2) = 64$

$a_7 = a_6 \cdot q = 64 \cdot (-2) = -128$

2ª solução: utilizar a fórmula do termo geral da PG.

$$a_7 = a_1 \cdot q^{7-1}$$
$$a_7 = (-2) \cdot (-2)^6$$
$$a_7 = (-2) \cdot 64 = -128$$

Portanto, o 7º termo da sequência é -128.

ATIVIDADE 2

Uma escola realizou uma campanha de arrecadação de livros para montar uma biblioteca comunitária. No primeiro dia da campanha foram arrecadados 2 livros. A cada dia seguinte, a quantidade de livros arrecadados dobrava em relação ao dia anterior. No último dia da campanha foram arrecadados 256 livros.
Sabendo que a quantidade de livros arrecadados por dia forma uma progressão geométrica, determine quantos dias durou a campanha.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 2

Vamos resolver o problema passo a passo. Queremos encontrar o valor de n.
Dados do problema:

$a_1 = 2$
$q = 2$
$a_n = 256$
$n = ?$

A fórmula do termo geral da progressão geométrica é:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$256 = 2 \cdot 2^{n-1}$$

$$\boxed{\frac{256}{2} = \frac{2 \cdot 2^{n-1}}{2}}$$

(Dividimos ambos os lados da igualdade por 2).

$$128 = 2^{n-1}$$

(Reescrevemos o 128 como uma potência de base 2).

$$\boxed{2^7 = 2^{n-1}}$$

$$\boxed{7 = n - 1}$$

(n é um número que, ao subtrairmos 1, resulta em 7).

$$n = 8$$

Logo, a campanha durou 8 dias.

ATIVIDADE 3

Uma empresa de marketing aumenta seu investimento em propaganda a cada trimestre em uma progressão geométrica de razão 3. No primeiro trimestre, o investimento foi de R$ 2000,00. Qual será o investimento total após um ano?

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 3

Para encontrar o valor do investimento total ao final de 1 ano, vamos utilizar a fórmula da soma da PG.

Temos que: 1 ano = 12 meses = 4 trimestres

Dados:
1º trimestre: $a_1 = 2000$
razão: *q = 3*
n = 4

$$S_4 = 2000 \cdot \left(\frac{1-(3)^4}{1-(3)} \right)$$

$$S_4 = 2000 \cdot \left(\frac{1-81}{-2} \right)$$

$$S_4 = 2000 \cdot \left(\frac{-80}{-2} \right)$$

$$S_4 = 2000 \cdot 40$$

$$S_4 = 80000$$

Logo, o investimento total ao final de 1 ano é de R$ 80 000,00.

Prezado(a) Professor(a),

destaque aos(às) estudantes que o uso da fórmula não é o único caminho. Em muitos casos, especialmente quando o número de termos é pequeno, listar os elementos da sequência e realizar a soma também é uma estratégia válida e eficiente.

ATIVIDADE 4

(AMA 2024) Laura é professora de uma universidade e, em um projeto de extensão, dará aulas online sobre a história do Brasil. Por ser um curso direcionado tanto para estudantes dessa universidade como para estudantes de outras instituições, ela observou que a quantidade de pessoas inscritas no curso crescia a cada dia, formando uma progressão geométrica de razão 2. No sétimo dia, ela verificou que haviam 512 inscritos.

Qual foi a quantidade de estudantes inscritos nesse curso de história do Brasil no primeiro dia de inscrições?

Considere: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 4

Para encontramos a quantidade de estudantes inscritos no 1° dia de inscrição, basta encontramos o valor de a_1 .
Substituindo os valores na fórmula dada, temos:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$512 = a_1 \cdot 2^{7-1}$$

$$512 = a_1 \cdot 2^6$$

$$512 = a_1 \cdot 64$$

$$a_1 = \frac{512}{64}$$

$$a_1 = 8$$

Logo, o total de inscritos no 1° dia foi de 8 estudantes.

ATIVIDADE 5

Em um laboratório de tecnologia educacional, a quantidade de dados armazenados em um sistema digital cresce mensalmente seguindo uma progressão geométrica. O modelo matemático que descreve essa sequência é dado pela fórmula do termo geral:

$$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$$

Um pesquisador precisa descobrir em qual posição da sequência aparece o termo cujo valor é 640. Determine a posição do termo da progressão geométrica cujo valor é 640.

RESOLUÇÃO DA ATIVIDADE 5

Precisamos encontrar o valor de n.
Temos que $a_n = 640$
Substituindo na fórmula do termo geral:

$$a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$$
$$640 = 5 \cdot 2^{n-1}$$
$$\frac{640}{5} = 2^{n-1}$$
$$128 = 2^{n-1}$$
$$2^7 = 2^{n-1}$$
$$7 = n - 1$$
$$n = 8$$

O número 640 encontra-se na 8ª posição da sequência dada pela fórmula geral.

De olho no Paebes

Esta seção tem como objetivo exemplificar algumas variações possíveis entre itens referentes a um mesmo descritor em sua escala de proficiência. Portanto, ela não deve ser tratada como material preparatório único e suficiente para o Paebes, mas sim como um auxiliar ao trabalho pedagógico em sala de aula. Para mais itens, acesse o **Portal de questões da SEDU.**

O "De olho no Paebes" também está disponível em uma versão para impressão **neste link** ou no QR Code ao lado.

D097_M *Utilizar propriedades de progressões geométricas na resolução de problemas.*

ITEM 1 - ABAIXO DO BÁSICO

(PAEBES 2023) No meio de uma avenida movimentada, o motorista aciona os freios de seu automóvel. Após a freada, o automóvel percorre 24 metros no 1º segundo, 12 metros no 2º segundo, e assim por diante, percorrendo, em cada segundo, metade da distância que percorreu no segundo anterior. A distância total a ser percorrida no tempo de 4 segundos após a freada será de

a) 15 metros.
b) 21 metros.
c) 27 metros.
d) 42 metros.
e) 45 metros.

Gabarito: E

ITEM 2 - BÁSICO

(AMA 2024) Um grupo de estudantes publicou um vídeo em uma rede social, sobre a importância de se manter a escola limpa. No primeiro dia em que foi postado, esse vídeo tinha sido visualizado 10 vezes. No segundo dia, ele tinha sido visualizado 30 vezes. O número de visualizações foi crescendo de modo que esse número sempre triplicava a cada dia em relação ao dia anterior. No sétimo dia, quantas visualizações esse vídeo obteve?

Dados:
$A_n = A_1 \cdot q^{n-1}$

a) 130.
b) 180.
c) 190.
d) 7 290.
e) 21 870.

Gabarito: D

ITEM 3 - BÁSICO

(AMA 2025) Em uma competição de arco e flecha entre jovens indígenas, as pontuações de um determinado participante formaram uma progressão geométrica. Esse participante teve um total de 5 pontuações, sendo que sua segunda pontuação foi igual ao dobro da primeira. Já sua quinta pontuação foi de 80 pontos. Qual foi a primeira pontuação obtida por esse participante?

a) 2 pontos.
b) 5 pontos.
c) 10 pontos.
d) 40 pontos.
e) 80 pontos.

Gabarito: B

ITEM 4 - BÁSICO

(AMA 2024) Fabrício criou um programa de computador para gerar uma sequência de 6 arquivos. O primeiro arquivo gerado tinha 3 quilobytes e, a partir do segundo, o tamanho do arquivo gerado era equivalente ao dobro do tamanho do arquivo anterior. Qual é a soma dos tamanhos desses arquivos gerados por esse programa que Fabrício criou?

Dado:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

a) 18 quilobytes.
b) 33 quilobytes.
c) 96 quilobytes.
d) 189 quilobytes.
e) 191 quilobytes.

Gabarito: D

ITEM 5 - BÁSICO

(AMA 2025) Um estudo populacional monitorou o crescimento de uma população indígena em determinado território por um período de 5 anos. No primeiro ano de estudo, a população era de aproximadamente 542 habitantes e, ao longo desse monitoramento, essa população apresentou um crescimento anual que pôde ser modelado segundo uma progressão geométrica de razão 1,2. Qual foi a população aproximada dessa comunidade no terceiro ano do estudo?

Dado:

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

a) 544 habitantes.
b) 650 habitantes.
c) 759 habitantes.
d) 780 habitantes.
e) 936 habitantes.

Gabarito: D

Conexão ENEM

Aqui você terá questões de edições recentes do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) relacionadas ao conteúdo do capítulo. Devido aos objetivos específicos dessa avaliação, é possível que as questões apresentem especificidades não contempladas no material, assim como este, por sua vez, não objetiva ser preparatório para o ENEM. Para mais questões, visite o repositório de provas e gabaritos de edições anteriores clicando aqui.

Acesse o "Conexão ENEM" para impressão neste link ou pelo QR Code ao lado.

Material Extra

Khan Academy

A Unidade ***Progressão Geométrica (P.G.)*** conta com vídeos explicativos que aprofundam os conteúdos apresentados neste material. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Portal da Matemática - OBMEP

O Módulo ***Progressões Geométricas*** conta com vídeos explicativos que aprofundam os conteúdos apresentados neste material. Para ter acesso, basta clicar aqui ou via QR-Code (ao lado).

Referências

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2016: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: reaplicação: PPL: caderno 14: cinza: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2016. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2016/2016_PV_reaplicacao_PPL_D2_CD14.pdf. Acesso em: 23 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2023: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 5: amarelo: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2023. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2023_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 23 abr. 2026.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) 2024: Prova de Ciências da Natureza e suas Tecnologias e de Matemática e suas Tecnologias: caderno 5: amarelo: 2º dia. Brasília, DF: Inep, 2024. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impresso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 23 abr. 2026.

BONJORNO, José Roberto et al. Prisma matemática : funções e progressões. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: contexto & aplicações: ensino médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em Contexto: função exponencial, função logarítmica e sequências. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020.

GOV.BR. Ministério da Educação - INEP. Provas e Gabaritos. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos>. Acessado em: 29/11/2024.

IEZZI, Gelson, [et al.]. Matemática: Volume único. 4 ed. - São Paulo: Atual, 2007

LEONARDO, Fabio Martins. Conexões com a matemática. Ensino Médio. 3ª ed. São Paulo: Moderna, 2016.

PAIVA, Manoel. Matemática: Paiva/ Manoel Paiva - 2 ed. - São Paulo: Moderna, 2013.

Formulários de Avaliação e Apontamentos da RPE

FORMULÁRIO DE AVALIAÇÃO

Disponibilizamos um formulário de avaliação, por meio do QR Code e do *link* abaixo, para que possamos identificar pontos de melhoria e ajustar as Rotinas Pedagógicas Escolares (RPE) de acordo com a realidade da sua sala de aula.

Link: https://forms.gle/sftzbthjyquEDcfy7

APONTAMENTOS NA RPE

Disponibilizamos também um formulário para apontar ajustes necessários, por meio do QR Code e do *link* abaixo. Caso tenha encontrado algum ponto de melhoria ou erro, por favor, detalhe abaixo para que a nossa equipe possa realizar as devidas correções.

Link: https://forms.gle/sftzbthjyquEDcfy7