

Rotinas Pedagógicas Escolares

7º
Ano

Segundo
Trimestre

Matemática

GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação





**GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO**
Secretaria da Educação

Governador

RICARDO DE REZENDE FERRAÇO

Secretária de Estado da Educação

ANDRÉA GUZZO PEREIRA

Subsecretário(a) da Educação Básica e Profissional

ANDRÉ MELOTTI ROCHA

Gerente de Currículo da Educação Básica

JOCILENE GADIOLI DE OLIVEIRA

Subgerente de Desenvolvimento Curricular da Educação Básica

KAYODÊ DAVID DE MELO SOUZA

Subgerente de Educação Ambiental

JÉSSICA AFLÁVIO DOS SANTOS

2026

Coordenadores do Componente Curricular

GABRIEL LUIZ SANTOS KACHEL
LAIANA MENEGUELLI
LEOVEGILDO IZIDORO PEREIRA NETO
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO
RAYANE SALVIANO DE OLIVEIRA SILVA
WELLINGTON ROSA DE AZEVEDO
WILLIAM MANTOVANI

Validadores das Rotinas Pedagógicas Escolares

JÉSSICA MONTEIRO FALQUETTO
THIAGO CÉZAR DE PÁDUA ROSA
CARLOS EDUARDO MORAES PIRES

Professores bolsistas responsáveis pela elaboração das Rotinas Pedagógicas Escolares

5º ano EF

FRANCIELY GOMES FAVERO FERREIRA
PAULA AVAREZ CABANÊZ

6º ano EF

KARLA SOUTO DE AMORIM
MAYARA DOS SANTOS ZANARDI

7º ano EF

DAVI MARCIO BERMUDEZ LINO
HELIONARDO THOMAZ ALVES LOURENÇO

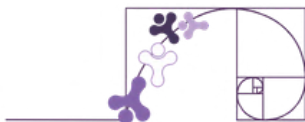
8º ano EF

NAFTALY CRISTAL FÉLIX
FABIANA BUENO

9º ano EF

AMECKSON DE SOUZA FERREIRA
LILIAN CRISTINA RODRIGUES SARMENTO

Sumário



CAPÍTULO 3 - Probabilidade e Estatística

Apresentação	06
Porcentagem.....	09
Acréscimo ou aumento percentual	10
Descréscimo ou desconto percentual.....	12
Probabilidade.....	26
Práticas Experimentais de Matemática (Prática 1)	32
Como ler e entender gráficos	36
Medidas de tendência central	52
Práticas Experimentais de Matemática (Prática 2)	60
Estudo de caso: Investigando o uso de celular entre estudantes	67
Retomando o que aprendemos	84
Referências	87

CAPÍTULO 4 - Sequências numéricas e expressões algébricas; Equação do 1º grau e proporcionalidade

Apresentação	89
Introdução às sequências.....	92
Expressões algébricas	95
Sequências recursivas e não-recursivas	107
Equação polinomial do 1º grau	121
Resolução de problemas envolvendo equações polinomiais do 1º grau	141
Identificando inequação que expressa um problema	145
Equação polinomial do 1º grau com números na forma de fração	159
Proporcionalidade	173
Práticas Experimentais de Matemática (Prática 3)	185
Retomando o que aprendemos	191
Referências	194

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

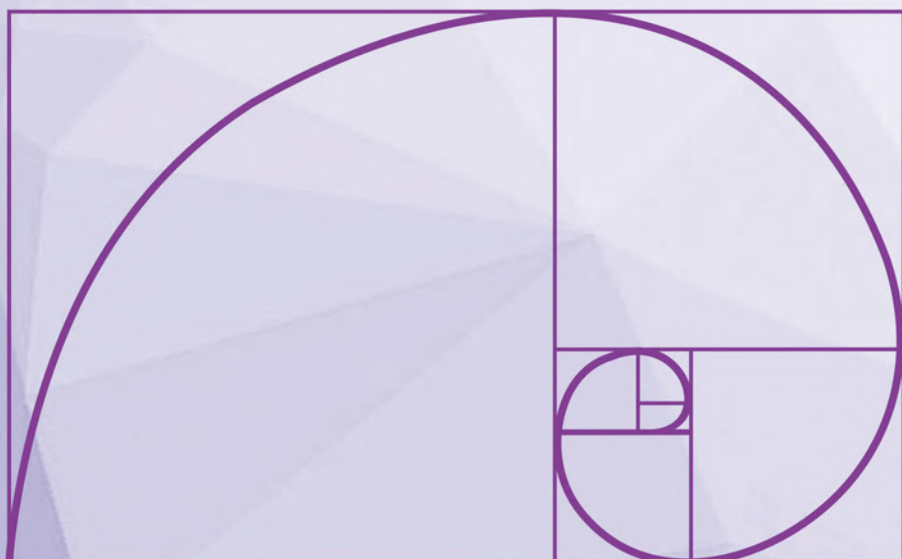


GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

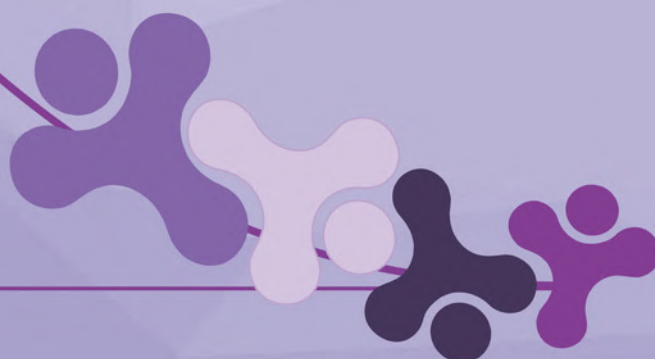


Gerência de Currículo
da Educação Básica

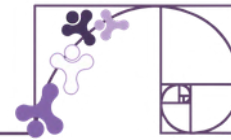
SEDU 2026



Capítulo 3: Probabilidade e estatística



Apresentação



Prezado(a) estudante,

Você já percebeu como a probabilidade e a estatística estão presentes em diversas situações do cotidiano? Pense, por exemplo, na previsão do tempo, em pesquisas de opinião, em jogos de azar ou na análise de dados divulgados nos noticiários. Em todos esses casos, utilizamos a estatística para organizar e interpretar informações e a probabilidade para analisar a chance de determinados eventos acontecerem.

Neste capítulo, você vai compreender como coletar, organizar e representar dados por meio de tabelas e gráficos, além de calcular e interpretar medidas estatísticas. Também irá estudar conceitos básicos de probabilidade, entendendo como analisar experimentos aleatórios e estimar a possibilidade de ocorrência de eventos. Esses conhecimentos permitirão que você desenvolva uma leitura mais crítica de informações e tome decisões mais conscientes com base em dados.

O que você vai estudar neste capítulo

Neste capítulo, você vai estudar Probabilidade e Estatística, compreendendo como analisar situações que envolvem incerteza e interpretar dados presentes no cotidiano. O percurso inicia com o estudo da probabilidade, aprendendo a identificar o espaço amostral, calcular a chance de ocorrência de eventos e interpretar resultados em diferentes contextos, como jogos, previsões e tomadas de decisão.

Em seguida, você aprofundará seus conhecimentos em Estatística, explorando a coleta, organização e representação de dados por meio de tabelas e gráficos, além do cálculo e da interpretação de medidas como média, mediana e moda. Ao longo do capítulo, você será convidado(a) a planejar e executar pesquisas, analisar informações e comunicar resultados, desenvolvendo o pensamento crítico e a capacidade de compreender a realidade a partir de dados.

Expectativas de aprendizagem

Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:



Resolver problemas que envolvam porcentagens;

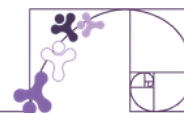


- ✓ Calcular porcentagens em situações-problema envolvendo acréscimos e decréscimos simples, compreendendo os processos envolvidos;
- ✓ Determinar o espaço amostral de eventos aleatórios;
- ✓ Determinar a probabilidade de um evento, interpretando-a em termos de frequência relativa obtida por meio de experimentos ou simulações;
- ✓ Expressar a probabilidade de um evento na forma de fração e percentual;
- ✓ Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico;
- ✓ Ler e interpretar gráficos de setores;
- ✓ Organizar dados em tabela de frequência;
- ✓ Construir gráficos de setores, utilizando relações de proporcionalidade entre dados, frequência em percentual e medida de cada ângulo central do círculo do gráfico;
- ✓ Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa;
- ✓ Calcular o valor da média estatística e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados;
- ✓ Diferenciar pesquisa censitária e de amostral;
- ✓ Planejar e realizar pesquisa sobre temas de interesse dos estudantes;
- ✓ Coletar dados para uma pesquisa estatística e organizá-los em uma tabela de forma que cada linha apresente dados qualitativos/quantitativos de um elemento;
- ✓ Organizar e representar os dados por meio de tabelas ou gráficos de frequências, incluindo fonte, título e legenda no caso de gráficos;
- ✓ Ler e produzir gráficos de setores;
- ✓ Elaborar conclusão para o tema e os dados obtidos na pesquisa realizada;



- ✓ Comparar uma linha dessa tabela com uma matriz unidimensional;
- ✓ Criar de forma colaborativa produto (vídeos, podcasts, padlet, web site) usando recursos de tecnologia para comunicação da pesquisa realizada.

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.



PORCENTAGEM

Porcentagem é uma forma de representar partes de um todo dividido em 100 partes. A palavra vem do latim *per centum*, que significa "por cem". Quando usamos porcentagem, estamos comparando algo com o denominador 100.

Forma percentual	Forma fracionária	Forma decimal
80%	$\frac{80}{100}$	0,80
50%	$\frac{50}{100}$	0,50
1%	$\frac{1}{100}$	0,01

Esses são três modos de escrever uma porcentagem ou taxa percentual. Acompanhe, a seguir, a aplicação do conceito e dos cálculos de porcentagem.

Por exemplo, dizer que 50% dos brasileiros são católicos significa que, a cada 100 pessoas no Brasil, 50 se identificam como católicos.

$$50\% \text{ de } 100 \text{ corresponde a } \frac{50}{100} \cdot 100 = 50$$

Se uma cidade tem 200 mil habitantes, os mesmos 50% representariam 100 mil pessoas católicas.

$$50\% \text{ de } 200\,000 \text{ corresponde a } \frac{50}{100} \cdot 200\,000 = 100\,000$$

Logo, 100 mil pessoas são católicas.

COMO ESCREVER UM NÚMERO RACIONAL EM FORMA DE PORCENTAGEM?

Dos 28 estudantes de uma turma do 7º ano de uma escola, 8 usam óculos. Qual é a porcentagem de estudantes que usam óculos em relação à quantidade total de estudantes da turma?

Dos 28 estudantes da turma, 8 usam óculos. Assim, podemos escrever a razão:

$$\frac{\text{usam óculos}}{\text{total}} = \frac{8}{28} \cong 0,286$$



Quando temos um número na forma decimal e queremos transformá-lo para forma percentual, basta multiplicá-lo por 100 no numerador e denominador.

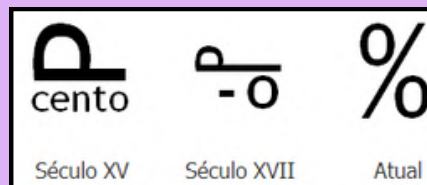
$$\frac{0,286}{1} = \frac{0,286 \cdot 100}{100} = \frac{28,6}{100} = 28,6\%$$

Aproximadamente 28,6% (vinte e oito vírgula seis por cento) dos estudantes da turma usam óculos.

Origem do símbolo de porcentagem

O atual símbolo usado para representar a porcentagem (%) é relativamente recente. Alguns documentos antigos mostram diferentes formas de indicar a porcentagem durante a Idade Média, por exemplo.

Inicialmente era usada a expressão per cento que, rapidamente, evoluiu para per 100. Ao longo dos séculos, foram surgindo outras maneiras de representar a porcentagem, como: pc-o, o/o e, finalmente, o %.



ACRÉSCIMO OU AUMENTO PERCENTUAL

Acréscimo é quando aumentamos um valor inicial.

Acréscimo percentual é quando esse aumento é calculado em relação a uma porcentagem do valor inicial.

Exemplo 1: O preço inicial de uma camiseta era R\$ 40,00 e sofreu um acréscimo de 15%. Qual foi o valor do acréscimo, em reais?

Calculamos diretamente o valor do acréscimo de 15% em R\$ 40,00 fazendo:

$$\frac{15}{100} \cdot 40 = 6 \rightarrow 6 \text{ reais}$$

Podemos resolver esse problema de outro modo, considerando que 15% = 10% + 5%. Assim, calculamos:

$$10\% \text{ de } 40 \text{ corresponde a } \frac{10}{100} \cdot 40 = 4 \rightarrow 4 \text{ reais}$$

Para calcular 5% de R\$ 40,00, calculamos a metade de 10% que é 4. Logo, 5% é igual a 2.

Portanto, o valor do acréscimo é R\$ 4,00 + R\$ 2,00 = R\$ 6,00

O preço final da camiseta será R\$ 46,00.



Exemplo 2: Um funcionário tinha um salário de R\$ 2 500,00. Ele recebeu um aumento de 8%. Qual é o novo salário do funcionário?

Calcular o valor do aumento:

$$8\% \text{ de } 2\,500 = 8\% \cdot 2\,500 = \frac{8}{100} \cdot 2\,500 = 200$$

Calcular o novo salário:

Novo salário = Salário antigo + Aumento = R\$ 2 500,00 + R\$ 200,00 = R\$ 2 700,00

Resposta: O novo salário do funcionário é de R\$ 2 700,00.

Exemplo 3: Um livro que custava R\$ 50,00 teve um aumento de 20%. Qual é o novo preço do livro?

Calcular o valor do aumento:

$$20\% \text{ de } 50 = 20\% \cdot 50 = \frac{20}{100} \cdot 50 = 10$$

Logo, o preço do livro reajustado será de R\$ 50,00 + R\$10,00 = R\$60,00

• OUTRA MANEIRA DE RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO ACRÉSCIMOS

Quando queremos aumentar um valor em uma porcentagem (como 10%, 20%, etc.), não precisamos calcular o valor do aumento e depois somá-lo ao total. Existe uma forma mais rápida usando multiplicação. Vamos entender isso:

Perceba que somar 10% ao valor original é o mesmo que calcular 110% do valor total. Isso pode ser representado como:

$$100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1,1$$

Então, basta multiplicar o valor original por 1,1.

Exemplo: João quer comprar uma mochila que custa R\$ 120,00 mas o preço vai aumentar em 15% na próxima semana. Quanto custará a mochila após o aumento?

Primeiro calculamos por quantos vamos multiplicar.

$$100\% + 15\% = 115\% = \frac{115}{100} = 1,15$$



Agora multiplicamos o 1,15 pelo valor da mochila.

$$1,15 \cdot 120 = 138,00$$

Após o aumento, a mochila custará R\$ 138,00.

Segue a tabela com alguns exemplos de acréscimos percentuais e seus respectivos fatores de multiplicação:

Acréscimo Percentual (%)	Fator de Multiplicação
5%	1,05
10%	1,1
15%	1,15
20%	1,2
25%	1,25
30%	1,3
40%	1,4
50%	1,5
75%	1,75
100%	2

DESCRÉSCIMO OU DESCONTO PERCENTUAL

Desconto percentual é o oposto do acréscimo percentual. Enquanto o acréscimo aumenta um valor, o desconto diminui. É uma forma de redução, expressa como uma porcentagem do valor original.

Exemplo 1: Carol aproveitou a promoção e comprou um livro que custava R\$ 32,00. Considerando que a loja deu um desconto de 25%, quanto ela pagou pelo livro?

Vamos calcular 25% de R\$ 32,00: $\frac{25}{100} \cdot 32 = 8 \rightarrow 8 \text{ reais}$

Assim, o desconto foi de R\$ 8,00. Subtraindo R\$ 8,00 dos R\$ 32,00 (preço sem o desconto), obtemos o valor com desconto: R\$ 32,00 - R\$ 8,00 = R\$ 24,00.

Portanto, Carol pagou R\$ 24,00 pelo livro na promoção.



Exemplo 2: Pedro foi à loja de brinquedos e encontrou um carrinho que custava R\$ 50,00. Como era aniversário da loja, havia 20% de desconto. Quanto Pedro pagou pelo carrinho?

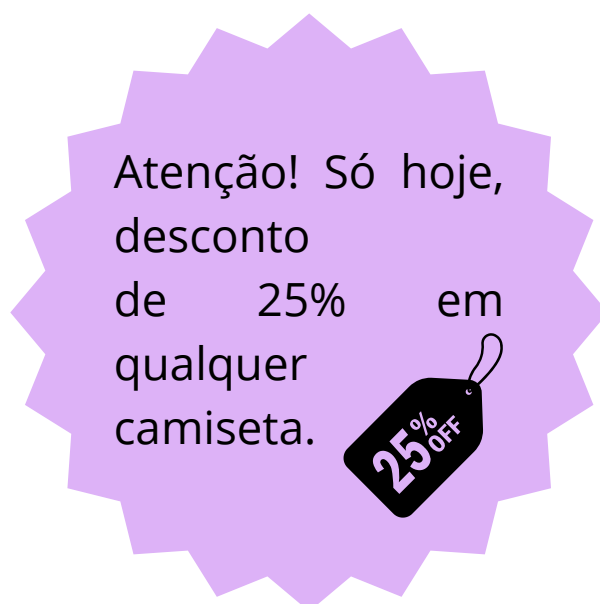
Vamos calcular 20% de R\$ 50,00:

$$20\% \text{ de } 50 = 20\% \cdot 50 = \frac{20}{100} \cdot 50 = 10$$

Assim, o desconto foi de R\$ 10,00. Subtraindo R\$ 10,00 dos R\$ 50,00 (preço sem o desconto), obtemos o valor com desconto: R\$ 50,00 - R\$ 10,00 = R\$ 40,00.

Portanto, Pedro pagou R\$ 40,00 pelo brinquedo com o desconto.

Exemplo 3: Um anúncio de uma loja de camisetas diz o seguinte:



Paula deseja adquirir uma camiseta que está sendo vendida por R\$82,00. Qual será o valor da camiseta após aplicar o desconto?

Vamos calcular 25% de R\$ 82,00:

$$25\% \text{ de } 82 = 25\% \cdot 82 = \frac{25}{100} \cdot 82 = 20,5$$

Então já sabemos que o desconto será de R\$ 20,50. Logo, o valor da camiseta sairá por: R\$ 82,00 - R\$ 20,50 = R\$ 61,50.



• OUTRA MANEIRA DE RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO DECRÉSCIMOS

Quando falamos em decréscimo percentual, estamos dizendo que algo está sendo reduzido por uma certa porcentagem. Isso pode ser o preço de um produto em promoção ou até uma redução de peso ou tamanho. Vamos aprender o passo a passo para calcular isso e entender por que funciona!

Perceba que subtrair 10% do valor original é o mesmo que calcular 90% do valor total. Isso pode ser representado como:

$$100\% - 10\% = 90\% = \frac{90}{100} = 0,9$$

Então, basta multiplicar o valor original por 0,9.

Agora, imagine que queremos diminuir 20% de um valor, como o preço de uma mochila que custa R\$ 50,00.

Primeiro calculamos por quantos vamos multiplicar.

$$100\% - 20\% = 80\% = \frac{80}{100} = 0,8$$

Agora multiplicamos o 0,8 pelo valor da mochila.

$$0,8 \cdot 50 = 40$$

Após a redução a mochila custará R\$ 40,00.

Segue a tabela com alguns exemplos de decréscimos percentuais e seus respectivos fatores de multiplicação:

Decréscimo Percentual	Fator de Multiplicação
1%	0,99
2%	0,98
5%	0,95
10%	0,9
15%	0,85
20%	0,8
25%	0,75
30%	0,7
40%	0,6
50%	0,5



Porcentagem ou percentagem?

Muitas pessoas têm dúvidas quanto a diferença entre porcentagem e percentagem. O fato é que tanto porcentagem quanto percentagem se referem à mesma coisa e estão igualmente corretos.

A palavra percentagem é de origem latina e é uma adaptação do termo inglês percentage, de per cent, que, por sua vez, é derivado do latim per centum. Muitos consideram o vocábulo porcentagem (de por cento) como um "abrasileiramento" da palavra percentagem.

Portanto, se você ler em algum lugar a palavra percentagem ou porcentagem, saiba que as duas grafias estão corretas.

PORCENTAGEM NA CALCULADORA

Sabendo que o Brasil tem aproximadamente 31% como evangélicos, qual o população de evangélicos em uma cidade de 200 mil habitantes?

Na calculadora podemos fazer da seguinte maneira digitando da esquerda para direita:

2 0 0 0 0 0 X 3 1 % =

O resultado é 62 000 evangélicos na cidade.

Podemos fazer acréscimos na calculadora. Exemplo: acréscimo de 17% em 50.

5 0 + 1 7 % =

O resultado na calculadora é 58,5.

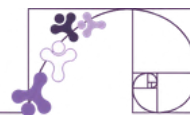
Podemos também fazer decréscimos. Exemplo: decréscimo de 17% em 50.

5 0 - 1 7 % =

O resultado na calculadora é 41,5.



Exercícios Resolvidos



1) O abastecimento de água em uma região metropolitana é feito por 8 sistemas que liberam 65 m^3 de água por segundo. Um desses sistemas atende 9 milhões de pessoas e libera 33 m^3 de água por segundo. Quantos por cento, aproximadamente, da quantidade de água liberada no total esse sistema representa?

Resolução:

Primeiramente, considere a quantidade de água que o sistema libera: 33 m^3 . Comparamos esse valor (por meio de uma razão) com a quantidade total fornecida pelos 8 sistemas: 65 m^3 .

Lê-se: aproximadamente.

$$\frac{33}{65} \approx 0,51 = \frac{0,51}{1} = \frac{0,51 \cdot 100}{100} = 51\%$$

2) Em dada semana, um comerciante ofereceu um desconto de 20% em todos os produtos de sua loja, apenas para as compras com pagamento à vista. Mariana gostou de uma calça que custa R\$ 135,00. Se ela pagar à vista, de quanto será o valor final da calça?

Resolução:

Primeiro, vamos calcular 20% de 135.

$$20\% \text{ de } 135 = \frac{20}{100} \cdot 135 = 27 \text{ reais}$$

Agora vamos tirar o 27 do valor total da calça.

$$135 - 27 = 108 \text{ reais}$$

O valor da calça a vista é R\$ 108,00.



3) José recebia R\$ 1 400,00 por mês. Ele foi promovido, obtendo um aumento de 9% no salário. Calcule quanto José ganha atualmente.

Resolução:

Primeiro, vamos calcular 9% de 1 400.

$$9\% \text{ de } 1\,400 \text{ corresponde a } \frac{9}{100} \cdot 1400 = 126$$

Agora vamos somar 126 ao salário.

$$1\,400 + 126 = R\$1\,526,00$$

O salário atual de José é R\$ 1 526,00.

4) Uma sanduicheira que custava R\$ 180,00 sofreu um acréscimo de 11% no preço. Qual é o novo preço?

Resolução:

Primeiro vamos achar o valor que multiplicaremos:

$$100\% + 11\% = 111\% = \frac{111}{100} = 1,11$$

Agora vamos multiplicar o 1,11 pelo valor da sanduicheira:

$$1,11 \cdot 180 = 199,8$$

Então, após o aumento a bolsa custará R\$ 199,80.

5) Um ciclista conseguiu diminuir a medida de intervalo de tempo dele em 8% em determinado percurso. Se a medida de intervalo de tempo anterior dele era de 50 segundos, então qual foi a nova medida de intervalo de tempo?

Resolução:

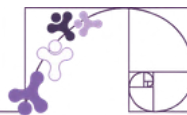
Primeiro vamos achar o valor que multiplicaremos:

$$100\% - 8\% = 92\% = \frac{92}{100} = 0,92$$

Agora vamos multiplicar o 0,92 pelo valor do tempo da volta anterior:

$$0,92 \cdot 50 = 46$$

Então, após a redução de 8% a medida do intervalo de tempo foi de 46 segundos.



VÍDEOS

Porcentagem

<https://www.youtube.com/watch?v=L6IY8izDAqs&t=2s>



Introdução às porcentagens

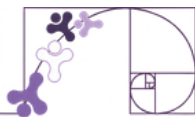
<https://pt.khanacademy.org/math/pt-7-ano/numeros-mmc-mdc-porcentagem-7ano/introducao-as-porcentagens/v/percent-from-fraction-models>



Porcentagem: definição e exemplos

<https://www.youtube.com/watch?v=L6IY8izDAqs&t=623s>





ATIVIDADE 1

Na pintura do salão de José, ele misturou todos os 48 litros de tinta que haviam sobrado de outra reforma. Até que a cor obtida ficou bem bonita, parecida com a cor da água do mar. A tabela mostra a porcentagem de cada cor utilizada nessa mistura.

Branca	Amarela	Verde	Azul
10%	15%	25%	50%

A) Quantos litros de tinta José usou de cada cor ?

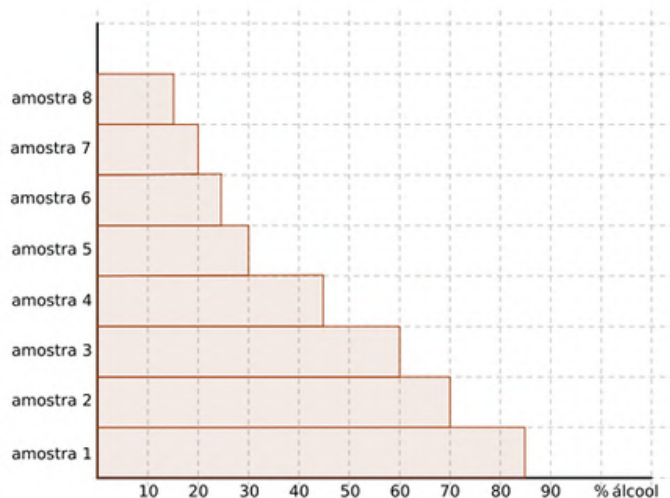
B) Os 100% da tinta utilizada representam quantos litros?

ATIVIDADE 2

No mês passado, Priscila consultou em uma loja o preço de uma calça e de uma blusa. Agora, ela decidiu comprá-las, mas os preços foram alterados. A calça, que custava R\$ 83,00, sofreu um aumento de 10%. A blusa, que custava R\$ 42,00 teve um desconto de 7%. Quanto Priscila gastou na loja ?

ATIVIDADE 3

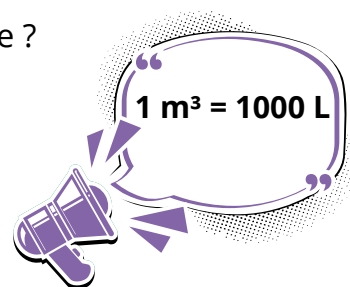
(OBMEP) Para testar a qualidade de um combustível composto apenas de gasolina e álcool, uma empresa recolheu oito amostras em vários postos de gasolina. Para cada amostra foi determinado o percentual de álcool e o resultado é mostrado no gráfico abaixo. Em quais dessas amostras o percentual de álcool é maior que o percentual de gasolina?



Fonte: OBMEP

ATIVIDADE 4

Um tanque de combustível tem $0,9 \text{ m}^3$ de volume interno. Quantas latas de 15 litros são necessárias para encher 80% da capacidade desse tanque?





ATIVIDADE 5

Na comunidade quilombola Monte Alegre, localizada em Cachoeiro de Itapemirim - ES, no ano passado, 320 famílias residiam no território. Neste ano, o número de famílias aumentou para 400, em grande parte devido ao retorno de moradores que haviam se deslocado para outras regiões. Qual foi o aumento percentual no número de famílias que vivem no quilombo?

ATIVIDADE 6

Os resultados de uma pesquisa das cores de cabelo de 1200 pessoas são mostrados no gráfico ao lado.

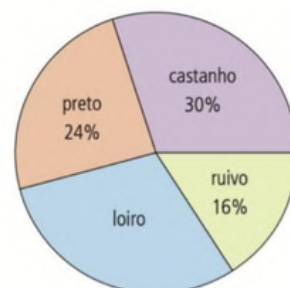
Quantas dessas pessoas possuem o cabelo loiro ?

A) 30

B) 60

C) 320

D) 360





ATIVIDADE 7

Analise as promoções das duas lojas para o mesmo telefone celular e, depois responda a questão.



Se a compra for feita à vista, em qual das lojas o cliente vai pagar menos pelo aparelho celular ?

ATIVIDADE 8

Toda a iluminação de um escritório é feita utilizando-se 40 lâmpadas incandescentes que produzem 600 lúmens (lúmen = unidade de energia luminosa) cada. O gerente planeja reestruturar o sistema de iluminação desse escritório, utilizando somente lâmpadas fluorescentes que produzem 1 500 lúmens, para aumentar a quantidade de energia luminosa em 50%.

Para alcançar seu objetivo, a quantidade mínima de lâmpadas fluorescentes que o gerente desse escritório deverá instalar é:

A) 15.

B) 16.

C) 23.

D) 24.



ATIVIDADE 9

Uma comunidade indígena fabrica colares artesanais para vender em feiras culturais. Um dos colares mais vendidos tem um preço inicial de R\$ 120,00. Em uma feira especial, eles decidem conceder um desconto de 15% nesse colar para atrair mais compradores. Porém, em outra feira, decidem aumentar o preço em 20% devido ao custo de transporte e maior demanda.

A) Qual será o preço do colar com o desconto aplicado?

B) Qual será o preço do colar com o aumento aplicado?

C) Se o colar inicialmente custava R\$ 120,00 e foi vendido na feira especial com o desconto, mas o cliente ainda deu uma gorjeta de 10% sobre o preço com desconto, quanto o cliente pagou no total?

ATIVIDADE 10

Em uma indústria, trabalhavam 180 mulheres e 200 homens. Ao fazer uma reestruturação, o presidente resolveu aumentar o número de mulheres em 5% e diminuir o número de homens em 10%. Depois disso, qual o total de funcionários dessa indústria?



ATIVIDADE 11

Na loja Araruá estava à venda uma esteira mecânica por 300 reais. O gerente dessa loja autorizou o funcionário Fred a aumentar o preço da esteira em 20%. Ele assim o fez. Como depois de um mês ela não havia sido vendida, o gerente pediu ao mesmo funcionário que reduzisse o preço da esteira em 20%. E assim foi feito.

O gerente, ao ver o preço que havia sido colocado, chamou o funcionário.

Gerente: *Eu disse para retornar ao preço antigo.*

Fred: *Não! O senhor falou para reduzir o preço em 20%.*

Gerente: *Não é a mesma coisa?*

Quem está com a razão? O gerente ou Fred? Faça as contas e descubra qual dos dois está certo.

ATIVIDADE 12

O preço de 1 kg de batata sofreu um aumento de 350%. Isso quer dizer que o valor do produto:

- A) Aumentou 3 vezes o preço inicial.
- B) Aumentou 3,5 vezes o preço inicial.
- C) Aumentou 35 vezes o preço inicial.
- D) Aumentou 350 vezes o preço inicial.



ATIVIDADE 13

Durante a crise de abastecimento de álcool, a venda desse combustível sofreu dois aumentos consecutivos de 10%. Suponha que o preço inicial do álcool fosse R\$ 4,00 por litro. Sabendo disso, qual seria o preço final do álcool ao final desses dois aumentos?

ATIVIDADE 14 - DESAFIO

O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada do filho
120	700	400

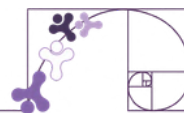
No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada?

A) 15,0

B) 23,5

C) 30,0

D) 70,0



PROBABILIDADE

Existem situações que, mesmo sendo repetidas várias vezes nas mesmas condições, podem ter resultados diferentes a cada tentativa. É o caso de lançar uma moeda ou um dado. Mesmo que a moeda seja perfeita e o dado bem equilibrado, não dá para saber com certeza se vai sair "cara" ou "coroa", ou qual número aparecerá no dado. Isso acontece porque o resultado não pode ser previsto com exatidão antes da realização do experimento.

Essas situações, em que o resultado é incerto mesmo com todas as condições controladas, recebem o nome de **experimentos aleatórios**.

Veja alguns exemplos de experimentos aleatórios:

- Sortear uma carta de um baralho embaralhado;
- Apostar em um número na roleta de um cassino;
- Aguardar os números sorteados em um jogo de loteria.

ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTOS

Em um experimento (ou fenômeno) aleatório, o conjunto formado por todos os resultados possíveis é chamado de **espaço amostral (S)**. Qualquer subconjunto do espaço amostral é chamado de **evento**. Neste capítulo vamos abordar apenas os conjuntos finitos.

Vamos ver alguns exemplos:

Experimento aleatório: lançar um dado honesto de 6 faces e observar o número que aparece voltado para cima.

Espaço amostral (S) é o conjunto de todos os possíveis resultados:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Evento A: sair um número par.

$$A = \{2, 4, 6\}$$

Nesse caso, o evento A possui 3 elementos, ou seja,

$$n(A) = 3$$



Experimento aleatório: lançar uma moeda perfeita e observar a face voltada para cima.

Espaço amostral (S):

$$S = \{\text{cara, coroa}\}$$

Evento B: sair “cara”.

$$B = \{\text{cara}\}$$

Neste caso, o evento A tem apenas um resultado possível:

$$n(B) = 1$$

Experimento aleatório: retirar uma carta qualquer de um baralho embaralhado com 52 cartas e observar seu naipe.

Os naipes são:

C = copas, E = espadas, O = ouros, P = paus

Espaço amostral (S):

$$S = \{C, E, O, P\}$$

Evento C: tirar uma carta que não seja do naipe de copas.

$$C = \{E, O, P\}$$

Esse evento tem 3 possibilidades:

$$n(C) = 3$$

EVENTO CERTO E EVENTO IMPOSSÍVEL

Considere o experimento:

Lançar um dado honesto e registrar o resultado.

Espaço amostral:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Evento A: Ocorrer um número natural menor do que 7.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Logo, $A = S$ (evento certo)



Design: mroorm / Fonte: Canva



Evento B: Ocorrer um número maior do que 6.

No lançamento de um único dado de 6 faces, com valores de 1 a 6, não existe número maior que 6.

Portanto, B é um conjunto vazio. Indicamos assim:

$B = \emptyset$ (evento impossível)

CÁLCULO DA PROBABILIDADE

Dizemos que um **espaço amostral** é **equiprovável** quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer. Esse é o caso, por exemplo, de uma moeda equilibrada ou de um dado honesto de seis faces.

A **probabilidade** é um número que indica a chance de um evento acontecer. Ela varia entre 0 e 1, ou entre 0% e 100%, e quanto maior for esse valor, mais provável é que o evento ocorra. A probabilidade nos ajuda a prever, com base em dados, o quão esperado é determinado resultado.

A probabilidade de ocorrer um determinado evento A é representada por $p(A)$ e pode ser calculada dividindo o número de resultados favoráveis pela quantidade total de resultados possíveis no espaço amostral. Essa relação é expressa pela fórmula:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Exemplo 1: Considere o experimento de lançar uma moeda perfeita e observar a face voltada para cima. O espaço amostral é $S = \{\text{cara}, \text{coroa}\}$, portanto, $n(S) = 2$. Vamos calcular a probabilidade do evento A: “sair cara”. Como o evento A contém apenas um elemento, temos $n(A) = 1$. Aplicando a fórmula:

$$p(A) = \frac{1}{2}$$

Assim, a chance de obter cara é de $\frac{1}{2}$, o que corresponde a 50%.

Exemplo 2: Agora, considere o lançamento de um dado honesto com seis faces numeradas de 1 a 6. O espaço amostral é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, com $n(S) = 6$. Se quisermos saber a probabilidade de sair um número menor que 3, definimos o evento $A = \{1, 2\}$, com $n(A) = 2$. Aplicando a fórmula:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



Portanto, a probabilidade de sair um número menor que 3 é de $\frac{1}{3}$, ou aproximadamente 33,3%.

PROBABILIDADE NO GOOGLE PLANILHAS

Vamos aprender a calcular a probabilidade de um evento utilizando uma ferramenta digital muito útil: o Google Planilhas. Usaremos situações simples, como o lançamento de um dado ou de uma moeda, para aplicar a fórmula matemática da probabilidade e representar os cálculos de forma organizada e automática.

A proposta é entender, passo a passo, como transformar os dados de um experimento aleatório em uma expressão numérica que represente a chance de algo acontecer, utilizando recursos básicos do Planilhas.

1. Abrir o Google Planilhas

Acesse: <https://sheets.google.com> e crie uma nova planilha.

2. Montar a tabela

Insira os seguintes dados nas células:

	A	B
1	Evento	Retirar Número par
2	Resultados favoráveis (n(A))	3 (2, 4 e 6)
3	Resultados possíveis (n(S))	6
4	Probabilidade	

3. Inserir a fórmula

Na célula B4, digite a fórmula para calcular a probabilidade:
$$= \frac{B2}{B3}$$

Não se esqueça de colocar a igualdade e a divisão é representada pela barra (/).

B4	$\sum x$	$=B2/B3$
	A	B
1	Evento	Retirar Número par
2	Resultados favoráveis (n(A))	3 (2, 4 e 6)
3	Resultados possíveis (n(S))	6
4	Probabilidade	$=B2/B3$

Mostrar como porcentagem

Para exibir o resultado como porcentagem:

1. Selecione a célula com o resultado (ex: B4).
2. Vá até a barra de ferramentas e clique no ícone %.
3. Resultado: 50%



Exercícios Resolvidos



1) Considere pedaços idênticos de papel, com os números de 1 a 13, dobrados igualmente de modo que qualquer um deles tenha a mesma chance de ser retirado de um saquinho.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13			

Qual é a probabilidade de que o número retirado seja primo?

Resolução:

O experimento consiste em retirar aleatoriamente um número de 1 a 13 de um saquinho. Como todos os papéis têm o mesmo tamanho e estão igualmente dobrados, o espaço amostral é:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

Logo, o número total de elementos do espaço amostral é $n(S) = 13$.

Os números primos entre 1 e 13 são: $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

Assim, temos $n(A) = 6$ resultados favoráveis.

Aplicando a fórmula da probabilidade:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{13}$$

Portanto, a probabilidade de retirar um número primo é de $\frac{6}{13}$, o que representa aproximadamente 46,2%.



2) Qual é a probabilidade de, ao retirar ao acaso uma carta de um baralho de 52 cartas, obter uma carta com naipe vermelho?

Resolução:

Um baralho tradicional possui 52 cartas, divididas igualmente entre quatro naipes: copas, ouros, paus e espadas. Os naipes vermelhos são: copas e ouros. Cada naipe tem 13 cartas.

Logo, o número de cartas vermelhas é: 13 (copas) + 13 (ouros) = 26 cartas vermelhas

O total de cartas do baralho é: $n(S) = 52$. Aplicando a fórmula da probabilidade:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

Portanto, a probabilidade de retirar uma carta de naipe vermelho é 50%.

3) Na biblioteca da escola, a professora montou uma caixa surpresa com 12 envelopes numerados de 1 a 12. Cada envelope contém um prêmio diferente: marcadores de página, adesivos, livros, entre outros. Os envelopes de número par foram decorados com uma fita vermelha, e os de número ímpar com fita azul. Ao final da aula, um envelope será sorteado aleatoriamente. Qual é a probabilidade de o envelope sorteado estar com fita vermelha?

Resolução:

Temos 12 envelopes numerados de 1 a 12, então o espaço amostral é:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 12\} \rightarrow n(S) = 12$$

Os envelopes com fita vermelha são aqueles com números pares:

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \rightarrow n(A) = 6$$

Aplicamos agora a fórmula da probabilidade:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

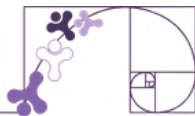
Portanto, a probabilidade de o envelope sorteado estar com fita vermelha é 50%.



PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o Ensino Fundamental – Anos Finais, apresenta, no componente curricular Matemática, as Práticas Experimentais de Matemática, que têm como finalidade fomentar o processo de ensino e aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, do pensamento crítico e da compreensão e aplicação da lógica matemática no cotidiano.

Nesse contexto, seu(sua) professor(a) conduzirá você e sua turma em uma prática experimental de Matemática, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais dinâmica e participativa. A proposta busca evidenciar que o conhecimento matemático está presente em diversas situações do dia a dia e que aprender de forma colaborativa torna esse processo mais significativo e interessante.



ATIVIDADE 1

Veja as opções de roupas que Marina tem para compor seu look de ir à escola.



Imagem gerada por IA

Escolhendo uma peça aleatoriamente, qual a probabilidade de a peça escolhida ser uma calça?

- A) 25% B) 30% C) 75% D) 80%

ATIVIDADE 2

Qual a probabilidade de, aleatoriamente, escolhermos um numero par dentre os elementos do conjunto $\{1, 2, 3, 4, \dots, 21, 22, 23\}$?



ATIVIDADE 3

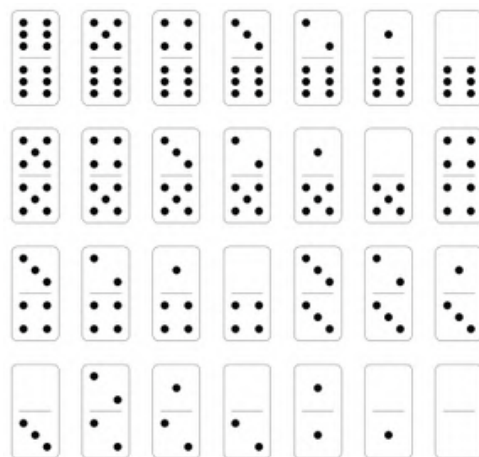
(UERJ) Jane virou todas as 28 peças de seu jogo de dominó com a face para baixo e embaralhou bem. Se Jane retirar uma peça, qual é a probabilidade de obter a soma dos pontos igual a 6?

A) $\frac{3}{14}$

B) $\frac{14}{27}$

C) $\frac{1}{7}$

D) $\frac{15}{42}$



Fonte: UERJ

ATIVIDADE 4

Em uma caixa colocam-se 10 bolas amarelas, 15 bolas vermelhas e 15 bolas verdes, todas do mesmo tamanho e produzidas com mesmo material. Maria retirou uma bola dessa caixa. Qual a probabilidade de ela ter retirado uma bola da cor amarela?

A) 10%

B) 20%

C) 25%

D) 30%



ATIVIDADE 5

Uma empresa com 425 funcionários resolve sortear, numa festa comemorativa, uma bicicleta entre os funcionários que têm filhos. Dos seus 425 funcionários, 68 não têm filhos, 153 têm um filho, 119 têm dois filhos e o restante tem mais de dois filhos. Cartões, com um único número impresso, serão distribuídos a funcionários que têm, pelo menos, um filho. Cada funcionário receberá, no máximo, um desses cartões. A probabilidade de a bicicleta ser sorteada para um funcionário que tenha exatamente dois filhos é:

A) $\frac{1}{119}$

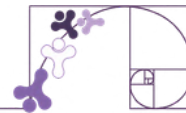
B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{119}{425}$

D) $\frac{238}{425}$

ATIVIDADE 6

Qual é a probabilidade de, ao retirar ao acaso uma carta de um baralho de 52 cartas, obter uma carta com número maior do que 2 e menor do que 10?



COMO LER E ENTENDER GRÁFICOS

Gráficos são representações visuais de informações numéricas. Eles são usados para organizar, comparar e interpretar dados de forma mais clara e rápida. Mas, para fazer uma boa leitura de um gráfico, é preciso entender seus elementos principais.

Variável

A variável é o assunto que está sendo analisado ou medido. Pode ser, por exemplo:

- o número de mortes por mês,
- a quantidade de alunos em uma sala,
- o tipo de transporte mais usado pelas pessoas.

Frequência Absoluta e Frequência Relativa

A frequência absoluta mostra quantas vezes um determinado valor apareceu.

Por exemplo: se 19 pessoas morreram em março, a frequência de mortes em março é 19.

Além da frequência absoluta, também podemos calcular a frequência relativa, que representa a proporção de ocorrências em relação ao total. Ela é muito útil para fazer comparações, pois mostra quanto aquele valor representa dentro do conjunto todo, geralmente expressa como fração, número decimal ou porcentagem.

Por exemplo, se houve 19 mortes em março e 100 no total, a frequência relativa de março é:

$$\frac{19}{100} = 0,19 = 19\%$$

Título

O título do gráfico é fundamental. Ele deve informar claramente o que o gráfico representa.

Exemplo: **“Mortes nas rodovias federais do ES em 2024”**

Um gráfico sem título pode causar confusão ou ser mal interpretado.



Legenda

A legenda aparece em gráficos que comparam diferentes conjuntos de dados (como anos diferentes, estados ou grupos).

Ela serve para explicar o que cada cor, forma ou símbolo representa.

Exemplo:

■ 2023

■ 2024

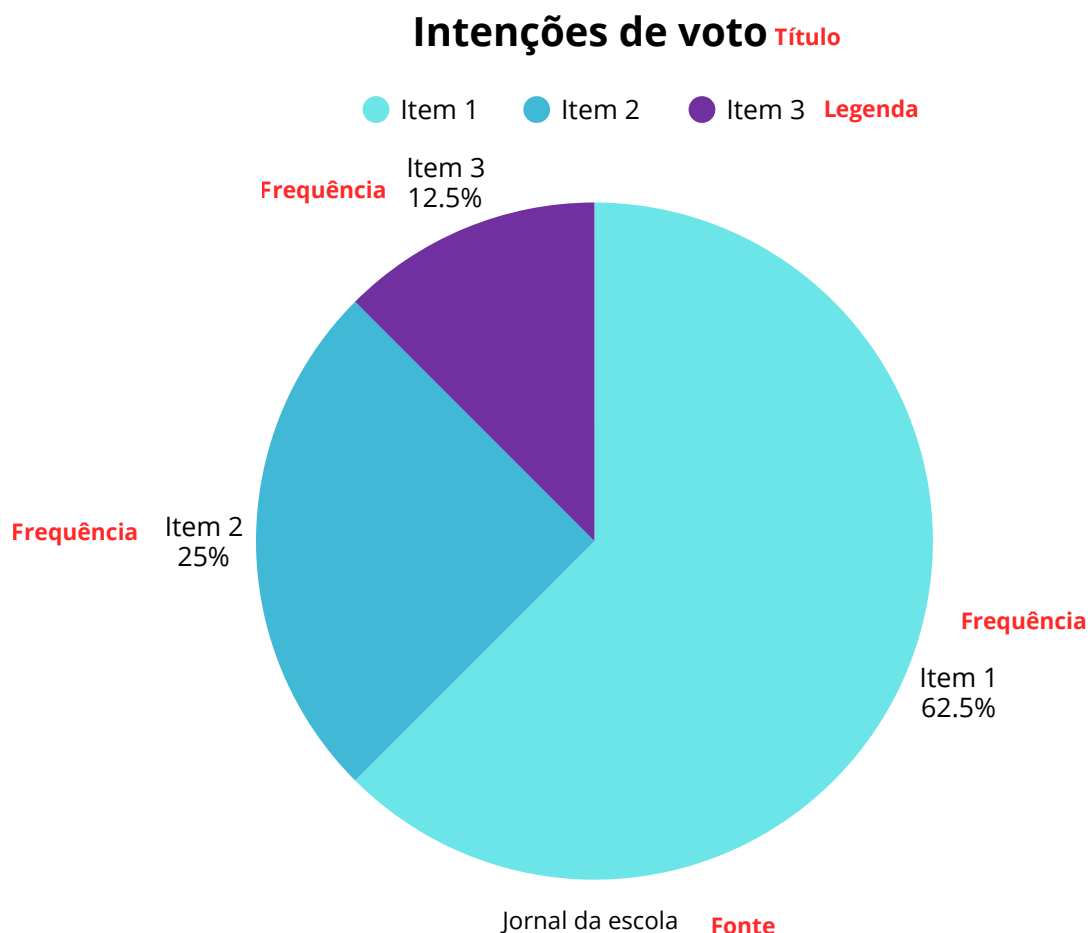
Fonte e data

Sempre que usamos dados reais, precisamos informar de onde vieram (fonte) e quando foram registrados (data).

Exemplo: **Fonte: PRF/ES – Dados de janeiro a julho de 2024**

Essas informações garantem que o gráfico é confiável e atualizado.

Abaixo temos um exemplo de gráfico completo, com todos os seus elementos destacados. Ele mostra o crescimento da população brasileira e argentina ao longo do tempo.





O QUE É UM GRÁFICO DE SETORES?

O **gráfico de setores**, também conhecido como **gráfico de pizza**, é uma forma visual de representar dados em forma de partes de um círculo. Cada “fatia” do gráfico representa uma porção proporcional do total, permitindo comparar as partes entre si e com o todo.

Esse tipo de gráfico é ideal para mostrar porcentagens ou proporções de um conjunto. Por exemplo, ele pode ser usado para representar a distribuição de gastos familiares, os tipos de acidentes mais comuns em uma cidade ou até as preferências de uma turma sobre esportes.

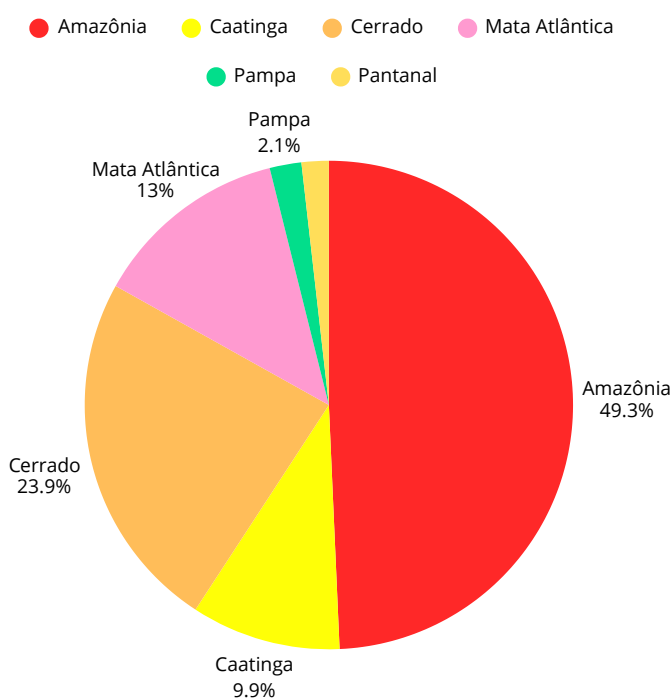


Design: Nahraya / Fonte: Canva

Quanto maior a fatia, maior é a frequência ou quantidade representada. Para isso, é necessário transformar os dados em frações ou porcentagens, e depois em ângulos que formam as fatias do círculo. Ler e interpretar um gráfico de setores envolve observar o tamanho das fatias, ler a legenda, verificar o título e entender o que está sendo comparado.

O gráfico de setores ao lado representa a distribuição da área dos biomas no território brasileiro. Cada fatia colorida mostra o percentual que cada bioma ocupa em relação ao total do país. Ao observar o gráfico, percebemos que a Amazônia é o maior bioma, ocupando 49,3% do território nacional, seguida pelo Cerrado, com 23,9%, e pela Mata Atlântica, com 13%. Os biomas com menor ocupação são o Pampa (2,1%) e o Pantanal, que aparece com uma fatia ainda menor. Para interpretar corretamente esse gráfico, é importante comparar os tamanhos das fatias, ler os rótulos percentuais e utilizar a legenda para identificar cada bioma representado.

Área dos biomas no território brasileiro



<https://brasilemsintese.ibge.gov.br/territorio.html>



COMO CONSTRUIR UM GRÁFICO DE SETORES

A construção de gráficos de setores requer conhecimentos que envolvem círculos, ângulos e proporcionalidade, conforme veremos na situação a seguir.

1. Organize os dados

Reúna os dados em uma tabela simples, indicando:

- os valores absolutos (quantidades),
- os nomes das categorias (ex: biomas, frutas, esportes, etc.).

2. Calcule o total

Some todos os valores para obter o total geral.

3. Calcule a porcentagem de cada categoria

Podemos calcular a porcentagem da seguinte fórmula:

$$Porcentagem = \frac{\text{valor da categoria}}{\text{total geral}} \cdot 100$$

Exemplo: se um item tem 25 de um total de 100, a porcentagem será:

$$Porcentagem = \frac{25}{100} \cdot 100 = 25\%$$

4. Calcule o ângulo de cada fatia

Como um círculo tem 360°, cada porcentagem deve ser convertida em um ângulo proporcional. Use a fórmula:

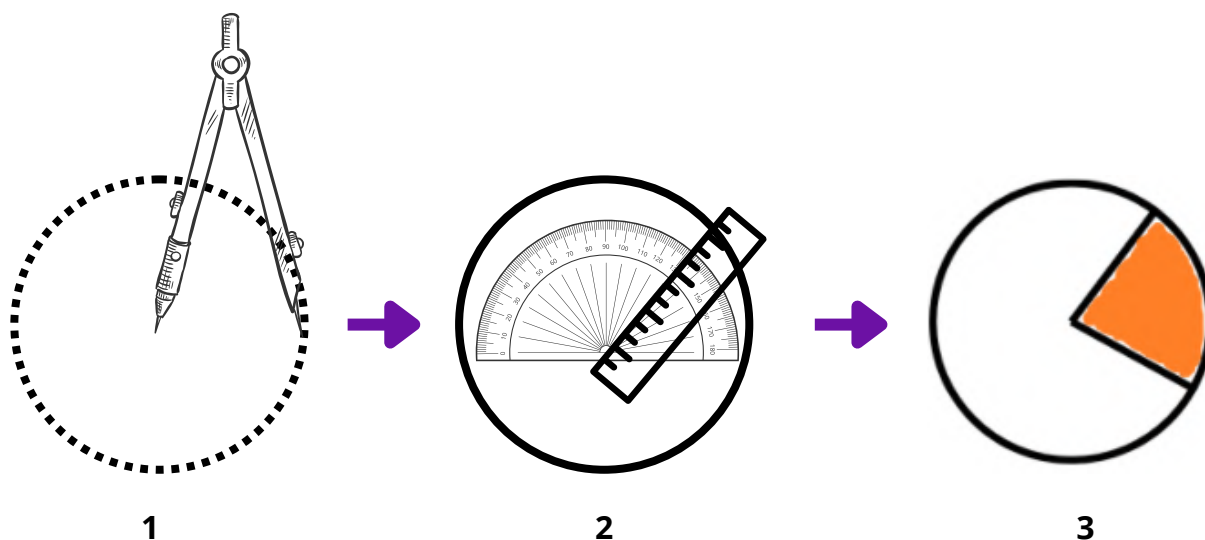
$$\hat{Ângulo} = \frac{\text{porcentagem}}{100} \cdot 360 \quad \Rightarrow \quad \hat{Ângulo} = \frac{25}{100} \cdot 360 = 90^\circ$$

Então, uma setor que tenha 25% da representação da frequência deve ter um ângulo de 90°.



5. Desenhe o gráfico

1. Com o compasso, desenhe um círculo.
2. Use um transferidor para marcar os ângulos centrais de cada fatia.
3. Escreva os nomes das categorias e, se possível, pinte com cores diferentes.
4. Inclua uma legenda e o título do gráfico.



EXEMPLO

A professora fez uma enquete com 20 alunos da turma perguntando:

“Qual o seu sabor de bolo preferido?”

Os resultados foram:

Sabor	Votos
Chocolate	8
Morango	5
Coco	4
Fubá	3

Vamos construir um gráfico de setor, com régua e compasso, para apresentar essas informações.



Total de votos: $8 + 5 + 4 + 3 = 20$

Cálculo das porcentagens:

$$\text{Chocolate} = \frac{8}{20} \cdot 100 = 40\%$$

$$\text{Coco} = \frac{4}{20} \cdot 100 = 20\%$$

$$\text{Morango} = \frac{5}{20} \cdot 100 = 25\%$$

$$\text{Fubá} = \frac{3}{20} \cdot 100 = 15\%$$

Cálculo dos ângulos:

$$\text{Chocolate} = 40\% \cdot 360^\circ = 144^\circ$$

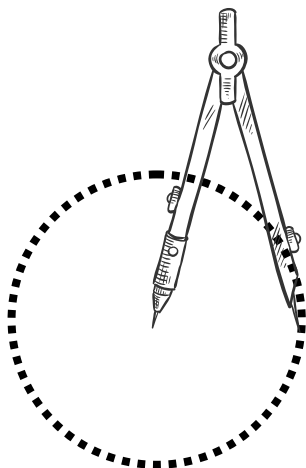
$$\text{Coco} = 20\% \cdot 360^\circ = 72^\circ$$

$$\text{Morango} = 25\% \cdot 360^\circ = 90^\circ$$

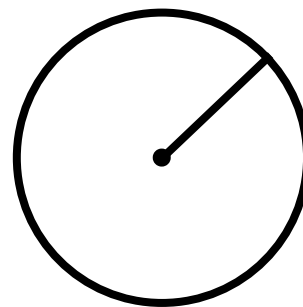
$$\text{Fubá} = 15\% \cdot 360^\circ = 54^\circ$$

Construindo o gráfico

1. Desenhe um círculo com o compasso.



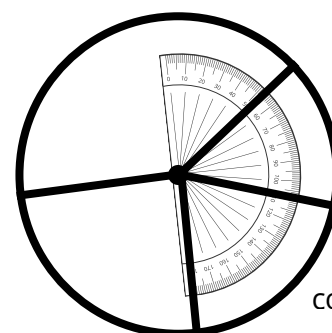
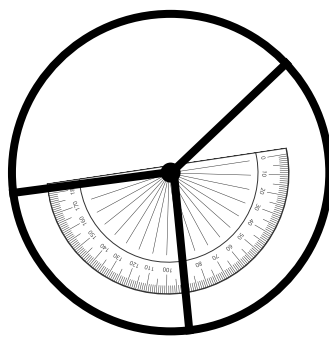
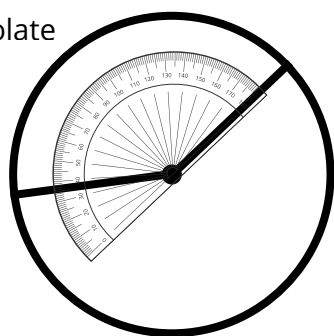
2. Trace um raio como linha inicial.



3. Meça e marque os ângulos:

- 144° para Chocolate,
- depois 90° para Morango,
- em seguida 72° para Coco,
- por fim 54° para Fubá.

chocolate



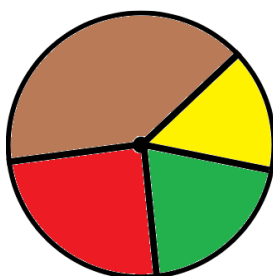
fubá

coco

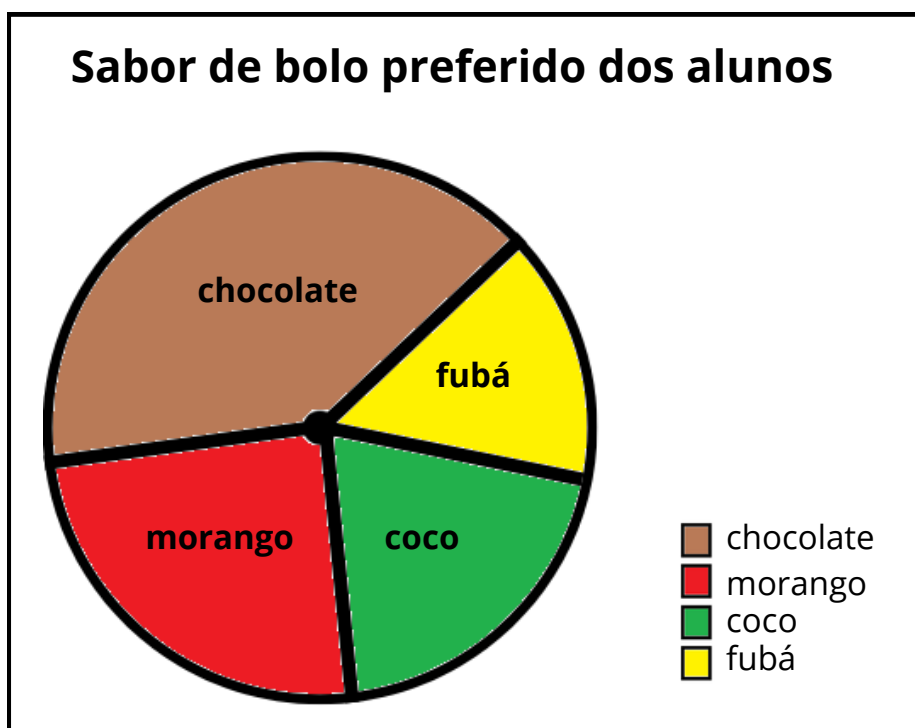
morango



4. Pinte cada setor com uma cor diferente.



5. Adicione o título e inclua a legenda com as cores e os sabores.



Exercícios Resolvidos



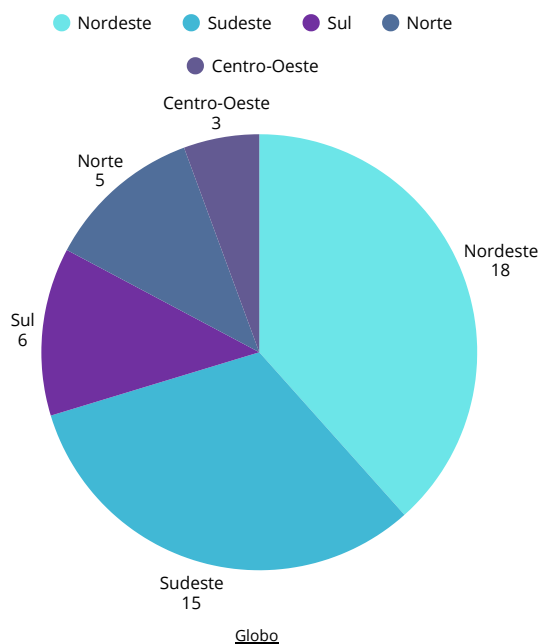
1) No gráfico de setores a seguir, está registrada a distribuição regional do número de pessoas que não acessava a internet em 2018. Analise os dados apresentados e faça o que se pede no caderno. Qual região tinha, em 2018, a maior quantidade de pessoas sem acesso à internet?

Resolução:

Região Nordeste.

Distribuição regional do nº de pessoas que não acessa a internet

Em milhões de pessoas: dados de 2018



2) A cantina de uma escola fez uma pesquisa com 40 estudantes para definir quais sucos naturais eles preferiam que fossem servidos durante o intervalo.

A) Qual é o percentual de estudantes que preferem suco de uva?

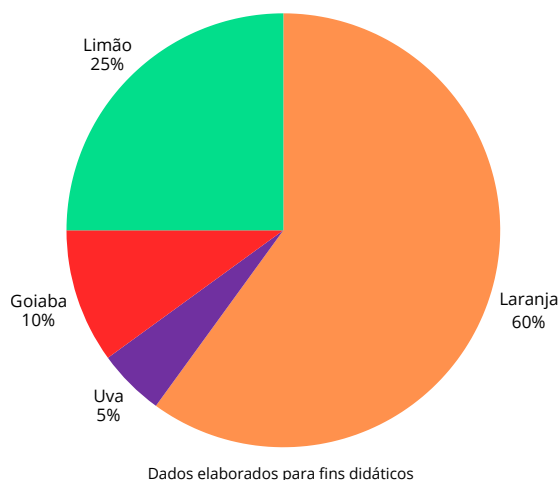
B) Quantos estudantes preferem suco de laranja?

Resolução:

A) 5%

B) $60\% \text{ de } 40 = 24$. Então, 24 estudantes preferem suco de laranja.

Sabores de suco





3) Na escola EEEFM José Teixeira Filho, em Ecoporanga, serão realizados torneios esportivos. Para isso, a diretoria fez uma pesquisa entre os estudantes perguntando: “Qual esporte você gostaria de incluir no torneio?”. Considere o resultado da votação de uma turma e responda no caderno.

Futebol: 16

Voleibol: 8

Handebol: 12

Basquete: 4

Construa um gráfico de setores com os dados da votação de uma turma da escola.

Resolução:

Vamos organizar os dados da votação.

Calcular o total de votos:

$$16 + 8 + 12 + 4 = 40$$

Calcular a porcentagem de cada esporte:

$$Futebol = \frac{16}{40} \cdot 100 = 40\% \quad Basquete = \frac{4}{40} \cdot 100 = 10\%$$

$$Voleibol = \frac{8}{40} \cdot 100 = 20\% \quad Handebol = \frac{12}{40} \cdot 100 = 30\%$$

Esporte	Votos
Futebol	16
Voleibol	8
Handebol	12
Basquete	4

Calcular o ângulo de cada fatia (lembrando que o círculo tem 360°):

$$Futebol = 40\% \cdot 360^\circ = 144^\circ$$

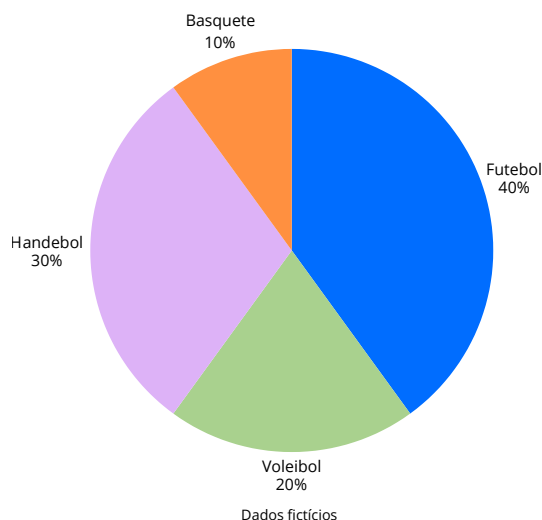
$$Voleibol = 20\% \cdot 360^\circ = 72^\circ$$

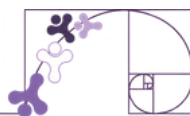
$$Handebol = 30\% \cdot 360^\circ = 108^\circ$$

$$Basquete = 10\% \cdot 360^\circ = 36^\circ$$

Com esses dados, agora você pode construir um gráfico de setores representando cada esporte com a fatia correspondente ao seu número de votos.

**Escolha dos esporte da escola
EEEFM José Teixeira Filho**



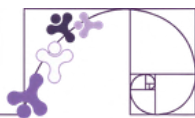


VÍDEO

Construção de gráfico de setores no google planilhas

<https://www.youtube.com/watch?v=nXtr3ixHOyE>





ATIVIDADE 1

Um departamento de trânsito de uma cidade realizou um levantamento sobre as causas de 1200 acidentes de automóveis ocorridos no último ano. Os dados foram organizados da seguinte forma:

Causa do Acidente	Número de Acidentes
Excesso de velocidade	420
Uso de celular ao volante	240
Ingestão de bebida alcoólica	180
Falta de atenção	240
Outros motivos	120

Construa um gráfico de setores que represente as causas dos acidentes.
Para isso:

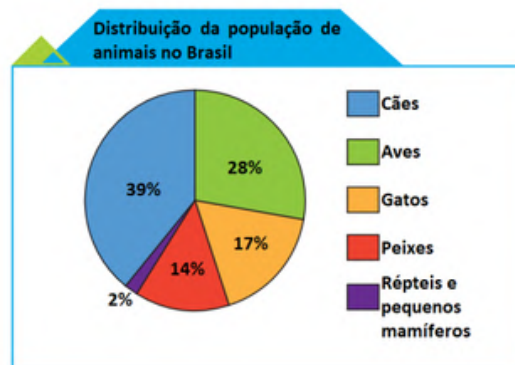
- Calcule a frequência relativa (em %) de cada causa.
- Calcule o ângulo central correspondente a cada setor do gráfico (lembrando que o círculo completo tem 360°).



ATIVIDADE 2

Sobre o gráfico de setores a seguir, assinale a alternativa **incorreta**.

- A) A população de cães é a maior entre os animais no Brasil.
- B) Se somarmos as porcentagens de cães e gatos vamos obter 67%.
- C) A menor população de animais se refere a répteis e pequenos mamíferos.
- D) Somando todas as porcentagens do gráfico de setores obteremos 100%.



Fonte: infograficos.gazetadopovo.com.br

ATIVIDADE 3

Assinale a alternativa que representa corretamente o gráfico de setores em relação à superfície dos cinco oceanos, conforme a tabela a seguir:

Oceano	Superfície , em milhões de km²
Pacífico	160
Atlântico	100
Índico	73
Antártico	40
Ártico	30

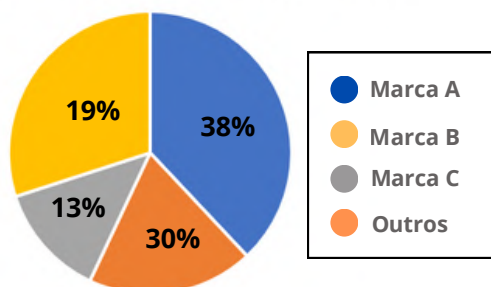
- A)
- B)
- C)
- D)



ATIVIDADE 4

O gráfico e a tabela a seguir apresentam as vendas de notebook por marca durante o ano de 2020. Porém, o gráfico contém algumas incoerências.

Vendas de notebook, por marca, em 2020



Vendas de notebook, por marca, em 2020

Marca	Quantidade (%)
A	38
B	19
C	13
D	11
E	11
F	8

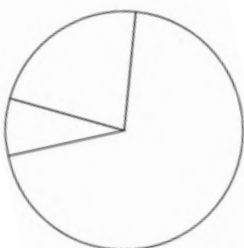
Observe rapidamente, o gráfico de setores. Aparentemente, a marca B vendeu mais notebooks que as marcas D, E e F juntas. Essa impressão é verdadeira? Se não for, que elementos visuais no gráfico podem ter sido usados para manipular ou distorcer a interpretação dos dados? Explique.

ATIVIDADE 5

Observe, na tabela a seguir, como a água doce é usada pelo ser humano.

Porcentagem	Como é usada
70	Agricultura
22	Indústria e energia
8	Uso doméstico

Insira as porcentagens correspondentes a cada setor do gráfico e pinte-o de acordo com a legenda.



- ☐ Uso doméstico
- ☐ Indústria e energia
- ☐ Agricultura



ATIVIDADE 6

A regularidade de atividades físicas é importante para uma vida saudável e as aulas de educação física contribuem para cultivar esses hábitos em crianças e adolescentes. Com o objetivo de saber se os alunos do 6º ano da sua escola participavam das aulas, Mariana fez uma pesquisa e obteve os dados da tabela abaixo:

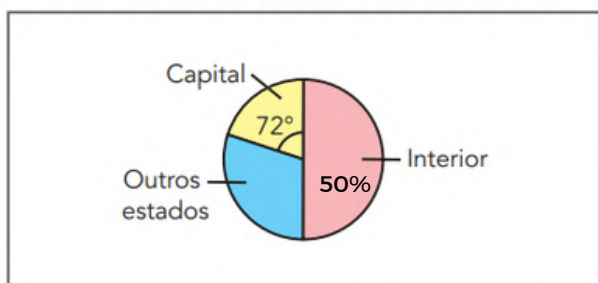
Regularidade nas aulas de Ed. Física	Porcentagem de alunos
Sempre	62,5%
Às vezes	25%
Nunca	12,5%

Sabendo que ela deseja divulgar essa pesquisa para comunidade escolar, construa um gráfico de setores com o auxílio da tabela para ilustrar os dados da pesquisa.

ATIVIDADE 7

No gráfico a seguir está representado o local de nascimento dos 800 funcionários de uma grande loja de departamentos da cidade de Vila Velha.

Local de nascimento dos funcionários



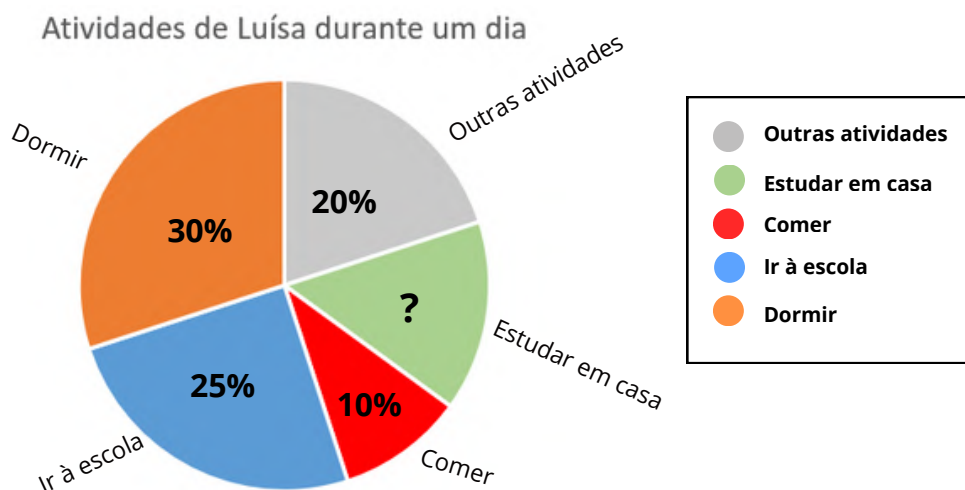
Fonte: Matemática e Realidade

Quantos funcionários nasceram em outros estados?



ATIVIDADE 8

Para mostrar quanto tempo gasta com suas atividades, Luísa construiu um gráfico de setores.

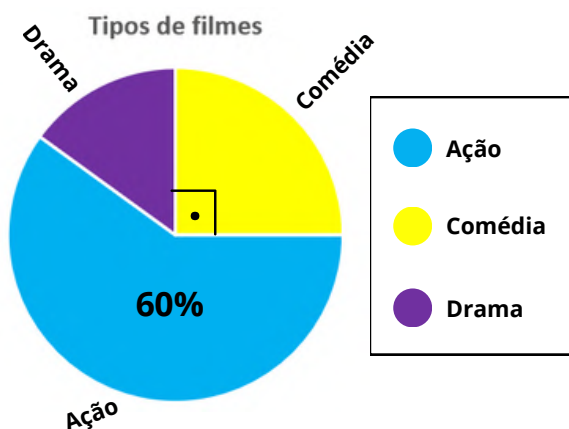


Quanto tempo do seu dia Luísa estuda em casa:

- A) 3 h B) 3 h 36 min C) 3 h 60min D) 4 h

ATIVIDADE 9

Uma pesquisa sobre gêneros de filmes preferidos foi feita com 120 pessoas. Os resultados foram representados em um gráfico de setores.



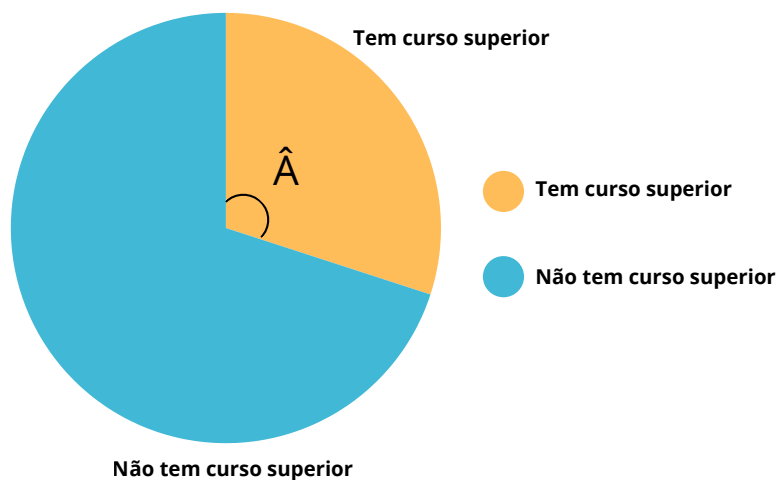
a) Qual é o valor do ângulo correspondente ao gênero Drama?

b) Quantas pessoas preferem o gênero Drama?



ATIVIDADE 10

(Vunesp) Em uma empresa há 18 empregados que têm curso superior e 42 que não têm curso superior. O gráfico a seguir representa essa relação entre esses dois grupos da empresa.



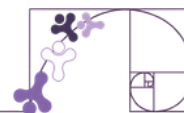
É correto afirmar que o ângulo $\hat{A}$ tem medida igual a:

A) 135°

B) 120°

C) 110°

D) 108°



MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

MÉDIA ARITMÉTICA

Vamos utilizar a situação a seguir para retomar e aprofundar o estudo sobre média aritmética.

A Padaria do Centro, em Vila Velha, deseja planejar melhor a produção de pão francês para evitar desperdícios e atender à demanda de seus clientes. Para isso, o gerente resolveu registrar, durante uma semana, a quantidade de pães vendidos por dia:

Dia da Semana	Pães Vendidos
Segunda	1 200
Terça	1 350
Quarta	1 500
Quinta	1 000
Sexta	1 800
Sábado	2 200
Domingo	1 900

Com esses dados, o gerente quer descobrir quantos pães são vendidos, em média, por dia.

Primeiro, ele somou a quantidade total de pães vendidos na semana:

$$1\,200 + 1\,350 + 1\,500 + 1\,000 + 1\,800 + 2\,200 + 1\,900 = 10\,950 \text{ pães}$$

Em seguida, dividiu esse total pelo número de dias observados (7):

$$10\,950 \div 7 = 1\,564,3 \text{ pães}$$

Assim, podemos dizer que, em média, a padaria vende cerca de 1 564 pães por dia. Essa **média** ajuda o gerente a planejar a produção diária, considerando também a amplitude das vendas, que mostra a variação entre o dia de menor e maior movimento.



Média aritmética de um conjunto de valores, ou simplesmente **média**, é a soma dos valores dados dividida pela quantidade deles. A média aritmética é uma medida de posição que busca representar resumidamente um conjunto de dados.

AMPLITUDE

Além da média, outro conceito importante para analisar um conjunto de dados é a amplitude.

A amplitude nos mostra a variação que existe entre os dados, ou seja, a diferença entre o maior e o menor valor do conjunto.

Na pesquisa da padaria, os dados de pães vendidos por dia foram:

Dia da Semana	Pães Vendidos
Segunda	1 200
Terça	1 350
Quarta	1 500
Quinta	1 000
Sexta	1 800
Sábado	2 200
Domingo	1 900

Maior valor: 2 200 pães (Sábado)

Menor valor: 1 000 pães (Quinta)

A amplitude é calculada assim:

$$\textit{Amplitude} = \textit{Maior valor} - \textit{Menor valor}$$

$$\textit{Amplitude} = 2\,200 - 1\,000 = 1\,200$$

Portanto, a amplitude é 1 200 pães, indicando que a diferença entre o dia de maior venda e o dia de menor venda é bem grande.



MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

A média aritmética ponderada é usada quando os valores que queremos analisar têm importâncias diferentes. Nesses casos, cada valor recebe um peso, que indica o quanto ele influencia na média final. Esse tipo de média é muito comum em avaliações escolares, em análises financeiras e em pesquisas, onde certos fatores são mais relevantes que outros.

Dependendo da importância atribuída a algum dado, podem ser associados a ele certos fatores de ponderação (pesos).

Para calcular a média ponderada, seguimos três passos:

1. Multiplicar cada valor pelo seu respectivo peso;
2. Somar todos os resultados;
3. Dividir essa soma pela soma dos pesos.

Imagine uma escola que calcula a nota final dos alunos usando pesos diferentes para cada tipo de avaliação:

Prova escrita: peso 3

Trabalho em grupo: peso 2

Participação em aula: peso 1

O aluno Lucas obteve as seguintes notas:

- Prova escrita: 8,0
- Trabalho em grupo: 7,0
- Participação: 6,0

Para calcular a média ponderada, multiplicamos cada nota pelo seu peso:

$$8,0 \cdot 3 + 7,0 \cdot 2 + 6,0 \cdot 1 = 24 + 14 + 6 = 44$$

Depois, somamos os pesos:

$$3 + 2 + 1 = 6$$

Por fim, dividimos a soma ponderada pela soma dos pesos:

$$44 \div 6 \approx 7,3$$

Portanto, a **média ponderada de Lucas é 7,3**, mostrando que as provas, por terem peso maior, influenciaram mais no resultado final do que a participação ou o trabalho em grupo.



PESQUISA CENSITÁRIA E AMOSTRAL

Para compreender melhor os dados estatísticos, é importante saber como eles são coletados. Duas maneiras comuns de realizar pesquisas são por meio de censo ou de amostra.

Uma pesquisa censitária acontece quando todos os elementos da população são analisados. Nesse tipo de pesquisa, nenhuma pessoa ou item fica de fora. O Censo Demográfico realizado pelo IBGE a cada dez anos é um bom exemplo: ele visita todas as casas do Brasil para contar e coletar informações de toda a população. A principal vantagem desse método é que ele fornece dados completos e detalhados, mas, por outro lado, exige mais tempo, recursos e trabalho para ser realizado.

Já uma pesquisa amostral estuda apenas uma parte da população, chamada de amostra, e utiliza esses dados para representar o grupo todo. Por exemplo, em vez de entrevistar todos os moradores de Vila Velha para saber quantas horas por dia usam o celular, podemos selecionar uma amostra de 500 pessoas que reflitam as características da cidade. Esse método é mais rápido e econômico, mas os resultados podem ter pequena margem de erro, já que nem todos os indivíduos foram entrevistados.

Saber quando usar o censo e quando usar a amostra é essencial. Pesquisas censitárias são indicadas quando precisamos de informações precisas sobre todos os indivíduos. Já pesquisas amostrais são ideais quando é necessário ter rapidez e praticidade, mantendo um bom nível de confiabilidade nos dados.

ORGANIZAÇÃO DE DADOS

Depois de coletar os dados em uma pesquisa, o próximo passo é organizar as informações para que elas possam ser analisadas de forma clara. A maneira mais comum de fazer isso é usando tabelas e gráficos de frequências.

As tabelas de frequências mostram como os dados estão distribuídos, indicando quantas vezes cada valor ou categoria aparece. Para que a tabela fique completa, ela deve ter título, que descreve o que está sendo analisado, e fonte, que indica de onde vieram os dados.

Além das tabelas, é muito útil transformar essas informações em gráficos, pois eles facilitam a visualização e a interpretação. Um dos tipos mais usados é o gráfico de setores, também conhecido como gráfico de pizza. Ele permite comparar partes de um todo, mostrando de forma clara qual categoria tem maior ou menor frequência. Para que o gráfico fique correto, é importante incluir título, legenda e, quando necessário, a fonte dos dados.



Por exemplo, se a turma do 7º ano realizou uma pesquisa sobre o lanche preferido dos alunos da escola, a tabela pode mostrar quantos alunos escolheram cada opção. Como na tabela abaixo:

Lanche	Quantidade de alunos
Pão de queijo	12
Sanduíche	8
Salgadinho	5
Fruta	3
Bolo	7

Total de alunos entrevistados: 35

Com os dados organizados, podemos transformá-los em um gráfico de setores para visualizar melhor as preferências:

Calculamos o percentual de cada lanche:

$$\text{Pão de queijo: } \frac{12}{35} \approx 34\%$$

$$\text{Fruta: } \frac{3}{35} \approx 9\%$$

$$\text{Sanduíche: } \frac{8}{35} \approx 23\%$$

$$\text{Bolo: } \frac{7}{35} \approx 20\%$$

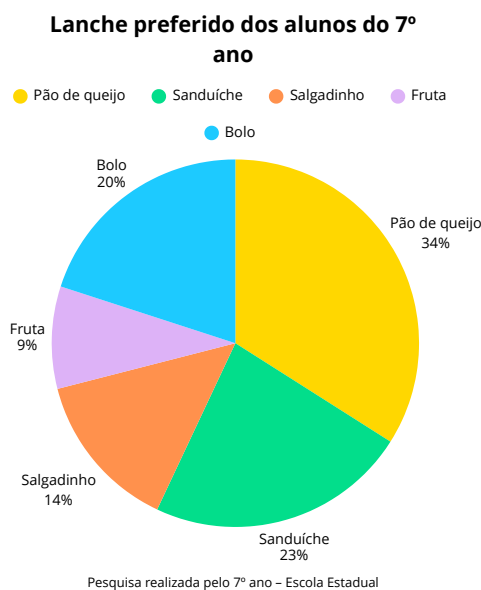
$$\text{Salgadinho: } \frac{5}{35} \approx 14\%$$

Representamos os dados no gráfico de setores (pizza), indicando título, legenda e fonte.

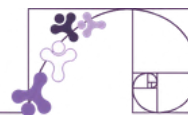
Podemos construir o gráfico de setor, conforme vimos no material da quinzena 21.

A pesquisa mostra que o pão de queijo é o lanche mais popular, escolhido por 34% dos alunos. O salgadinho e a fruta foram as opções menos escolhidas, juntas representando apenas 23% das respostas.

Esses resultados indicam que, em eventos escolares, seria interessante priorizar a compra de pão de queijo e sanduíches, já que são as preferências da maioria.



Exercícios Resolvidos



1) O quadro mostra a receita em reais obtida por duas lojas com a venda de hortaliças e verduras orgânicas ao longo de uma semana.

Dia	Loja A	Loja B
Segunda-feira	95	130
Terça-feira	100	124
Quarta-feira	130	110
Quinta-feira	105	98
Sexta-feira	170	170
Sábado	180	156

Calcule no caderno a média diária e a amplitude da receita de cada uma dessas lojas nessa semana.

Resolução:

Vamos calcular a média diária e amplitude de cada loja:

Loja A

Receita total: $95 + 100 + 130 + 105 + 170 + 180 = 780,00$

Média diária: $780 \div 6 = 130,00$

Amplitude: maior valor – menor valor = $180 - 95 = 85,00$

Loja B

Receita total: $130 + 124 + 110 + 98 + 170 + 156 = 788,00$

Média diária: $788 \div 6 \approx 131,33$

Amplitude: maior valor – menor valor = $170 - 98 = 72,00$



2) As notas do 1º, 2º e 3º trimestres de Matemática obtidas por Rui foram, respectivamente, 5, 7 e 9.

A) Determine a média aritmética das notas de Rui;

B) Qual é a média ponderada das notas de Rui, sendo os pesos das notas do 1º, 2º, 3º trimestre, respectivamente, 1, 2 e 3.

Resolução:

A) Para calcular a média aritmética, somamos todas as notas e dividimos pelo número de trimestre:

$$Média = \frac{5 + 7 + 9}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

A média aritmética de Rui é 7.

B) Os pesos são: 1, 2 e 3. Multiplicamos cada nota pelo seu peso e somamos os resultados:

$$(5 \cdot 1) + (7 \cdot 2) + (9 \cdot 3) = 5 + 14 + 27 = 46$$

Somamos os pesos:

$$1 + 2 + 3 = 6$$

Calculamos a média ponderada:

$$Média\ ponderada = \frac{46}{6} \approx 7,67$$

A média ponderada de Rui é 7,67.



3) A cantina de uma escola fez uma pesquisa com 40 estudantes para definir quais sucos naturais eles preferiam que fossem servidos durante o intervalo. Quantos estudantes preferem suco de laranja?



Resolução:

A cantina da escola realizou uma pesquisa com 40 estudantes para saber os sabores de suco preferidos. O gráfico de setores mostra que 60% dos alunos preferem suco de laranja. Para descobrir quantos estudantes isso representa, basta calcular 60% de 40:

$$\text{Número de alunos} = 60\% \cdot 40$$

$$\text{Número de alunos} = 0,6 \cdot 40$$

$$\text{Número de alunos} = 24$$

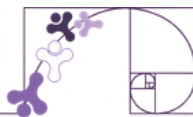
24 estudantes preferem suco de laranja.



PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o Ensino Fundamental – Anos Finais, apresenta, no componente curricular Matemática, as Práticas Experimentais de Matemática, que têm como finalidade fomentar o processo de ensino e aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, do pensamento crítico e da compreensão e aplicação da lógica matemática no cotidiano.

Nesse contexto, seu(sua) professor(a) conduzirá você e sua turma em uma prática experimental de Matemática, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais dinâmica e participativa. A proposta busca evidenciar que o conhecimento matemático está presente em diversas situações do dia a dia e que aprender de forma colaborativa torna esse processo mais significativo e interessante.



ATIVIDADE 1

Durante o feriado de Corpus Christi, é tradição em muitas famílias capixabas preparar a torta capixaba, um prato típico que leva diversos ingredientes, como bacalhau, siri, camarão e palmito — um dos mais valorizados nesta época. Com o objetivo de entender o quanto esse ingrediente é utilizado, foi realizada uma pesquisa amostral com 17 residências de um bairro de Vitória (ES).



Design: Romulo Gomes Queiroz / Fonte: canva

Em cada casa, foi perguntado quantas gramas de palmito costumam ser utilizadas na preparação da torta capixaba durante o feriado. Os dados obtidos (em gramas) foram os seguintes:

400, 350, 500, 450, 300, 700, 400, 600, 550, 450, 300, 350, 500, 400, 450, 600, 700
--

Com base na pesquisa:

a) Calcule a média do consumo de palmito (em gramas) por residência.

b) Qual é a amplitude do conjunto de dados?



ATIVIDADE 2

Classifique como PE (Pesquisa Censitária) ou PA (Pesquisa Amostral)

Leia as situações abaixo e escreva PE ou PA conforme o tipo de pesquisa:

- () O IBGE realiza o Censo Demográfico entrevistando todos os moradores do país.
- () Uma escola quer saber a opinião dos alunos sobre a merenda e aplica um questionário a 30 estudantes escolhidos aleatoriamente.
- () Uma empresa realiza uma pesquisa de satisfação com todos os seus funcionários.
- () Um instituto de pesquisa entrevista 2 mil pessoas para estimar a intenção de voto para as eleições nacionais.
- () Um hospital analisa o histórico médico de todos os pacientes internados no último ano.

ATIVIDADE 3

Um professor fez uma pesquisa de idades em uma turma do ensino médio, composta por 15 alunos, e obteve os seguintes resultados:

15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 14, 16, 16, 16, 17, 17, 18, 18

Qual é a amplitude das idades dos alunos dessa sala de aula?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4



ATIVIDADE 4

Em uma pesquisa realizada, 450 pessoas responderam “sim” à pergunta feita, 320 responderam “não”, e 40 pessoas não responderam à pergunta. Na construção de um gráfico de setor (também conhecido como gráfico de pizza) para representar os dados obtidos nessa pergunta, o setor circular correspondente às respostas “sim” deverá ter ângulo medindo:

- A) 170° B) 180° C) 190° D) 200°

ATIVIDADE 5

Três robôs passaram por testes e cada um recebeu uma nota variando de 0 a 10 para cada teste. A fim de observar melhor o desempenho deles, construa um gráfico de setores para a média das notas de cada robô.

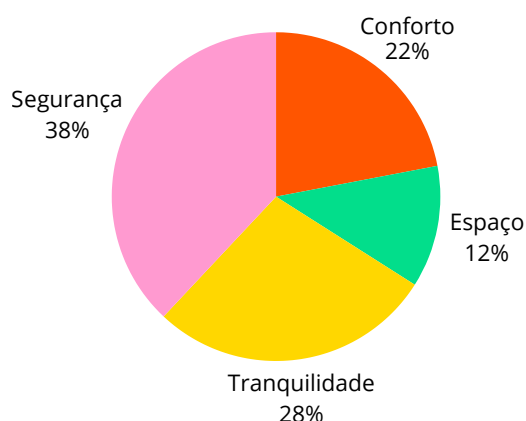
Robô	Notas
Robô 1	9; 8; 9; 9; 8; 10; 9; 10;
Robô 2	4; 5; 5; 6; 6; 7; 7; 8;
Robô 3	4; 3; 5; 4; 6; 2; 1; 7;



ATIVIDADE 6

Em uma pesquisa onde 2673 pessoas foram entrevistadas com o seguinte questionamento: O que leva as pessoas a se mudarem para os condomínios fechados fora das grandes cidades? As respostas foram organizadas no gráfico a seguir. Após análise do gráfico, pode-se afirmar que, aproximadamente:

- A) 321 pessoas mudam devido ao conforto
- B) 588 pessoas mudam devido à tranquilidade
- C) 749 pessoas mudam devido ao espaço
- D) 1 016 pessoas mudam devido à segurança



ATIVIDADE 7

(ENEM) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinete V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual.

As empresas que este investidor escolhe comprar são:

- A) Balas W e Pizzaria Y
- B) Chocolates X e Tecelagem Z
- C) Pizzaria Y e Alfinetes V
- D) Pizzaria Y e Chocolates X



ATIVIDADE 8

(ENEM - Adaptada) A amplitude é uma medida estatística que detecta a variabilidade dos dados de uma amostra. Ela pode ser utilizada como critério de qualidade da produção na indústria de peças, indicando, por exemplo, a necessidade do descarte de um lote defeituoso. Uma fábrica analisou cinco unidades de cada um dos cinco lotes da produção de um tipo de peça que, por projeto, devem ter comprimento igual a 10 cm. As medidas, em centímetro, dessas unidades estão distribuídas a seguir:

- **lote I:** 9,80; 10,30; 10,30; 10,30 e 10,30; • **lote II:** 10,55; 10,58; 10,58; 10,60 e 10,60;
- **lote III:** 9,80; 9,80; 10,00; 10,00 e 10,20; • **lote IV:** 9,90; 9,90; 9,90; 10,20 e 10,20;

Foi determinado o descarte do lote que apresentasse a maior amplitude. De acordo com o critério adotado, a fábrica descartará o lote:

- A) I B) II C) III D) IV

ATIVIDADE 9

Durante um ano letivo, um professor de matemática realizou cinco testes com seus alunos. João, um dos alunos, obteve notas 7, 8, 7, 9 e **x** no último teste. A média aritmética das notas de João nos cinco testes foi de 8. Sabendo que a nota **x** é um número inteiro, qual é o valor de **x**?

- A) 10 B) 9 C) 7 D) 6



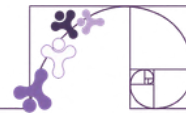
ATIVIDADE 10

Na disciplina de Matemática de uma escola estadual, o professor estabeleceu que os alunos fariam 3 provas, P1, P2 e P3, com os seguintes pesos: P1 com peso 2, P2 com peso 3 e P3 com peso 5. Considerando que a média para aprovação é 6,0, se um aluno obteve as seguintes notas:

P1: 4,0

P2: 6,0

Qual será a nota mínima necessária na P3 para que o aluno seja aprovado?



ESTUDO DE CASO: INVESTIGANDO O USO DE CELULAR ENTRE ESTUDANTES

A professora Ana havia lido uma reportagem sobre o tempo que crianças passam usando celular. Em uma pesquisa com **crianças brasileiras de 10 a 12 anos**, apareceu um dado que chamou sua atenção: uma parte significativa delas passa várias horas por dia utilizando o smartphone.

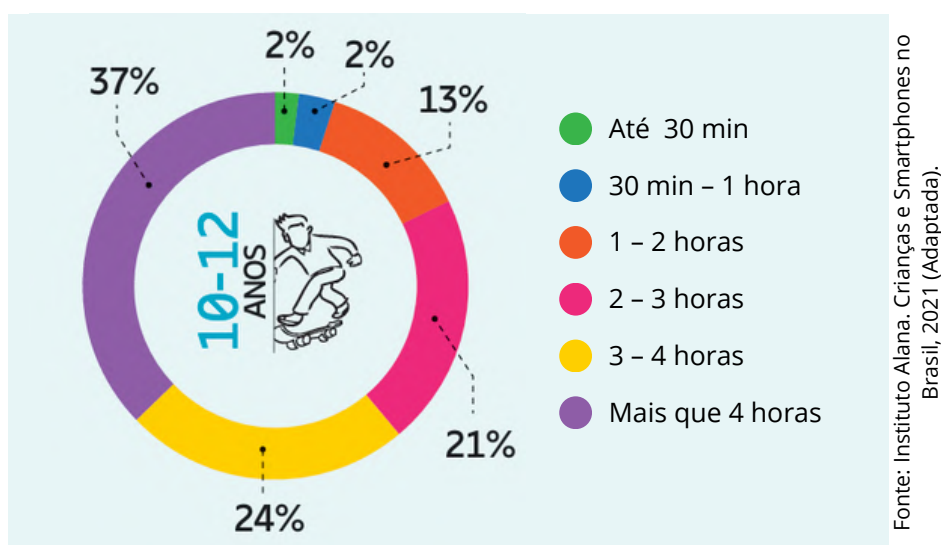


Gráfico em setores do tempo de uso de celular por crianças de 10 a 12 anos.

Curiosa para saber se os hábitos de seus alunos eram parecidos com os observados nessa pesquisa, ela decidiu investigar a situação em sua própria escola.

Ela aplicou um pequeno questionário em **três turmas do 7º ano**, perguntando:

Em média, quanto tempo por dia você usa o celular?

Para facilitar uma comparação posterior com dados externos, a professora utilizou faixas de tempo semelhantes às usadas em pesquisas sobre o tema.



Design: Sketchify Education / Fonte: Canva



Turma	Até 30 min	De 30 min a 1 hora	1 - 2 horas	2 - 3 horas	3 - 4 horas	Mais que 4 horas
A (30 alunos)	0	5	8	7	6	4
B (30 alunos)	1	2	9	8	5	5
C (30 alunos)	1	1	6	9	7	6

Tabela 1 – Levantamento do tempo diário de uso de celular entre estudantes do 7º ano.

Fonte: levantamento realizado pela turma e pela professora na escola.

Ao observar os dados, os próprios alunos começaram a perceber algumas diferenças entre as turmas.

Por exemplo:

- Não há nenhum aluno na Turma A que use menos de 30 minutos diários.
- Na Turma C, há mais estudantes nas faixas acima de 3 horas de uso diário.

TRANSFORMANDO EM PORCENTAGEM

Para comparar os resultados da escola com dados de pesquisas maiores, os alunos transformaram os valores da tabela em porcentagens.

Pesquisas estatísticas geralmente apresentam seus resultados dessa forma, pois isso facilita a comparação entre grupos diferentes.

Como cada turma possui 30 alunos, é possível calcular a porcentagem correspondente a cada categoria, como vimos anteriormente, dividindo o número de respostas por 30 e, em seguida, multiplicando o resultado por 100. Por exemplo, como 5 alunos da turma A usam o celular entre 30 minutos e 1 hora, podemos calcular a porcentagem como:

$$\frac{5}{30} \times 100 = \frac{500}{30} \approx 17\%$$



Assim, produzimos a tabela a seguir, juntamente com os dados da pesquisa de referência, para que possamos compará-los.

Turma	Até 30 min	De 30 min a 1 hora	1 – 2 horas	2 – 3 horas	3 – 4 horas	Mais que 4 horas
A (30 alunos)	0%	17%	27%	23%	20%	13%
B (30 alunos)	3%	7%	30%	27%	17%	17%
C (30 alunos)	3%	3%	20%	30%	23%	20%
Pesquisa	2%	2%	13%	21%	24%	37%

Tabela 2 – Comparação entre as turmas da escola e uma pesquisa de referência.

Fonte: levantamento realizado pela turma e pela professora na escola.

ANALISANDO OS RESULTADOS

Ao comparar os dados das três turmas com os dados da pesquisa de referência, algumas observações podem ser feitas:

- Nas turmas da escola, poucos alunos utilizam o celular menos de 1 hora por dia, resultado semelhante ao da pesquisa, que também apresenta porcentagens baixas nessas categorias.
- Na faixa entre 1 e 2 horas por dia, as três turmas apresentam valores mais altos do que os observados na pesquisa. Isso indica que muitos alunos da escola utilizam o celular por um tempo intermediário durante o dia.
- Entre 2 e 4 horas de uso diário, os valores das turmas são relativamente próximos aos da pesquisa, mostrando um comportamento semelhante nessa faixa de tempo.
- A maior diferença aparece na categoria mais de 4 horas por dia. Na pesquisa de referência, 37% das crianças utilizam o celular por mais de 4 horas, enquanto nas turmas analisadas os valores foram menores: 13% na Turma A, 17% na Turma B e 20% na Turma C.



De modo geral, os resultados indicam que os alunos das turmas pesquisadas parecem utilizar o celular por menos tempo do que o observado na pesquisa de referência, principalmente nas faixas de uso mais elevado.

REPRESENTANDO OS DADOS EM GRÁFICOS DE PIZZA NO GOOGLE PLANILHAS

Durante a aula de Matemática, depois de organizarem os dados sobre como os alunos chegam à escola, um dos estudantes teve uma ideia: “E se a gente transformasse esses números em um gráfico direto no computador?”. Ele sugeriu usar o Google Planilhas para criar um gráfico de setores, pois assim ficaria fácil visualizar qual meio de transporte era mais utilizado pelos colegas. Ele usou o seguinte passo a passo para fazer.

1. Abra o Google Planilhas

Acesse [Google Planilhas](https://docs.google.com/spreadsheets/u/0/) e crie uma nova planilha em branco: <https://docs.google.com/spreadsheets/u/0/>

2. Abra uma nova planilha

Clique na planilha em branco



3. Digite os dados da pesquisa

Na linha 1 da planilha, escreva os títulos das colunas, que representam a turma analisada e as faixas de tempo de uso do celular. Assim, teremos: **“Turma”, “Até 30 min”, “De 30 min a 1 hora”, “1 – 2 horas”, “2 – 3 horas”, “3 – 4 horas” e “Mais que 4 horas”**.

A partir da linha 2, iremos preencher a tabela com as informações coletadas, resultando na seguinte tabela.

A	B	C	D	E	F	G
Turma	Até 30 min	De 30 min a 1 hora	1 – 2 horas	2 – 3 horas	3 – 4 horas	Mais que 4 horas
A (30 alunos)	0%	17%	27%	23%	20%	13%
B (30 alunos)	3%	7%	30%	27%	17%	17%
C (30 alunos)	3%	3%	20%	30%	23%	20%
Pesquisa	2%	2%	13%	21%	24%	37%

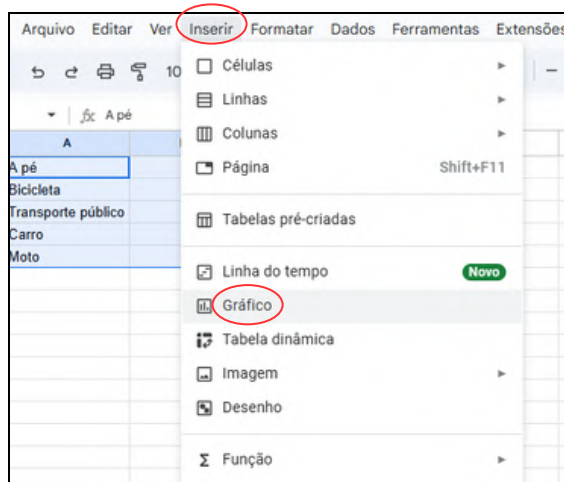


4. Selecione os dados

Clique e arraste para selecionar todos os dados preenchidos, incluindo cabeçalho.

5. Gere um gráfico para os dados selecionados

No painel superior clique em **Inserir**. Depois clique em **Gráfico**.



6. Mude para gráfico de pizza

Em **Configuração**, tenha certeza de que a opção **Tipo de Gráfico** está em **Gráfico de pizza**.



7. Selecione o conjunto de dados

Ainda em **Configuração**, no menu **Valor** selecione o conjunto de dados que deseja gerar o gráfico: A, B, C ou Pesquisa.



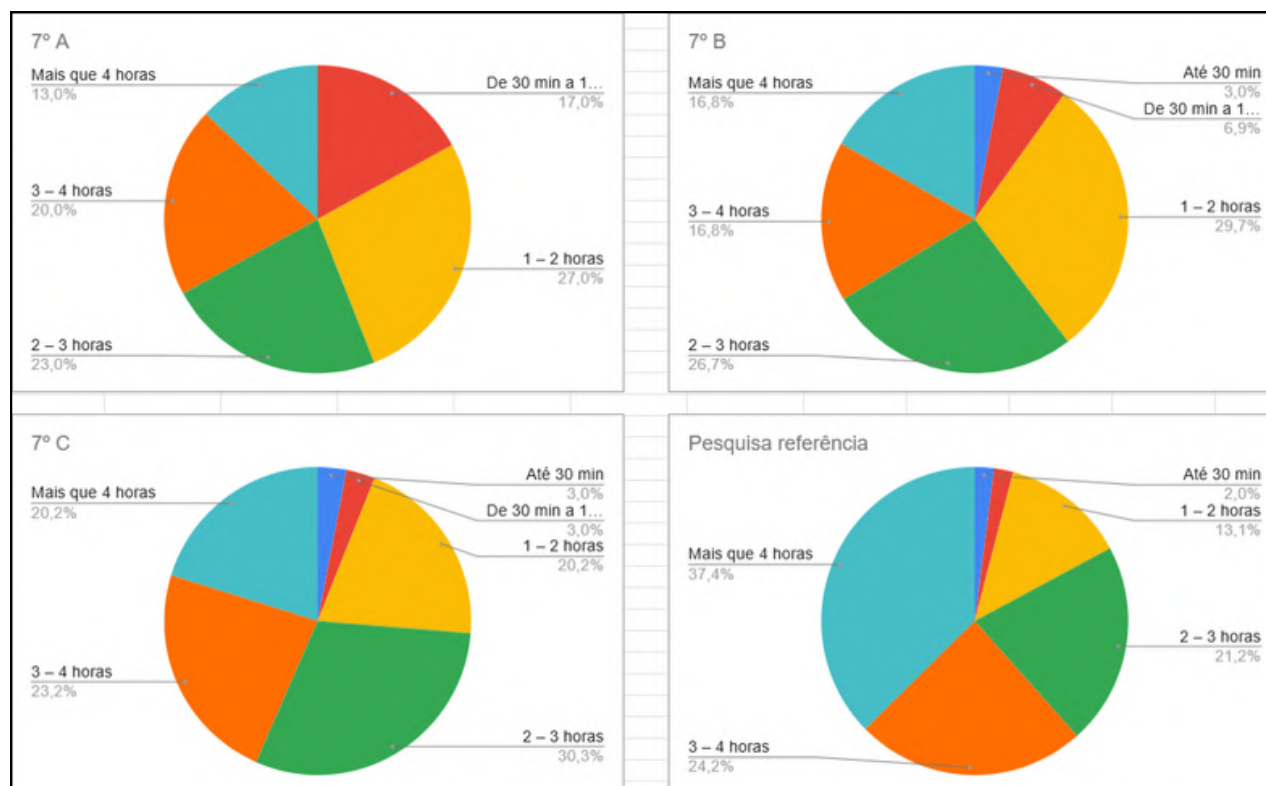
8. Personalizar

Na aba personalizar podemos colocar títulos, mudar o estilo do gráfico, as cores e muitas outras características.





Por fim, os gráficos ficaram assim:



DESENVOLVENDO UM SITE NO CANVA PARA APRESENTAR A PESQUISA À COMUNIDADE ESCOLAR

Após coletarem os dados, organizarem as tabelas e construírem os gráficos de setores, os alunos perceberam que seria interessante **compartilhar os resultados da pesquisa com outras pessoas da escola**. Assim, todos poderiam conhecer os hábitos de uso do celular entre os estudantes e comparar esses dados com os resultados da pesquisa de referência.

Durante a aula, um dos alunos sugeriu uma ideia:

“E se a gente criasse um site simples para mostrar nossa pesquisa?”

A turma gostou da proposta, pois um site permitiria **apresentar os gráficos, as tabelas e as conclusões da pesquisa de forma organizada e visual**. Além disso, outras turmas, professores e até familiares poderiam acessar o material.

Para isso, os alunos decidiram utilizar o **Canva**, uma ferramenta digital que permite criar apresentações, páginas e até pequenos sites de maneira simples e intuitiva.

A seguir, veremos um passo a passo de como utilizar o Canva para desenvolver um site simples que apresente os resultados da pesquisa realizada pelos estudantes.



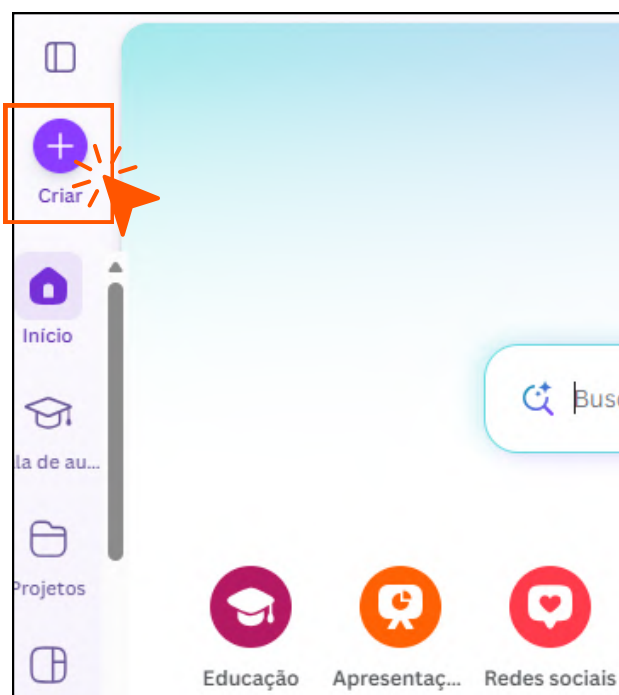
Passo 1: acessar o Canva

- Acesse o site do Canva através do endereço eletrônico www.canva.com.
- Faça login utilizando sua conta Google.

Caso você tenha interesse em utilizar recursos adicionais semelhantes aos disponíveis na versão Pro, utilize seu e-mail institucional da rede pública estadual de ensino do Espírito Santo (SEDU-ES). Ao fazer login com esse e-mail, você poderá ter acesso ao Canva Educação, que disponibiliza mais ferramentas e uma biblioteca ampliada de imagens, vídeos e elementos gráficos.



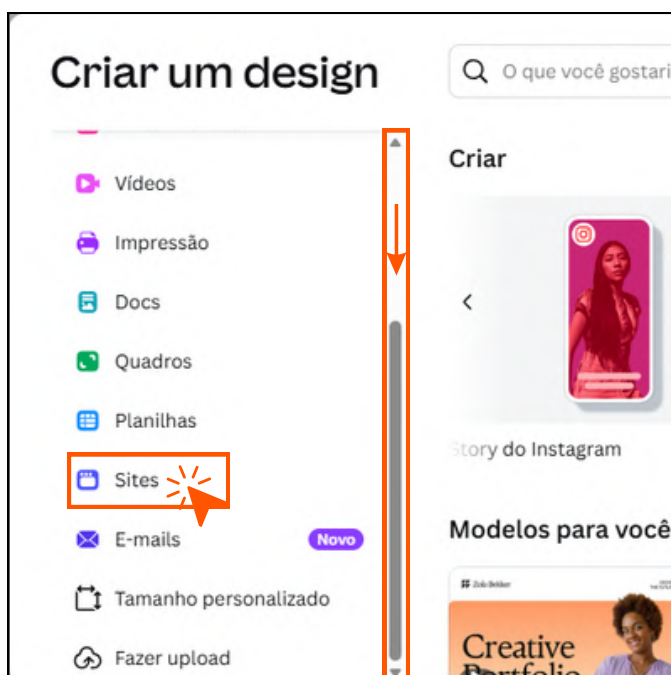
Passo 2: criar um novo projeto



- Na tela inicial do Canva, localize os ícones na lateral esquerda.
- Clique no botão "+" com a legenda "Criar" para iniciar um novo projeto no Canva.



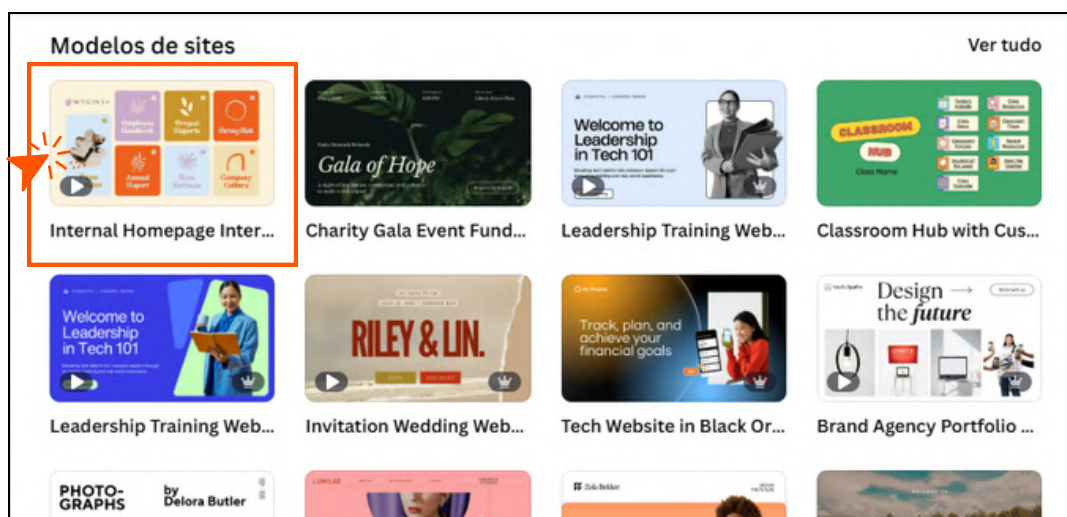
Passo 3: selecionar o tipo de projeto



- Ao clicar em “Criar”, será aberta a janela “Criar um design”.
- Utilize a barra de rolagem para localizar a opção “Sites” e clique nela para iniciar a criação de um site.

Passo 4: escolher um modelo de site

Escolha um modelo que sirva como base para o seu projeto. Ao selecioná-lo, o Canva cria uma cópia do modelo na sua conta, permitindo que você edite textos, imagens e outros elementos para apresentar os dados e resultados da pesquisa.

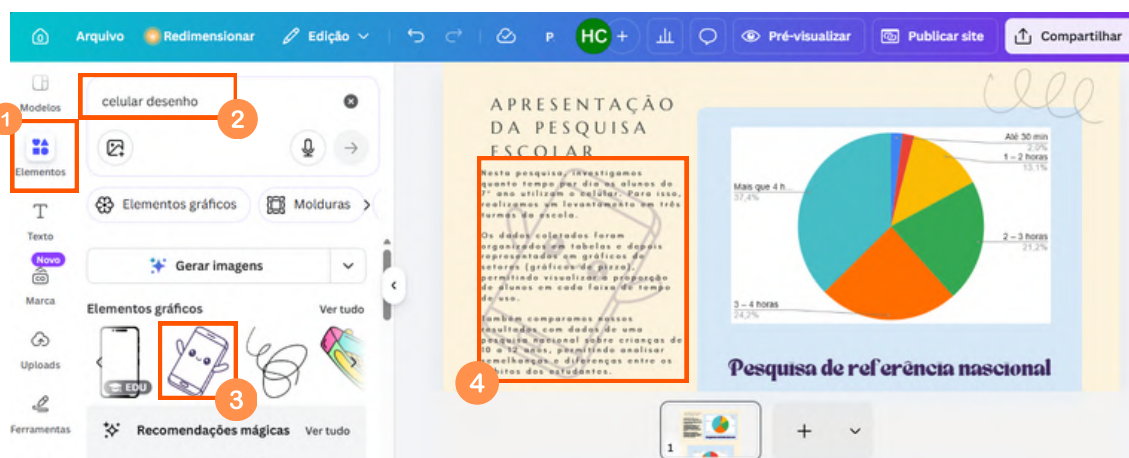




Passo 5: editar o conteúdo do site

Depois de escolher o modelo, é possível começar a editar as informações da página.

Os alunos podem inserir títulos, textos, imagens, tabelas e gráficos utilizando o menu lateral do Canva. Nesse espaço, podem ser apresentados os resultados da pesquisa, os gráficos produzidos e as conclusões obtidas pela turma.



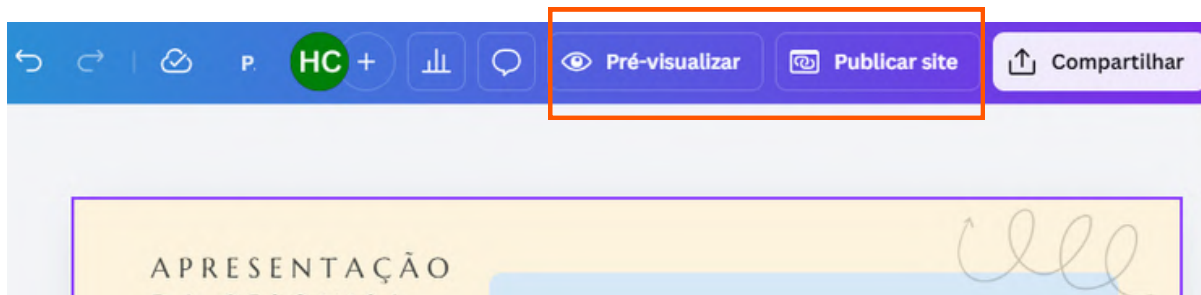
Passo 6: escolher um modelo de site

Depois de terminar a edição do site, é recomendável pré-visualizar a página para verificar se todas as informações estão organizadas corretamente.

Para isso, clique no botão “Visualizar” (ou “Pré-visualizar”), localizado na parte superior da tela. Assim será possível ver como o site ficará para quem acessar o link.

Se estiver tudo correto, clique no botão “Publicar site”, também localizado na parte superior da tela.

O Canva irá gerar um link de acesso, que poderá ser compartilhado com outras pessoas da escola, permitindo que professores, alunos e familiares conheçam os resultados da pesquisa.





PROPOSTA DE ATIVIDADE

Agora é com vocês!

Com base no estudo de caso apresentado, vocês deverão realizar uma pesquisa semelhante, seguindo as etapas que aprendemos ao longo deste material.

Primeiro, escolham um tema simples para investigar, como tempo de uso do celular, meio de transporte utilizado para chegar à escola ou atividades realizadas no tempo livre.

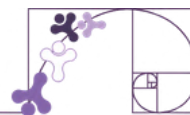
Em seguida, definam categorias de resposta para organizar os dados. Depois, realizem a pesquisa com os colegas e registrem as respostas em uma tabela de números absolutos.

Após isso, transformem os dados em porcentagens, dividindo o número de respostas pelo total de alunos e multiplicando o resultado por 100.

Com os dados organizados, utilizem o Google Planilhas para construir gráficos de setores (gráficos de pizza), facilitando a visualização das informações.

Por fim, organizem os resultados da pesquisa em uma forma de apresentação, como um cartaz, uma apresentação digital ou um site desenvolvido no Canva, incluindo as tabelas, os gráficos e as conclusões obtidas pela turma. Dessa forma, vocês poderão compartilhar os resultados da investigação com a comunidade escolar.

Exercícios Resolvidos



1) Durante a aula de Matemática, a professora pediu que os alunos realizassem uma pesquisa na internet sobre vacinação infantil no Brasil, para compreender a importância da imunização e como ela tem avançado nos últimos anos.

Após pesquisar, os alunos encontraram os seguintes dados sobre a cobertura vacinal em 2023 para algumas vacinas importantes entre crianças menores de 1 ano:

- BCG (tuberculose): 2 800 000 crianças vacinadas;
- Poliomielite (paralisia infantil): 2 520 000 crianças vacinadas;
- Tríplice viral (sarampo, caxumba e rubéola): 2 310 000 crianças vacinadas;
- Pentavalente (difteria, tétano, coqueluche, hepatite B e haemophilus): 2 100 000 crianças vacinadas;
- Febre amarela: 1 470 000 crianças vacinadas.

Dados fictícios, criados apenas para fins pedagógicos.

Leia atentamente os dados, transforme os números em porcentagens em relação ao total de crianças vacinadas e depois construa um gráfico de setores para representar visualmente a cobertura vacinal.

Por fim, elabore uma conclusão explicando:

Qual vacina teve a maior aplicação? Qual teve a menor? O que esses números podem indicar sobre a importância das campanhas de vacinação no Brasil

Resolução:

1. Calcular o total de crianças vacinadas

$$2\,800\,000 + 2\,520\,000 + 2\,310\,000 + 2\,100\,000 + 1\,470\,000 = 11\,200\,000$$

2. Transformar os números absolutos em porcentagens

$$\text{Porcentagem} = \frac{\text{número de crianças}}{\text{total}} \cdot 100$$

$$\text{BCG: } \frac{2\,800\,000}{11\,200\,000} \cdot 100 = 25\%$$

$$\text{Pentavalente: } \frac{2\,100\,000}{11\,200\,000} \cdot 100 \approx 18,8\%$$

$$\text{Poliomielite: } \frac{2\,520\,000}{11\,200\,000} \cdot 100 \approx 22,5\%$$

$$\text{Febre amarela: } \frac{1\,470\,000}{11\,200\,000} \cdot 100 \approx 13,1\%$$

$$\text{Triplice viral: } \frac{2\,310\,000}{11\,200\,000} \cdot 100 \approx 20,6\%$$



Cálculo dos ângulos para o gráfico de setores

$$\text{Ângulo} = \frac{\text{número de crianças}}{\text{total}} \times 360^\circ$$

$$\text{BCG: } \frac{2\,800\,000}{11\,200\,000} \cdot 360^\circ = 90^\circ$$

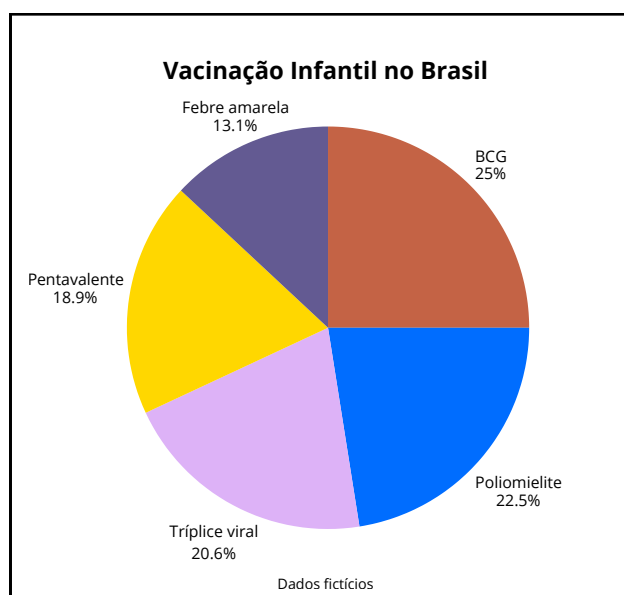
$$\text{Pentavalente: } \frac{2\,100\,000}{11\,200\,000} \cdot 360^\circ \approx 68^\circ$$

$$\text{Poliomielite: } \frac{2\,520\,000}{11\,200\,000} \cdot 360^\circ \approx 81^\circ$$

$$\text{Febre amarela: } \frac{1\,470\,000}{11\,200\,000} \cdot 360^\circ \approx 47^\circ$$

$$\text{Triplice viral: } \frac{2\,310\,000}{11\,200\,000} \cdot 360^\circ \approx 74^\circ$$

Construindo o gráfico de setor conforme a página 28



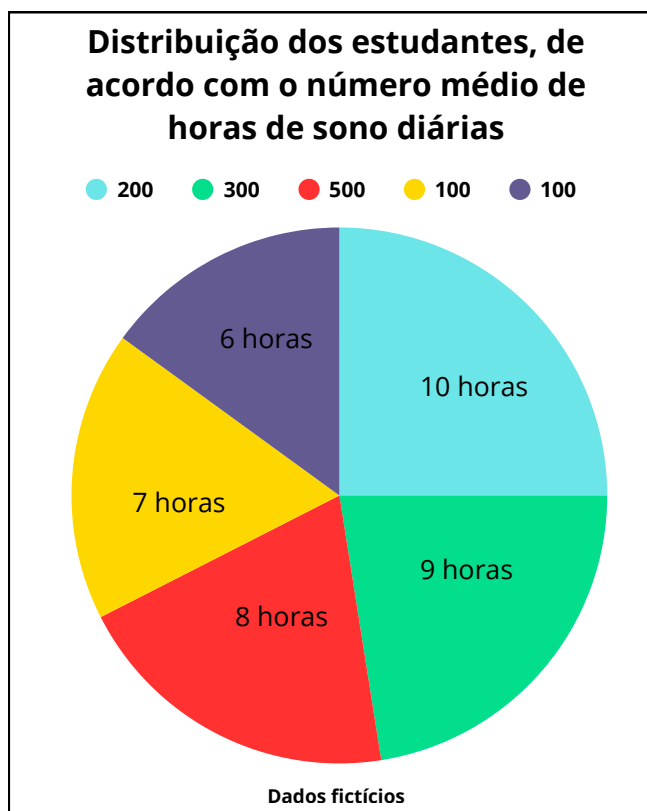
O gráfico de setores mostra que a vacina BCG tem a maior cobertura, representando 25% do total de crianças vacinadas, enquanto a Febre Amarela é a menos aplicada, com apenas 13%.



2) O gráfico de setores a seguir apresenta o resultado de uma pesquisa feita com 1200 pré-adolescentes de 10 a 13 anos do Colégio Estudebem.

A) Qual é o número de horas de sono do maior grupo dos estudantes entrevistados?

B) É correto afirmar que mais da metade dos entrevistados dorme, em média, oito ou mais horas por dia?



Resolução:

A) O maior grupo é o que tem 500 alunos, que dormem 8 horas por dia.

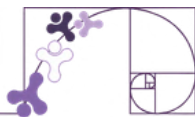
B) Para verificar, somamos todos os alunos que dormem 8 horas ou mais:

$$500 (8 \text{ horas}) + 300 (9 \text{ horas}) + 200 (10 \text{ horas}) = 1\,000 \text{ alunos}$$

Metade de 1200 alunos seria:

$$\frac{1\,200}{2} = 600 \text{ alunos}$$

Como $1000 > 600$, podemos afirmar que mais da metade dos alunos dorme 8 horas ou mais por dia.



ATIVIDADE 1

Realize uma pesquisa com a turma sobre atividades de lazer preferidas, registrando as respostas de 10 a 15 colegas. Organize os dados em uma tabela de frequência e represente-os em um gráfico de setores. Em seguida, analise os resultados, identifique as atividades mais e menos escolhidas e conclua destacando o que os dados revelam sobre os hábitos da turma.

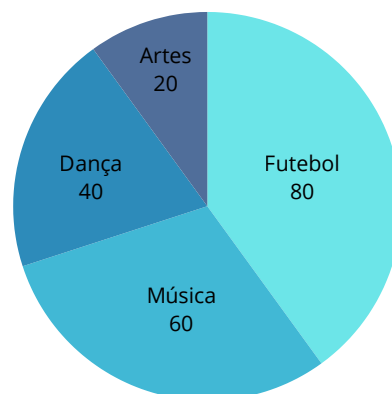


ATIVIDADE 2

Em uma pesquisa realizada na escola, 200 alunos foram questionados sobre qual atividade extracurricular mais gostam de participar. Os resultados foram mostrados no gráfico de setores abaixo:

Com base nesses dados, qual é a porcentagem de alunos que prefere artes?

- A) 10%
- B) 20%
- C) 30%
- D) 40%



ATIVIDADE 3

Leia, a seguir, um trecho de uma notícia.

Soja, milho e arroz representam mais de 90% da safra 2017

As informações são do Levantamento Sistemático da Produção Agrícola (LSPA), divulgado hoje pelo IBGE.



Responda:

Fonte: IBGE

- a) Na safra de 2017, que porcentagem representaram soja, milho e arroz juntos?
- b) No gráfico apresentado, quantos graus tem o setor correspondente à soja?



ATIVIDADE 4

Nesta tabela estão computadas as opiniões de 60 pessoas sobre um filme que acabou de estrear na cidade.

Avaliação do filme

Opinião	Quantidade de pessoas
Excelente	9
Ótimo	15
Bom	18
Regular	12
Ruim	3
Péssimo	3
Total	60

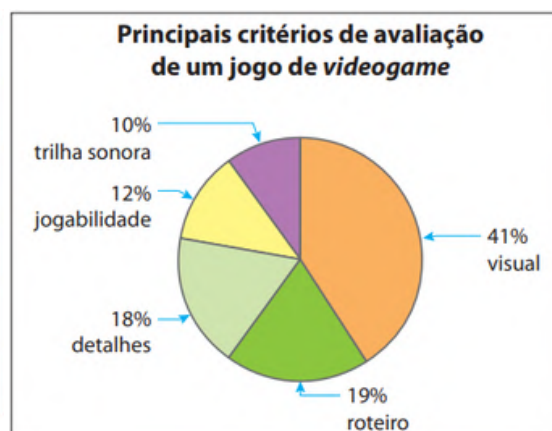
Calcule as porcentagens relativas às opiniões e represente-as em um gráfico de setores.



ATIVIDADE 5

A tabela abaixo contém o resultado de uma pesquisa com os principais critérios de avaliação de um jogo de videogame, realizada com jovens de 16 a 18 anos. Preencha essa tabela e complete-a com as medidas em grau, obtidas com o uso de uma calculadora.

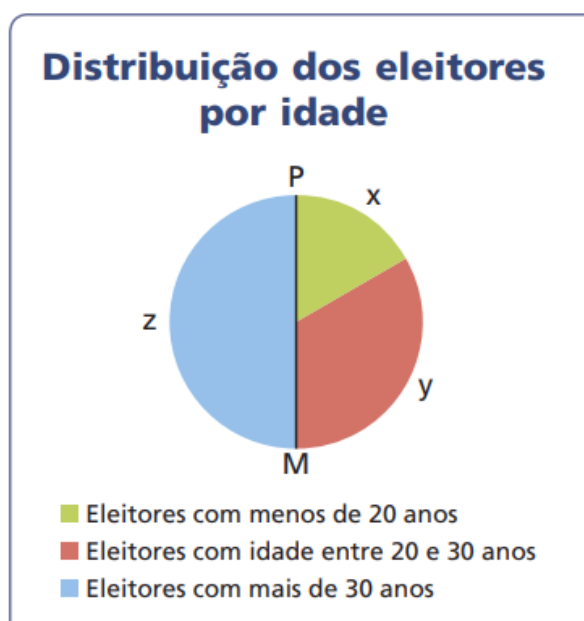
Categoria	Porcentagem	Grau
trilha sonora	10%	
detalhes	18%	
visual	41%	
roteiro	19%	
jogabilidade	12%	



Fonte: Bianchini

ATIVIDADE 6

O gráfico de setores a seguir representa a distribuição dos eleitores de uma cidade quanto às idades.



- O setor x representa todos os eleitores com menos de 20 anos: 8 600 eleitores.
- O setor y representa todos os eleitores com idade entre 20 e 30 anos: 16 800 eleitores.
- O setor z representa todos os eleitores com mais de 30 anos.

Com base nas informações apresentadas e sabendo que o segmento PM na figura é um diâmetro, quantos eleitores o setor z representa? Quantos eleitores há nessa cidade?



Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo desse capítulo. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?



Refleta sobre sua aprendizagem

- Consigo resolver problemas que envolvam porcentagens em diferentes situações do cotidiano?
- Sou capaz de calcular porcentagens em situações-problema que envolvem acréscimos e decréscimos simples, compreendendo os processos envolvidos nesses cálculos?
- Consigo determinar o espaço amostral de eventos aleatórios em experimentos simples?
- Sou capaz de determinar a probabilidade de um evento e interpretá-la em termos de frequência relativa, a partir de experimentos ou simulações?
- Consigo expressar a probabilidade de um evento na forma de fração e de percentual?
- Sou capaz de identificar variáveis, suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráficos?
- Consigo ler e interpretar gráficos de setores de forma adequada?
- Sou capaz de organizar dados em tabelas de frequência?
- Consigo construir gráficos de setores, utilizando relações de proporcionalidade entre dados, frequência em percentual e a medida de cada ângulo central do gráfico?
- Compreendo o significado da média estatística como indicador de tendência em contextos significativos de pesquisa?
- Sou capaz de calcular a média estatística e relacioná-la, de forma intuitiva, com a amplitude do conjunto de dados?
- Consigo diferenciar pesquisa censitária de pesquisa amostral?
- Sou capaz de planejar e realizar uma pesquisa estatística sobre temas de interesse do grupo?



- Consigo coletar dados e organizá-los em tabelas, distinguindo dados qualitativos e quantitativos?
- Sou capaz de organizar e representar dados por meio de tabelas e gráficos de frequência, incluindo corretamente título, legenda e fonte?
- Consigo ler e produzir gráficos de setores relacionados aos dados coletados?
- Sou capaz de elaborar conclusões coerentes a partir dos dados obtidos na pesquisa realizada?
- Consigo comparar uma linha de uma tabela com uma matriz unidimensional?
- Sou capaz de criar, de forma colaborativa, produtos como vídeos, podcasts, padlets ou sites, utilizando recursos tecnológicos para comunicar os resultados da pesquisa realizada?

Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Resolver problemas que envolvam porcentagens.	☐	☐	☐
Calcular porcentagens em situações-problema envolvendo acréscimos e decréscimos simples, compreendendo os processos envolvidos.	☐	☐	☐
Determinar o espaço amostral de eventos aleatórios.	☐	☐	☐
Determinar a probabilidade de um evento, interpretando-a em termos de frequência relativa obtida por meio de experimentos ou simulações.	☐	☐	☐
Expressar a probabilidade de um evento na forma de fração e percentual.	☐	☐	☐
Identificar as variáveis e suas frequências e os elementos constitutivos (título, eixos, legendas, fontes e datas) em diferentes tipos de gráfico.	☐	☐	☐
Ler e interpretar gráficos de setores;	☐	☐	☐
Organizar dados em tabela de frequência;	☐	☐	☐

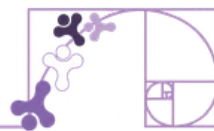


Construir gráficos de setores, utilizando relações de proporcionalidade entre dados, frequência em percentual e medida de cada ângulo central do círculo do gráfico.	☐	☐	☐
Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa;	☐	☐	☐
Calcular o valor da média estatística e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados;	☐	☐	☐
Diferenciar pesquisa censitária e de amostral;	☐	☐	☐
Planejar e realizar pesquisa sobre temas de interesse dos estudantes;	☐	☐	☐
Coletar dados para uma pesquisa estatística e organizá-los em uma tabela de forma que cada linha apresente dados qualitativos/quantitativos de um elemento;	☐	☐	☐
Organizar e representar os dados por meio de tabelas ou gráficos de frequências, incluindo fonte, título e legenda no caso de gráficos;	☐	☐	☐
Ler e produzir gráficos de setores;	☐	☐	☐
Elaborar conclusão para o tema e os dados obtidos na pesquisa realizada;	☐	☐	☐
Comparar uma linha dessa tabela com uma matriz unidimensional.	☐	☐	☐
Criar de forma colaborativa produto (vídeos, podcasts, padlet, web site) usando recursos de tecnologia para comunicação da pesquisa realizada.	☐	☐	☐



Dica: Revise os tópicos que você marcou como “**preciso revisar**” e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências



ALANA, Instituto; MOBILE TIME; OPINION BOX. **Panorama: Crianças e smartphones no Brasil.** São Paulo: Instituto Alana, 2021. Disponível em: <https://criancaeconsumo.org.br/wp-content/uploads/2022/06/panorama-criancassmart-out21-ok.pdf>. Acesso em: 11 mar 2026.

Bianchini, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

Dante, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. - São Paulo : Ática, 2022.

EDITORIA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

ESPÍRITO SANTO (Estado). Instituto Capixaba de Pesquisa, Assistência Técnica e Extensão Rural – Incaper. **Gráficos da série histórica – Vitória.** Disponível em: <https://meteorologia.incaper.es.gov.br/graficos-da-serie-historica-vitoria>. Acesso em: 26 jun. 2025.

Iezzi, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

IMPA. Portal da OBMEP: Matemática. Disponível em: <https://portaldaobmep.impa.br/>. Acesso em: 11 nov. 2024.

O QUE É PORCENTAGEM. Porcentagem, 2020. Disponível em: <https://www.porcentagem.org/o-que-e/> . Acesso em: 15, Janeiro de 2025.

REGINA GARCIA GAY, Mara. **Araribá Plus Matemática 7** . 4.ed. São Paulo : Editora Moderna 2014

RUY GIOVANI JUNIOR , José. **A conquista da Matemática.** 1.ed. São Paulo : Editora FTD 2022

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!:** Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

Rotinas Pedagógicas Escolares

Matemática

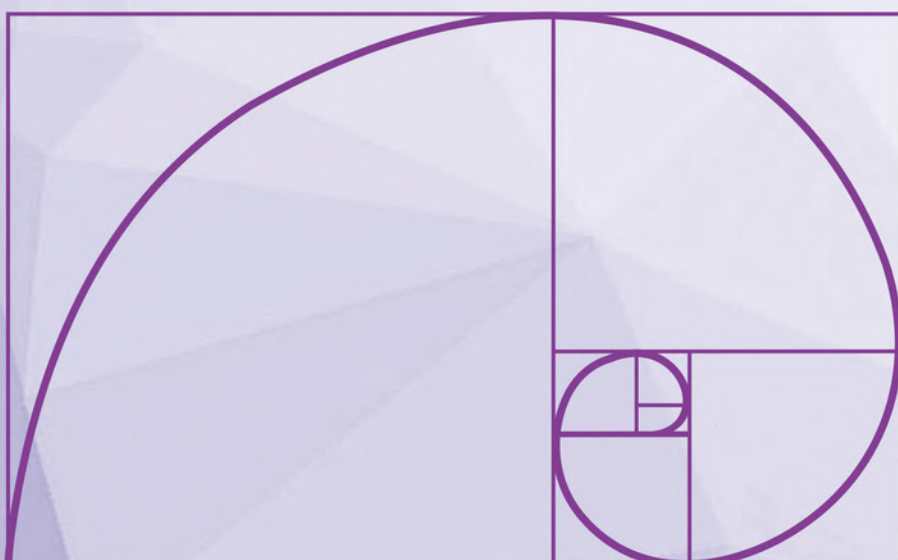


GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

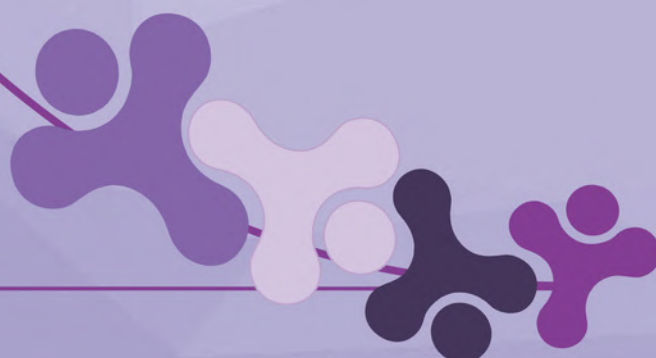
SEDU 2026



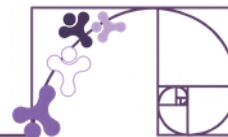
Gerência de Currículo
da Educação Básica



Capítulo 4: Sequências numéricas e expressões algébricas; Equação do 1º grau e proporcionalidade



Apresentação



Prezado(a) estudante,

Você já percebeu como padrões numéricos e relações algébricas aparecem em diversas situações do dia a dia? Sequências numéricas ajudam a identificar regularidades, como o crescimento de uma economia, a organização de parcelas ou a repetição de eventos, enquanto as expressões algébricas permitem representar essas situações de forma geral, utilizando letras para indicar valores desconhecidos.

Neste capítulo, você irá estudar sequências numéricas e expressões algébricas, aprendendo a reconhecer padrões, generalizar regras e representar relações matemáticas. Em seguida, irá aprofundar seus conhecimentos sobre a equação do 1º grau e a proporcionalidade, compreendendo como resolver problemas que envolvem grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Esses conceitos são fundamentais para modelar situações reais, interpretar informações quantitativas e desenvolver o raciocínio lógico-matemático.

O que você vai estudar neste capítulo

Neste capítulo, você vai estudar sequências numéricas e expressões algébricas, aprendendo a identificar padrões, regularidades e formas de representar generalizações matemáticas. O percurso começa com a análise de sequências numéricas e figurais, passando pela construção e interpretação de expressões algébricas e pelo cálculo de seus valores numéricos em diferentes situações.

Em seguida, você aprofundará o estudo da equação do 1º grau e da proporcionalidade, compreendendo como modelar relações entre grandezas, resolver problemas do cotidiano e interpretar resultados. Ao longo do capítulo, você será convidado(a) a aplicar esses conceitos na resolução de situações práticas, desenvolvendo o raciocínio algébrico e a capacidade de representar matematicamente diferentes contextos.



Expectativas de aprendizagem

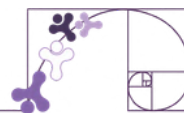
Ao final dos estudos propostos por este capítulo, espera-se que você seja capaz de:

- ✓ Identificar regularidades e o correspondente padrão em sequências numéricas;
- ✓ Expressar regularidades em sequências numéricas por meio da linguagem algébrica;
- ✓ Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes;
- ✓ Classificar sequências em recursivas e não-recursivas;
- ✓ Utilizar a linguagem algébrica, com expressões numéricas e literais, distinguindo os usos de expressões literais para denotar incógnitas e variáveis;
- ✓ Determinar o valor de expressões algébricas ao atribuir valores numéricos aos termos variáveis;
- ✓ Reconhecer equação ou inequação do 1º grau;
- ✓ Reconhecer as relações entre as operações aritméticas e a preservação da igualdade em procedimentos aritméticos para resolver equações lineares da forma $ax + b = c$;
- ✓ Resolver equações polinomiais de 1º grau de uma etapa;
- ✓ Resolver equações polinomiais de 1º grau de duas etapas;
- ✓ Modelar e resolver problemas que possam ser representados por equações do 1º grau da forma $ax + b = c$;
- ✓ Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$;



- ✓ Descrever relação de proporcionalidade direta em termos de razões entre grandezas e distinguir relações entre grandezas que não são de proporcionalidade direta;
- ✓ Interpretar, modelar e resolver problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais;
- ✓ Modelar e resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade entre variáveis.

Ao concluir este capítulo, você será convidado(a) a retomar essas expectativas e refletir sobre o que aprendeu. Essa autoavaliação ajudará você a perceber o quanto evoluiu e o que pode aprimorar.



INTRODUÇÃO ÀS SEQUÊNCIAS

Uma **sequência** é uma lista ordenada de objetos que podem ser letras, números, palavras, figuras etc.. Em alguns casos, é possível identificar um padrão (ou regra) de formação dessas sequências.

Cada elemento que compõe uma sequência é chamado de **termo** da sequência. A ordem em que o termo aparece é a **posição** dele na sequência.

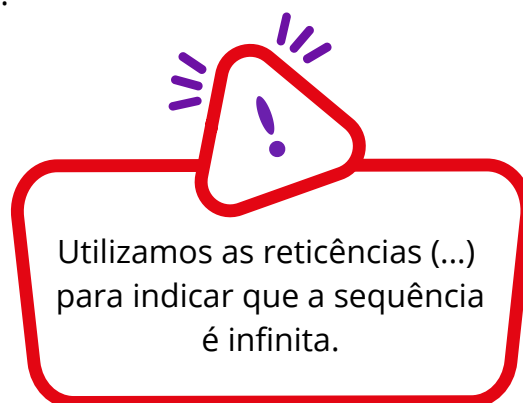
Quando uma sequência tem um número finito de termos, ela é chamada de **sequência finita**. No entanto, se é formada por infinitos termos (continua indefinidamente), temos uma **sequência infinita**.

Confira um exemplo a seguir em que é representada uma sequência listando seus termos separados por vírgula.

4, 6, 8, 10, 12, 14, 16.

Pode-se também denotar uma sequência escrevendo seus termos entre parênteses e separados por vírgula.

(4, 6, 8, 10, 12, 14, 16)



Considere, agora, a sequência dos números ímpares representada a seguir.

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Observe como podemos representar os termos dessa sequência, de acordo com a ordem em que estão dispostos.

$$1^{\text{o}} \text{ termo} \rightarrow a_1 = 1$$

$$2^{\text{o}} \text{ termo} \rightarrow a_2 = 3$$

$$3^{\text{o}} \text{ termo} \rightarrow a_3 = 5$$

$$4^{\text{o}} \text{ termo} \rightarrow a_4 = 7$$

$$5^{\text{o}} \text{ termo} \rightarrow a_5 = 9$$

$$n^{\text{o}} \text{ termo (leamos : enésimo termo)} \rightarrow a_n$$



LEI DE FORMAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA

Quando identificamos um padrão (ou regra) de formação de uma sequência, podemos escrever uma expressão que indica como obter cada termo da sequência. Essa expressão é chamada de **lei de formação da sequência**.

Considerando, novamente, a sequência dos números ímpares, observe que ela pode ser formada iniciando-se com o número 1, e cada termo seguinte pode ser obtido adicionando-se 2 ao termo anterior.

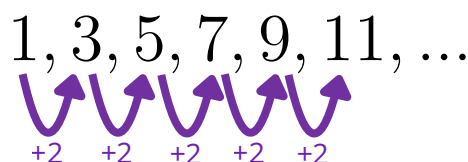
Nesse caso, temos:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$a_4 = a_3 + 2 = 5 + 2 = 7$$



Com isso, escrevemos uma possível lei de formação para a sequência dos números ímpares:

$$a_n = a_{n-1} + 2$$

Onde n é um número natural maior do que 1.

Agora imagine, por exemplo, que você queira descobrir o **centésimo termo** da sequência anterior. Poderíamos fazer as adições sucessivas até chegar ao centésimo termo a_n , mas seria um processo longo e demorado.

Uma possível maneira de resolver essa situação é definir a sequência por meio de uma lei de formação que relaciona o termo e sua posição n na sequência. Observe uma possibilidade de analisar a sequência dos números ímpares a seguir.

As Matrioskas são bonecas russas feitas de madeira que ficam guardadas umas dentro das outras. A ideia de recorrência (recursão) se dá pelo fato de que, quando abrimos uma boneca, há outra menor e parecida em seu interior. Existem Matrioskas com números impressionantes de camadas de bonecas.





1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Termo 1: sua posição é igual a 1. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 1 - 1$$

Posição

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Termo 3: sua posição é igual a 2. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 2 - 1$$

Posição

1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

Termo 5: sua posição é igual a 3. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 3 - 1$$

Posição

Note que é sempre: 2 vezes a **posição** menos 1. Logo:

Termo a_{100} : sua posição é igual a 100. Podemos escrevê-lo como:

$$2 \cdot 100 - 1 = 199$$

Portanto, nosso centésimo termo é 199.

Termo a_n : sua posição é igual a n. Podemos escrevê-lo como:

$$a_n = 2 \cdot n - 1$$

Essa expressão é também conhecida como fórmula do **termo geral** da sequência.

Então, conseguimos representar os termos de sequências numéricas por meio de **expressões algébricas**. Ao fazer isso, estamos relacionando dois campos da Matemática: Aritmética e Álgebra. Mas afinal, o que são **expressões algébricas**?

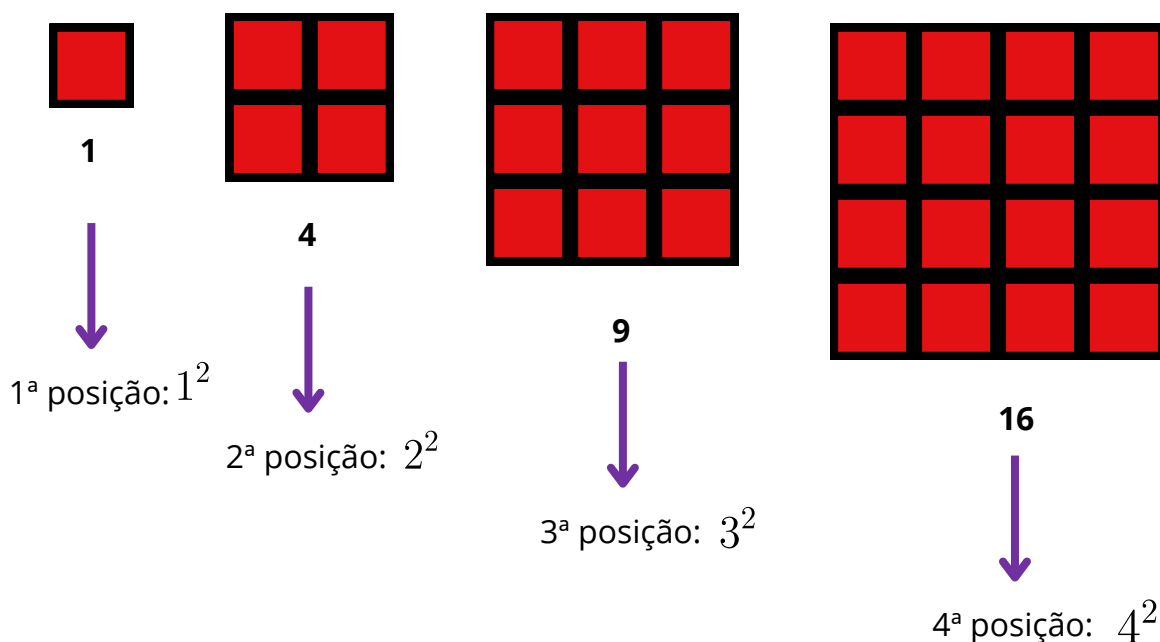


EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Expressões matemáticas que apresentam números e letras, ou somente letras, envolvendo operações são denominadas expressões algébricas. As letras das expressões algébricas representam números e são chamadas de variáveis.

No estudo sobre sequências, utilizamos a letra n para indicar a posição de um termo qualquer em uma sequência, além de representar o termo de acordo com a lei de formação da sequência.

Considere a sequência dos números quadrados perfeitos



Indicando por Q_n , a fórmula do termo geral dessa sequência é dada por:

$$Q_n = n^2$$

Em que n (posição da figura) é um número natural e $n > 0$. Na fórmula do termo geral, n é uma variável, pois pode assumir o valor de qualquer número natural não nulo, e n^2 é uma expressão algébrica.

IGUALDADE

Usamos sentenças para nos comunicar tanto na linguagem oral quanto na linguagem escrita. Em Matemática, também usamos sentenças, e a maioria delas apresenta afirmações sobre números. Nas sentenças matemáticas, usamos símbolos no lugar de palavras.



$=$ (*igual a*)

$\neq$ (*diferente de*)

$<$ (*menor do que*)

$>$ (*maior do que*)

De modo geral, podemos representar uma igualdade por $a = b$, em que a e b são expressões diferentes para um mesmo número. Isso é chamado de princípio da igualdade.

Exemplos:

$\Rightarrow \underbrace{2 + 5}_a = \underbrace{7}_b$

$\Rightarrow \underbrace{7^2}_a = \underbrace{49}_b$

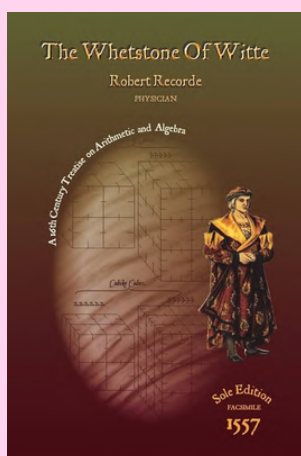
Um pouca da história do sinal de igualdade

O sinal de igualdade " $=$ " foi introduzido pelo matemático galês **Robert Recorde** em seu livro "The Whetstone of Witte" (publicado em 1557). Recorde buscava um símbolo para substituir a expressão verbal "**é igual a**", que era repetitiva e ocupava espaço em equações.

Ele justificou sua escolha com a seguinte explicação:

Tradução: "Usarei, como costume fazer no trabalho, um par de paralelas, ou linhas gêmeas de mesmo comprimento, assim: $=$, pois nada pode ser mais igual."

Assim, o " $=$ " surgiu como uma solução elegante para simplificar a escrita matemática, tornando-se um dos símbolos mais universais e reconhecíveis do mundo.



Robert Recorde

Capa do livro The Whetstone of Witte



EXPRESSÕES ALGÉBRICAS EQUIVALENTES

Expressões algébricas equivalentes são aquelas que, embora possam parecer diferentes, representam a mesma relação matemática e produzem os mesmos resultados para qualquer valor substituído na variável.

Vamos considerar uma nova sequência de números: 10,15,20,25,...

Podemos representar por 2 expressões diferentes:

Primeira expressão: podemos representar a sequência como $5n + 5$, onde n é a posição do número na sequência.

Segunda expressão: também podemos representar a sequência como $5(n + 1)$, onde n também é a posição do número na sequência.

Perceba que se multiplicarmos o 5 por $(n+1)$, encontramos a primeira expressão:

$$\begin{array}{c} 5 \cdot (n + 1) \\ 5 \cdot n + 5 \end{array}$$

Isso acontece porque as duas expressões algébricas são **equivalentes**.

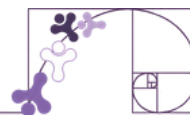
Uso da propriedade distributiva

Vamos usar a propriedade distributiva para determinar expressões algébricas equivalentes. Exemplos:

$$\begin{array}{l} \rightarrow 3(x + 4) = 3 \cdot x + 3 \cdot 4 = 3x + 12 \\ \rightarrow 2(x - 6) = 2 \cdot x - 2 \cdot 6 = 2x - 12 \\ \rightarrow 5(y + 3) = 5 \cdot y + 5 \cdot 3 = 5y + 15 \end{array}$$

Com essa propriedade, encontramos expressões equivalentes.

Exercícios Resolvidos



1) Um agricultor está plantando pés de café em fileiras. Na primeira fileira, ele consegue plantar 5 pés de café, na segunda fileira, 8 pés, na terceira fileira, 11 pés, e assim por diante, aumentando sempre a mesma quantidade de pés de café em relação à fileira anterior.

O agricultor deseja saber:

1. Quantos pés de café ele poderá plantar na décima fileira?
2. Quantos pés de café ele terá plantado ao todo após completar as 10 fileiras?

Resolução:

Para resolvermos facilmente essa questão, podemos encontrar a lei de formação. Chamamos P de números de pés de café.

Veja que o número de pés aumenta de 3 em 3.

$(5, 8, 11, \dots)$

Logo, a nossa lei é:

$$P = 3n + 2$$

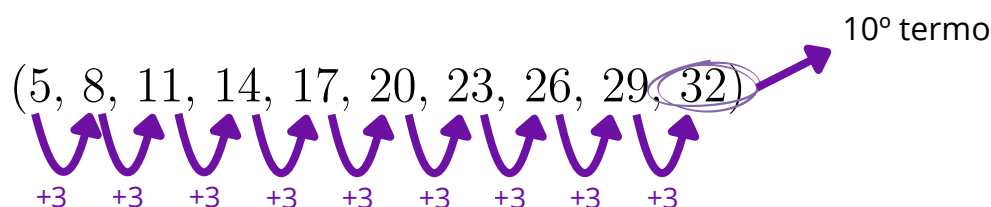
Para encontrarmos quantos pés terão na 10ª fileira, basta substituir n por 10:

$$P = 3 \cdot 10 + 2$$

$$P = 30 + 2$$

$$P = 32$$

Outra forma de resolvermos esse problema é continuar somando 3 a cada termo da sequência até encontrarmos o 10º termo:



Para encontrarmos quantos pés de café ele terá plantado ao todo após completar as 10 fileiras, devemos somar todos os 10 primeiros termos da nossa sequência:

$$5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26 + 29 + 32 = 185$$

Até a 10ª fileira serão plantados 185 pés.



2) Escreva os três primeiros termos da sequência definida pela lei geral:

Resolução:

Para encontrarmos a sequência, precisamos encontrar o primeiro termo, segundo termo, terceiro termo e assim por diante.

$$1^{\circ} \text{ termo: } a_n = \frac{n}{2} + 10$$

$$a_1 = \frac{1}{2} + 10$$

$$a_1 = \frac{21}{2}$$

$$2^{\circ} \text{ termo: } a_n = \frac{n}{2} + 10$$

$$a_2 = \frac{2}{2} + 10$$

$$a_2 = 1 + 10$$

$$a_2 = 11$$

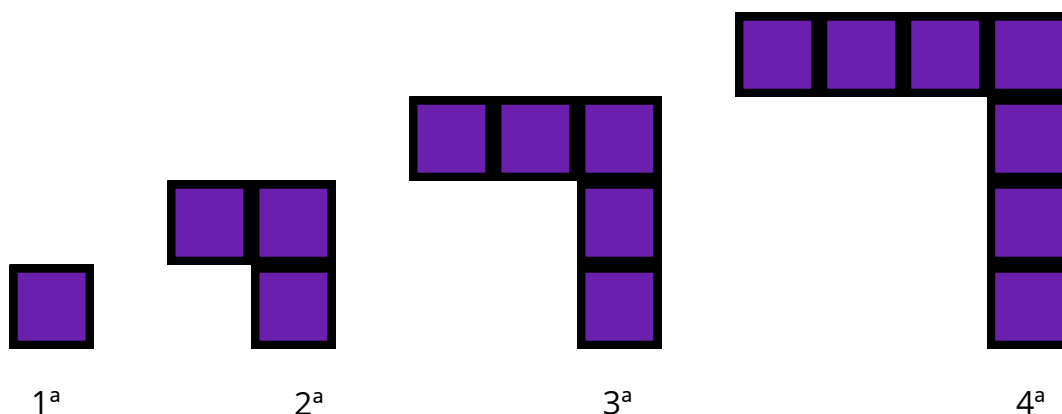
$$3^{\circ} \text{ termo: } a_n = \frac{n}{2} + 10$$

$$a_3 = \frac{3}{2} + 10$$

$$a_3 = \frac{23}{2}$$

Portanto, a sequência é: $\left(\frac{21}{2}, 11, \frac{23}{2}\right)$

3) Observe a sequência de figuras e responda:



A) Quantos quadrados terá a 5ª figura?

B) Utilizando a letra p para identificar a posição da figura, escreva uma expressão que determine corretamente o número de quadrados em cada figura.

C) Calcule o número de quadrados da 20ª figura.

Resolução:

A) Podemos escrever a quantidade de quadrados como uma sequência numérica:

Note que a quantidade de quadradinhos está aumentando de 2 em 2. Então, a 5ª figura terá 9 quadrados.



B) Note que podemos considerar a posição de cada termo, multiplicar por 2 e, subtrair 1. Logo a lei de formação será:

$$Q = 2 \cdot p - 1$$

Onde Q é a quantidade de quadrados da figura.

C) Na lei de formação, vamos substituir o p por 20.

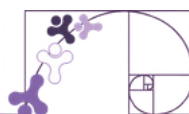
$$Q = 2 \cdot p - 1$$

$$Q = 2 \cdot 20 - 1$$

$$Q = 40 - 1$$

$$Q = 39$$

Material Extra

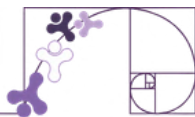


VÍDEO

Sequências

<https://pt.khanacademy.org/math/pt-7-ano/algebra-equacoes-7ano/sequencia-recursiva-e-nao-recursiva/v/sequencia-numrica-ou-figural-no-recursiva>





ATIVIDADE 1

No Espírito Santo, um dos maiores produtores de café do Brasil, uma cooperativa de agricultores está organizando a expansão de suas áreas de plantio para atender à crescente demanda por café arábica e conilon. A cooperativa começou o projeto em 2020, com 20 hectares plantados, e planejou um crescimento sistemático na área de cultivo para garantir maior produção ao longo dos anos.

Eles decidiram seguir o seguinte plano de expansão:

- De 2021 a 2025, a área plantada será ampliada a cada ano em 5 hectares adicionais em relação ao ano anterior.
- A partir de 2026, para acompanhar a demanda do mercado, a expansão anual da área será dobrada, ou seja, passará a ser de 10 hectares por ano.

A cooperativa precisa monitorar o crescimento dessa área para otimizar recursos como mão de obra, irrigação e colheita. Sua tarefa é ajudar os agricultores a compreenderem o padrão de crescimento e preverem as áreas de plantio no futuro.

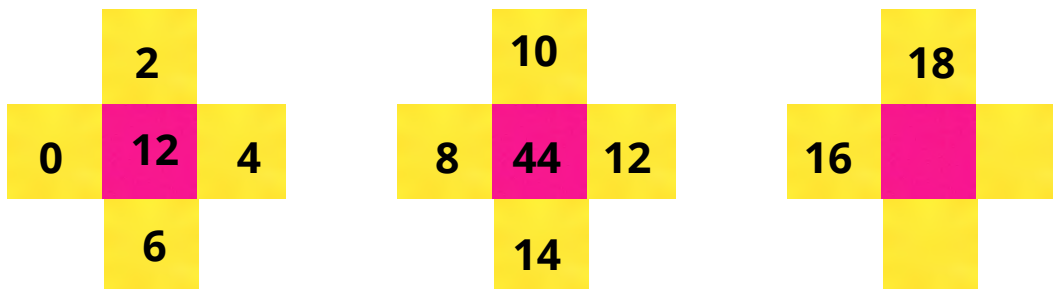
A) Liste os hectares totais plantados a cada ano, de 2020 a 2027.

B) Escreva uma lei de formação, onde $n = 0$ representa o ano de 2020, que descreva a área plantada de 2021 a 2025.



ATIVIDADE 2

Observe as imagens apresentadas:



- A) Quais os números que faltam na terceira imagem apresentada?
- B) É possível determinar a relação dos quadrados amarelos com rosa em cada imagem?
- C) Como seriam as duas próximas imagens da sequência?

ATIVIDADE 3

Durante uma aula de ciências, a professora pediu que os alunos observassem diferentes tipos de flores no jardim da escola. Eles perceberam algo curioso: muitas flores tinham uma quantidade específica de pétalas, como 3, 5, 8, 13 e 21.

Intrigados, começaram a listar esses números e notaram que formavam a seguinte sequência:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

A professora explicou que essa é a Sequência de Fibonacci, que aparece em vários fenômenos da natureza, como no crescimento de plantas e na organização de sementes em girassóis.

Qual é o padrão dessa sequência? Como podemos descobrir o próximo número da lista?



ATIVIDADE 4

Em uma oficina de artesanato, artesãos produzem conjuntos de bonecas matrioskas, famosas por serem colocadas uma dentro da outra. Cada conjunto de bonecas é feito de acordo com um padrão em que o tamanho de cada boneca diminui proporcionalmente em relação à anterior, formando uma sequência de alturas.

No conjunto a seguir, a maior boneca tem 30 cm de altura, e cada boneca subsequente é 80% da altura da anterior. Isso significa que as alturas seguem uma sequência decrescente.

A partir disso responda:

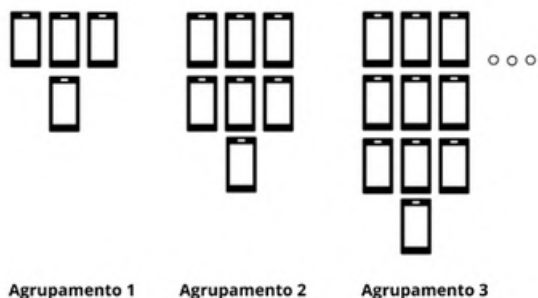
A) Qual a altura da terceira boneca?

B) Escreva uma expressão que represente a altura da n -ésima boneca em função da altura da maior boneca.



ATIVIDADE 5

Os alunos do 7º ano utilizaram seus celulares como ferramenta pedagógica para explorar o estudo de Sequências em Matemática por meio de um aplicativo. Após a atividade, eles organizaram os aparelhos em grupos seguindo um padrão específico. Observe como os celulares foram distribuídos em cada conjunto:



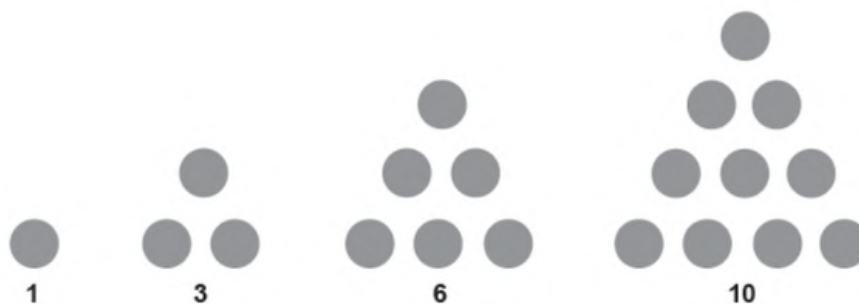
A) Quantos celulares haverá no 4º agrupamento?

B) Escreva uma expressão que defina a quantidade de celulares da n -ésima figura.



ATIVIDADE 6

Lúcia notou que cada número da sequência 1 , 3 , 6 , 10, ... pode ser modelado por meio de um conjunto de bolinhas que, dispostas convenientemente, formam um triângulo, conforme ilustra a figura mostrada abaixo.



Seguindo o mesmo padrão, quantas bolinhas terá o triângulo associado ao décimo termo dessa sequência numérica?

A) 45

B) 50

C) 55

D) 60

ATIVIDADE 7

Davi encontrou a seguinte lei geral para uma sequência numérica:

$$a_n = \frac{2n}{3} + 1$$

Usando essa regra, escreva os cinco primeiros termos da sequência.



ATIVIDADE 8

Observe as figuras a seguir. Elas foram desenvolvidas pelo matemático sueco Helge Van Koch e originam uma figura chamada “Floco de neve de Koch”.

Para se construir esta figura, desenha-se inicialmente um triângulo equilátero (3 lados iguais). Em seguida, em cada lado desse triângulo são feitos outros triângulos equiláteros.



A) Preencha a tabela abaixo, considerando um floco de neve de Koch originado a partir de um triângulo equilátero.

Figura	Número de lados
1	3
2	
3	
4	

B) Escreva uma expressão que represente o número de lados, da situação acima.

ATIVIDADE 9

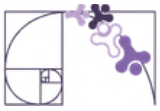
Pedro e Maria estavam analisando uma sequência numérica e cada um encontrou uma expressão diferente para representá-la. A sequência é:

5, 9, 13, 17, 21,

Pedro disse que a expressão que representa a sequência é: $P(n) = 4n + 1$

Enquanto Maria afirmou que a expressão correta é: $M(n) = 2(2n - 1) + 3$

Verifique se as expressões de Pedro e Maria são equivalentes. Justifique sua resposta.



ATIVIDADE 10

Observe a sequência de figuras, abaixo:



A quantidade de triângulos em cada posição pode ser representada por:

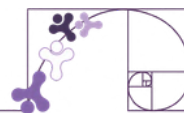
1, 3, 5, 7

Já a quantidade de quadrados pode ser representada por:

3, 5, 7, 9

Com base nisso responda:

Essas sequências são equivalentes? Justifique representando as expressões algébricas dos triângulos e quadrados.



SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E NÃO-RECURSIVAS

No material anterior vimos o que é uma sequência. Para continuarmos esse assunto nessa semana, começaremos com o que são sequência **recursiva** e não **recursiva**.

Na **sequência recursiva**, cada termo depende do termo anterior. Em algumas sequências, é possível identificar uma **recursividade** entre os termos. Analisaremos a sequência abaixo:

$$(1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots)$$

Essa sequência é chamada de **sequência de Fibonacci** e é um padrão numérico famoso que começa com 1, e cada termo seguinte é a soma dos dois números anteriores.

Como cada termo dessa sequência é definido em relação ao termo anterior, dizemos que ela é uma **sequência recursiva**.

$$(1, 1, 2, \dots)$$

$$(1, 1, 2, 3, \dots)$$

$$(1, 1, 2, 3, 5, \dots)$$

Quem foi Leonardo Fibonacci?



Leonardo de Pisa, também conhecido como Leonardo Fibonacci, foi um matemático italiano nascido no final do século XII. Filho de um renomado comerciante, Fibonacci viajou por diversos países da Europa, África e Oriente Médio, onde teve contato com outras culturas e técnicas matemáticas. Suas contribuições foram registradas em livros sobre Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria.

Um outro exemplo de **sequência recursiva**:

$$(3, 7, 15, 31, 63, \dots)$$

Nessa sequência, para determinar um termo, a partir do segundo, dobramos o termo anterior e adicionamos 1.



(3, 7, ...)

$3 \cdot 2 + 1$

(3, 7, 15, ...)

$7 \cdot 2 + 1$

(3, 7, 15, 31, ...)

$15 \cdot 2 + 1$

Na **sequência não recursiva**, cada termo pode ser calculado diretamente, sem depender do anterior. Vejamos um exemplo:

(2, 4, 6, 8, 10, ...)

Essa é a sequência de números naturais pares cuja lei de formação é:

$$a_n = 2 \cdot n$$

Para calcularmos o primeiro termo, substituímos o n por 1:

$$a_1 = 2 \cdot 1$$

$$a_1 = 2$$

Para calcularmos o segundo termo, substituímos o n por 2:

$$a_2 = 2 \cdot 2$$

$$a_2 = 4$$

Para calcularmos o terceiro termo, substituímos o n por 3:

$$a_3 = 2 \cdot 3$$

$$a_3 = 6$$

Deste modo, podemos completar a sequência dos números naturais pares.

Logo, a sequência dos números pares é uma **sequência não recursiva**, pois depende apenas da sua posição (n).

É preciso esclarecer que recursividade é um atributo da maneira como se descreve a sequência, e não da sequência em si. Dada uma sequência, pode haver uma lei de formação que dependa da sua posição – essa é então uma lei de formação não recursiva; a mesma sequência pode ser descrita por uma lei que dependa do termo inicial e da relação entre termos – essa é uma lei de formação recursiva.



A sequência dos números naturais pares pode também ser descrita por uma lei recursiva. Considerando $a_0 = 0$:

$$a_n = a_{n-1} + 2$$

 Termo anterior

Ou seja, nessa forma cada termo seguinte depende do anterior.



Em resumo:

Sequência recursiva

Uma sequência é dita recursiva ou recorrente quando determinado termo pode ser calculado em função de termos antecessores.

Por exemplo, na sequência (5,9,13,17) sempre somamos 4 para obter o próximo termo.



Sequência não recursiva

As sequências não recursivas são aquelas que não dependem de termos anteriores para determinarmos o próximo termo, pode-se determinar o valor de um elemento da sequência apenas pela sua posição.

Exemplos clássicos de sequências não recursivas são as sequências dos múltiplos de um número.

Sequência dos múltiplos de 5:

(0, 5, 10, 15, 20, 25, ...)

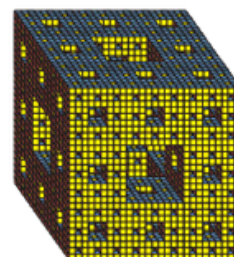
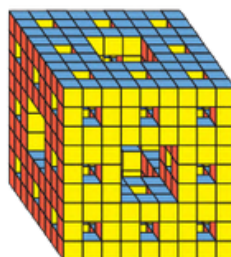
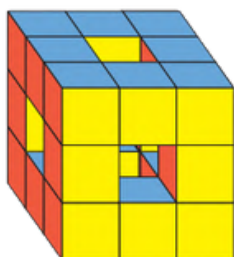
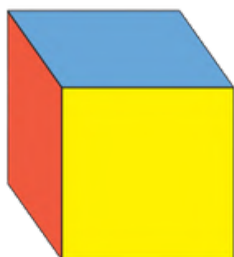
Nessa sequência cada termo construído não depende do termo anterior, e sim da sua posição.

Para saber mais

O termo **recursividade** é usado para descrever, a partir de um elemento, o processo de repetição desse elemento ou de parte dele de maneira similar ao que já foi mostrado antes. Existe um ramo da Matemática, conhecido como Geometria fractal, em que figuras são construídas usando o conceito de recursividade.

Um exemplo de recursividade na Matemática é a esponja de Menger, descrita pelo matemático austríaco Karl Menger (1902-1985). Esse fractal é obtido começando com um cubo (1º termo) e a partir dele é construída uma sequência de figuras.

A palavra fractal vem do latim fractus, que quer dizer "pedaço", "fração".





VALOR NUMÉRICO DE UMA EXPRESSÃO ALGÉBRICA

Quando substituímos um valor de n na fórmula do termo geral, estamos obtendo o valor numérico da expressão algébrica. Por exemplo, para obter o décimo termo da sequência dos números quadrados perfeitos, sabemos que $n = 10$ e substituímos esse valor na fórmula do termo geral.

$$Q_n = n^2$$
$$Q_{10} = 10^2$$
$$Q_{10} = 100$$

Assim, 100 é o valor numérico da expressão n^2 para $n = 10$, ou seja, o décimo termo dessa sequência.

Observe, também, que se conhecemos o termo da sequência, podemos descobrir sua posição nessa sequência.

Por exemplo, qual é a posição do número 625 na sequência dos números quadrados perfeitos?

$$Q_n = n^2$$
$$625 = n^2$$
$$25 = n$$
$$n = 25$$

Com isso, determinamos o número natural n que, elevado ao quadrado, resulta em 625, ou seja, $n = 25$

Um quadrado perfeito é um número natural que se extraímos sua raiz quadrada, possui como resultado outro número natural. Alguns exemplos:

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

Vamos fazer mais um exemplo. Considere a expressão: $3x + 2y + a$

Se considerarmos que $x = 5$, $y = 3$ e $a = 2$, poderemos determinar o valor da expressão algébrica substituindo as variáveis x , y e a por 5, 3 e 2, respectivamente. Assim:

$$3x + 2y + a = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 + 2 = 23$$

Para esses números, o valor numérico da expressão algébrica $3x + 2y + a$ é igual a 23.

Importante

$$3x = 3 \cdot x$$



Se considerarmos que $x = 1$, $y = 2$ e $a = 0$, qual será o valor dessa expressão algébrica?

$$3x + 2y + a = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 = 7$$

Neste caso, o valor numérico da expressão algébrica $3x + 2y + a$ é igual a 7. Observe que o valor numérico não foi o mesmo, pois mudamos os valores atribuídos às variáveis.

O cálculo do valor numérico de expressões algébricas pode nos ajudar na resolução de problemas. Acompanhe as situações a seguir.

Uma fábrica de parafusos tem um custo fixo mensal de R\$ 12 000,00, além de R\$ 0,20 por peça produzida. Vamos representar o custo mensal por meio de uma expressão algébrica com base na quantidade de peças produzidas. A quantidade de peças será indicada por:

$$12\,000 + 0,20x$$

Com essa expressão, podemos determinar, por exemplo, o custo para um mês em que a fábrica produzir 10000 parafusos.

$$\begin{aligned} 12\,000 + 0,20x &= \\ &= 12\,000 + 0,20 \cdot 10\,000 = \\ &= 12\,000 + 2\,000 = \\ &= 14\,000 \end{aligned}$$

Logo, o custo para produzir 10000 parafusos é de R\$ 14 000,00.

EXPRESSÕES NUMÉRICAS E LITERAIS

A linguagem algébrica é uma ferramenta essencial na Matemática, pois permite representar situações de forma simplificada e generalizada, usando números, letras e símbolos. Nesse contexto, é importante compreender a diferença entre expressões numéricas e expressões literais, bem como os diferentes usos das letras na álgebra: como incógnitas ou como variáveis.

As expressões numéricas são aquelas que envolvem apenas números e operações matemáticas. Por exemplo: $3 + 5$, $5 \cdot (20 - 5)$ ou $100 \div 15$.

Nelas, as operações podem ser resolvidas diretamente, resultando em um único número.



Já as **expressões literais** incluem números e letras (também chamadas de parte literal) que representam valores. Por exemplo: $2p + 7q$, $a^2 - a + 10$ ou $3x + 5$. Essas letras podem desempenhar papéis diferentes, como **incógnitas** ou **variáveis**, dependendo do contexto.

Mas afinal, o que é incógnita e o que é variável?

Incógnitas são valores desconhecidos que precisam ser determinados e variáveis são valores que podem variar e não possuem um único valor fixo. Vamos retornar ao exemplo do quadrado perfeito:

$$Q_n = n^2$$

Nesse caso, a expressão algébrica que indica o enésimo termo da sequência é n^2 , em que n é um número natural maior ou igual a 1. Podemos calcular qualquer termo desta sequência apenas usando sua posição, n . Logo, a letra n na expressão algébrica apresentada pode ser substituída por qualquer número natural não nulo, sendo, portanto, uma **variável** e não uma incógnita.

Agora, para falarmos de incógnita, imagine um retângulo cuja base vale 10. Qual deve ser a altura para que a área deste retângulo seja igual a 200?

Sabemos que a área do retângulo é calculada pela fórmula: $A = b \cdot h$

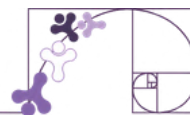
Como já sabemos o valor da base e da área, vamos substituí-los na fórmula:

$$200 = 10 \cdot h$$

Portanto, qual o valor de h para que multiplicado por 10 dá 200?

Logo, h só pode ser 20. Então, no nosso exemplo h é uma incógnita (valor desconhecido que não varia).

Exercícios Resolvidos



1) Calcule o valor da expressão $2a + 3$, quando $a = 5$.

Resolução:

Para resolvermos esse exercício vamos substituir a por 5. Logo:

$$2a + 3 = 2 \cdot 5 + 3 = 10 + 3 = 13$$

Então o valor numérico da expressão $2a+3$, para quando $a = 5$, é 13.

2) Uma loja vende camisetas e bonés. O lucro da loja pode ser calculado pela expressão:

$$L = 10c + 5b$$

onde c é o número de camisetas vendidas e b o número de bonés vendidos. Se a loja vendeu 8 camisetas e 6 bonés, qual foi o lucro?

Resolução:

Sabendo que camisetas é representado por c e bonés por b , vamos substituir c por 8 e b por 6:

$$L = 10c + 5b$$

$$L = 10 \cdot 8 + 5 \cdot 6$$

$$L = 80 + 30$$

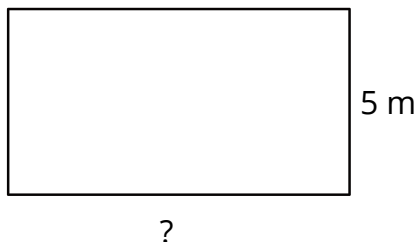
$$L = 110$$

Logo, o lucro é igual a R\$ 110,00.



3) Um retângulo tem área $A = 40 \text{ m}^2$ e altura $h = 5 \text{ m}$. Qual é a medida da base?

Resolução:



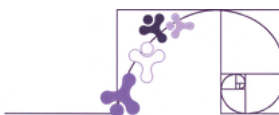
Sabemos que para calcular a área do retângulo usamos:

$$A = b \cdot h$$

Vamos substituir o valor de A (área) e de h (altura):

$$\begin{aligned} A &= b \cdot h & \text{Logo, } b(\text{base}) \text{ é igual a } 8, \text{ pois:} \\ 40 &= b \cdot 5 & 8 \cdot 5 = 40 \end{aligned}$$

Material Extra

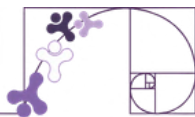


VÍDEO

Sequências definidas por recorrências

<https://www.youtube.com/watch?v=st2tWc7Laoc>





ATIVIDADE 1

O Porto de Vitória, inaugurado em 1906, teve um papel fundamental na exportação de café, um dos principais produtos do Espírito Santo. Desde sua criação, a exportação de café pelo porto cresceu de maneira significativa.

Um estudo recente mostrou que, nos últimos anos, a quantidade de sacas de café exportadas anualmente segue um padrão de crescimento.

No primeiro ano analisado, foram exportadas 500 mil sacas.

No segundo ano, 600 mil sacas. No terceiro ano, 700 mil sacas. O padrão continua seguindo esse padrão.

Os economistas registraram esses valores e perceberam que a quantidade de sacas exportadas a cada ano segue a seguinte expressão:

$$E_n = 500000 + (n - 1) \cdot 100000$$

Onde:

$E_n \rightarrow$ representa quantidade de sacas de café exportadas no ano n

$n \rightarrow$ é o número do ano desde o início do estudo. (Ex: ano 1, ano 2, ... ano)

A) Classifique a sequência formada pela quantidade de sacas exportadas como recursiva ou não recursiva, justificando sua resposta.

B) Utilizando a expressão algébrica dada, determine quantas sacas de café foram exportadas no décimo ano do estudo.

C) Se, em um determinado ano, foram exportadas 1 milhão e 200 mil sacas de café, descubra qual era o número desse ano no estudo.



ATIVIDADE 2

Em um edifício existem x apartamentos com 3 quartos e y apartamentos com 4 quartos.

A) Escreva a expressão que representa o total T de quartos desse edifício.

B) Caso x seja 12 apartamentos e y seja 8 apartamentos, quantos quartos há no total nesse edifício?

ATIVIDADE 3

No castelo de Eldoria, Luca encontrou um antigo pergaminho que dizia:

"Para abrir o grande portão, é preciso reunir chaves mágicas. No primeiro dia, um mago entrega 2 chaves a Luca. No segundo dia, ele entrega 3 chaves. A partir do terceiro dia, a quantidade de chaves entregues é sempre igual à soma das chaves entregues nos dois dias anteriores."

Com base nessa informação, a sequência formada pelo número de chaves entregues diariamente é:

A) Aritmética

B) Geométrica

C) Recursiva

D) Não recursiva



ATIVIDADE 4

A distância de frenagem é o espaço percorrido por um veículo desde o momento em que o motorista pisa no freio até a parada completa. Essa distância depende da velocidade do veículo (v), da aceleração da gravidade (g) e do atrito entre os pneus e a pista (μ). A distância de frenagem pode ser calculada pela fórmula:

$$d_f = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

Sabendo que um carro trafega a 14 m/s, que o coeficiente de atrito entre os pneus e o asfalto seco é de 0,7 e considerando a aceleração da gravidade 10 m/s², determine a distância de frenagem necessária para que o veículo pare completamente após o motorista acionar os freios.

ATIVIDADE 5

Nas expressões seguintes, a letra x representa um número. Relacione cada frase escrita na linguagem comum com a expressão algébrica correspondente:

I. O dobro de x

$$3x + 10$$

II. A terça parte de x

$$\frac{x}{3}$$

III. O triplo de x mais dez

$$\frac{x + 3}{2}$$

IV. O quadrado do dobro de x

$$3(x - 3)$$

V. A divisão por 2 da soma de x com 3

$$2x$$

VI. O triplo da diferença de x e 3

$$(2x)^2$$



ATIVIDADE 6

Fractais são figuras geométricas que possuem autossimilaridade, ou seja, são figuras que contém dentro de si cópias menores delas mesmas. Veja no exemplo a seguir:



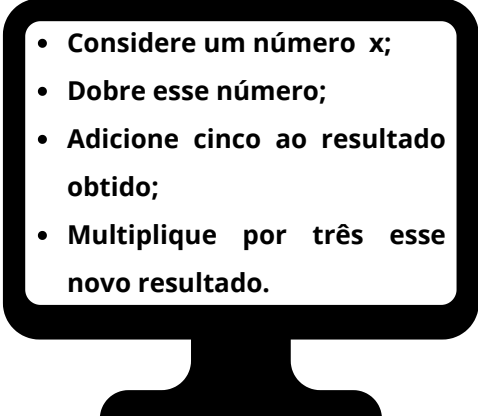
Partindo da primeira figura que apresenta um triângulo equilátero, podemos formar uma sequência. Perceba que, a cada nova figura formada por triângulos equiláteros pretos, a figura anterior é reduzida e repetida, para dar origem a próximas. Essa sequência é chamada de triângulo Sierpinski.

Portanto, responda:

- A) Qual o número de triângulos equiláteros pretos dos 7 primeiros termos dessa sequência?
- B) Essa sequência é recursiva ou não recursiva? Justifique.

ATIVIDADE 7

Indique a expressão algébrica que se obtém segundo este programa.

- 
- Considere um número x ;
 - Dobre esse número;
 - Adicione cinco ao resultado obtido;
 - Multiplique por três esse novo resultado.



ATIVIDADE 8

O Índice de Massa Corporal (IMC) é um indicador amplamente utilizado para avaliar se uma pessoa está dentro de uma faixa de peso saudável em relação à sua altura. Ele é calculado com base na fórmula:

$$IMC = \frac{massa}{(altura)^2}$$

O IMC é uma ferramenta útil em saúde pública para identificar possíveis problemas relacionados ao peso, como sobrepeso ou obesidade, mas não leva em conta a composição corporal, como a quantidade de músculos ou gordura. Agora, vamos usar essa fórmula para entender melhor como o IMC é calculado.

Se a massa de João é de 72 kg e sua altura é de 1,50 m, determine o valor de seu IMC.

ATIVIDADE 9

Pedro está organizando uma festa e calcula o custo total dos doces que vai comprar. O preço de cada doce pode ser representado por onde x representa a quantidade de balas compradas, e cada uma custa R\$ 2,00; e y representa a quantidade de chocolates comprados, e cada um custa R\$ 3,00. Se Pedro comprou 5 balas e 4 chocolates, qual foi o custo total gasto com os doces?

- A) R\$ 16,00
- B) R\$ 22,00
- C) R\$ 23,00
- D) R\$ 26,00



ATIVIDADE 10

Classifique cada uma das sequências abaixo, use “R” para recursiva ou “N” para não recursiva de acordo com a regra apresentada.

() Sequência A: **2, 4, 6, 8, 10, ...**

Regra: Cada termo é o anterior somado a 2.

() Sequência B: **1, 4, 9, 16, 25, ...**

Regra: Cada termo é o quadrado de sua posição na sequência (1^2 , 2^2 , 3^2 , ...).

() Sequência C: **1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...**

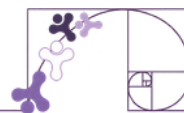
Regra: Cada termo, a partir do terceiro, é a soma dos dois termos anteriores (exceto os dois primeiros, que são 1).

() Sequência D: **4, 8, 12, 16, 20, ...**

Regra: Cada termo é o quádruplo de sua posição.

() Sequência E: **2, 6, 12, 20, 30, ...**

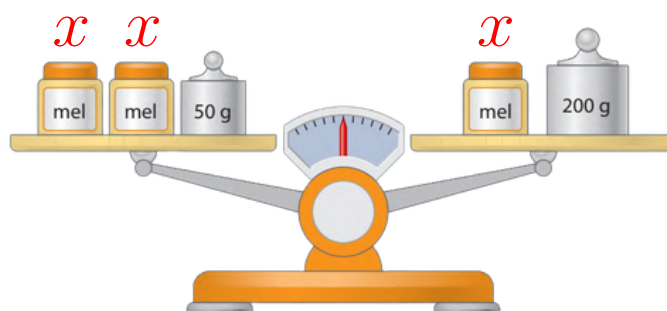
Regra: Cada termo é obtido multiplicando o número da posição pelo seu sucessor.



EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

Observe esta balança de dois pratos. Perceba que ela está em equilíbrio e com os pratos na mesma altura, ou seja, a medida da massa total dos objetos colocados no prato 1 é igual à medida da massa total dos objetos colocados no prato 2.

Representando por x a medida da massa, em grama, de cada pote de mel, podemos escrever:



$$\text{prato 1} = \text{prato 2}$$

$$\underbrace{x + x + 50}_{\text{prato 1}} = \underbrace{x + 200}_{\text{prato 2}}$$

Equação é toda sentença matemática expressa por uma igualdade (=) que apresenta letras representando números desconhecidos.

Em uma equação, podemos destacar:

$$\underbrace{x + x + 50}_{1^\circ \text{ membro}} = \underbrace{x + 200}_{2^\circ \text{ membro}}$$

Perceba que $x + x + 50$ e $x + 200$ são expressões algébricas e $x + x + 50 = x + 200$ é uma equação.

Acompanhe um exemplo de frases na linguagem usual que são representadas por equações:



➤ O dobro de um número menos 10 é igual a 20. Qual é esse número?

Chamamos o número desconhecido de x . Lembre-se que o dobro de algo é multiplicar esse algo por 2. Então, o dobro do número pode ser escrito como $2x$.

O dobro de um número menos 10 é igual a 20. Qual é esse número?

$$\underbrace{}_{2x} - 10 = 20$$

Sendo assim, podemos montar a equação:

$$2x - 10 = 20$$

➤ Carina tinha certa quantidade de figurinhas. Ela ganhou 15 figurinhas e ficou com 50. Quantas figurinhas ela tinha?

Quantidade de figurinhas de Carina: f

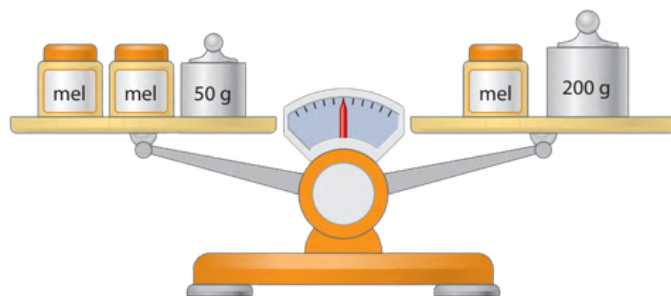
Logo, obtemos: $f + 15 = 50$

Nem toda igualdade é uma equação. Por exemplo:

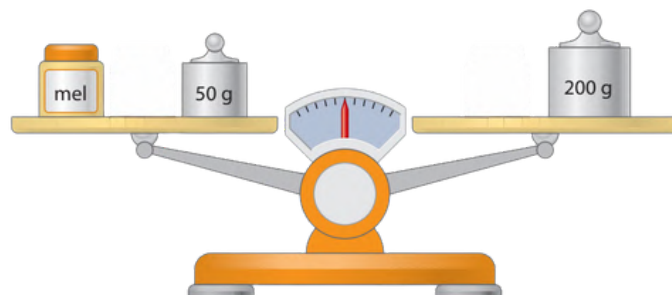
$3 + 5 = 8$ não é uma equação, porque não tem elemento desconhecido.

SOLUÇÃO OU RAIZ DE UMA EQUAÇÃO

Vamos retornar à situação da balança com os potes de mel e verificar o valor de x (massa do pote de mel) que torna a equação verdadeira.

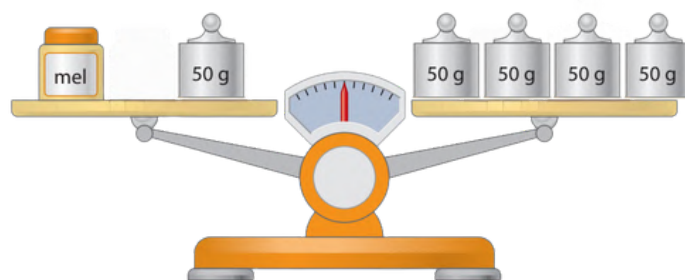


Como todos os potes de mel apresentam a mesma massa, podemos retirar um pote de cada lado e mesmo assim a balança ficará em equilíbrio.





Para nos ajudar, podemos trocar o peso de 200g por 4 pesos de 50g.



Sem perder o equilíbrio da balança podemos retirar de cada lado 1 peso de 50g.



Assim, descobrimos que o peso do pote de mel é igual a 150g.

Podemos usar essa ideia para resolver a equação que modela esse problema.

$$x + x + 50 = x + 200$$

Da mesma forma que retiramos 1 pote de mel de cada lado, na equação vamos retirar x de cada lado.

$$x + x + 50 - x = x + 200 - x$$

Como $+x - x = 0$, ficamos com: $x + 50 = 200$

O nosso objetivo é isolar o x , então vamos retirar o 50 de ambos os lados:

$$x + 50 - 50 = 200 - 50$$

Com isso temos que x vale 150:

$$x = 150$$

Então, 150 é raiz dessa equação.

Um número é denominado raiz de uma equação quando, ao substituir a incógnita por ele, obtemos uma sentença verdadeira.



Podemos verificar se um número é raiz ou não de uma equação substituindo a incógnita por ele. Se a sentença for verdadeira, o número considerado é raiz da equação; se a sentença for falsa, o número não é raiz da equação. Observe um exemplo.

Vamos verificar se -1 é raiz da equação $8x + 3 = -5$. Para isso, substituímos x por -1 e efetuamos as operações indicadas:

$$8x + 3 = -5$$

$$8 \cdot (-1) + 3 = -5$$

$$-8 + 3 = -5$$

$$-5 = -5$$

Como $-5 = -5$ é uma sentença verdadeira, -1 **é raiz** da equação $8x + 3 = -5$.

Lembre-se:

Sentença verdadeira

$$4 = 4$$

$$100 = 100$$

Sentença falsa

$$9 = 45$$

$$5 = 3$$



O número 1 **não é raiz** da equação $8x + 3 = 5$. Ao substituir x por 1 nessa equação, obtemos:

$$8x + 3 = -5$$

$$8 \cdot (1) + 3 = -5$$

$$8 + 3 = -5$$

$$11 = -5$$

Como a sentença $11 = -5$ **é falsa**, o número 1 **não é raiz** da equação $8x + 3 = 5$.

CONJUNTO UNIVERSO E CONJUNTO SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO

O conjunto universo de uma equação é o conjunto de todos os valores que podem ser atribuídos à incógnita. O conjunto solução de uma equação é o conjunto formado pelos elementos do conjunto universo que tornam a equação verdadeira.

Vejamos um **exemplo**.

Flávia viu este recado no mural da escola:

O professor de música está selecionando 6 adolescentes (meninos e meninas) para formar uma banda.

Em seguida, ela se perguntou: quantos meninos e quantas meninas podem compor essa banda?



Como a soma do número de meninos com o de meninas é igual a 6, podemos indicar o número de meninas por x e o número de meninos por y e escrever a seguinte equação:

$$x + y = 6$$

x e y (que representam o número de meninas e o de meninos, respectivamente) devem ser **números naturais**. Então, há 7 modos diferentes de compor a banda:

Número de meninas	0	1	2	3	4	5	6
Número de meninos	6	5	4	3	2	1	0

Então, o conjunto universo dessa problema são os números naturais menores ou iguais a 6. Ou seja, as soluções só podem ser números naturais menores ou iguais a 6.

A equação $x + y = 6$ possui outras raízes, por exemplo:



-1 e 7

Verificação:

$$-1 + 7 = 6$$

$$6 = 6$$



10,5 e - 4,5

Verificação:

$$10,5 + (-4,5) = 6$$

$$10,5 - 4,5 = 6$$

$$6 = 6$$

Entretanto, essas raízes **não podem ser solução** da situação apresentada, pois x e y representam, respectivamente, o número de meninas e o de meninos que podem compor a banda; portanto, devem ser números naturais.

EQUAÇÕES EQUIVALENTES

Observe as equações:

$$8 + x = 5$$

$$x = 5 - 8$$

$$6x = -18$$

Ao substituir x por -3 em cada igualdade, obtemos uma sentença verdadeira. Observe:



$$8 + x = 5$$

$$8 + (-3) = 5$$

$$5 = 5$$

$$x = 5 - 8$$

$$-3 = 5 - 8$$

$$-3 = -3$$

$$6x = -18$$

$$6(-3) = -18$$

$$-18 = -18$$

Portanto, -3 é raiz dessas três equações.

Em um mesmo conjunto universo, equações que têm as mesmas raízes são chamadas de **equações equivalentes**.

EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU DE UMA ETAPA

É uma igualdade matemática que envolve uma incógnita (geralmente representada por x) elevada ao expoente 1 (por isso "1º grau"). Além disso, pode ser resolvida com apenas uma operação matemática (por isso "de uma etapa"). Para resolver a equação, você só precisa fazer uma operação inversa (contrária) para isolar a incógnita x .

Quadro de operações inversas	
Operação na equação	Operação inversa
Adição (+)	Subtração (-)
Subtração (-)	Adição (+)
Multiplicação (•)	Divisão (÷)
Divisão (÷)	Multiplicação (•)

Na situação a seguir, vamos descobrir a medida da massa do cubo indicada pela letra x .



A balança está com os pratos nivelados. A equação correspondente é:

$$x + 10 = 18$$



Para resolvermos com a balança, basta tirar 1 peso de 10g de cada lado.



Descobrimos que o valor de x é igual a 8 gramas.

Para resolvermos com a equação vamos usar a mesma ideia, porém retirando 10 de cada lado.

$$x + 10 = 18$$

$$x + 10 - 10 = 18 - 10$$

$$x = 8$$

8 é a raiz desta equação!

Vamos fazer mais alguns exemplos de resolução de equações polinomiais de 1º grau de uma etapa.

1 $x - 2 = 7$

$$x - 2 + 2 = 7 + 2$$

$$x = 9$$

Para resolvermos esse primeiro exemplo, adicionamos 2 em cada lado. Encontramos que o 9 é raiz da equação.

2 $2x = 12$

$$\frac{2}{2}x = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

Nesse segundo exemplo, dividimos ambos os lados por 2 e encontramos 6 como raiz.

3 $\frac{x}{3} = 4$

$$\frac{x}{3} \cdot 3 = 4 \cdot 3$$

$$x = 12$$

Já nesse último exemplo, multiplicamos ambos os lados da equação por 3. Assim, encontramos 12 como raiz da equação.



EQUAÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU DE DUAS ETAPAS

Uma equação polinomial de 1º grau de **duas etapas** é aquela que precisa de duas operações para ser resolvida. Isso acontece quando a incógnita está envolvida em mais de uma operação matemática, como soma e multiplicação ao mesmo tempo. Por exemplo:

$$2x + 5 = 13$$

Começamos eliminando o número que está somado a $2x$, que é o 5. Fazemos isso subtraindo 5 dos dois lados, ficando:

$$2x + 5 - 5 = 13 - 5 \longrightarrow 2x = 8$$

Agora, na segunda etapa, basta eliminar o número que está multiplicando o x , que é o 2. Como a operação inversa da multiplicação é a divisão, dividimos os dois lados por 2, obtendo:

$$\frac{2}{2}x = \frac{8}{2} \longrightarrow \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}x = \frac{8}{2} \longrightarrow x = 4$$

Vamos fazer mais alguns exemplos de resolução de equações polinomiais de 1º grau de uma etapa.

1 $3x - 4 = 5$

$$3x - 4 + 4 = 5 + 4$$

$$3x = 9$$

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

2 $\frac{x}{2} + 8 = 10$

$$\frac{x}{2} + 8 - 8 = 10 - 8$$

$$\frac{x}{2} = 2$$

$$\frac{\cancel{x}}{\cancel{2}} \cdot 2 = 2 \cdot 2$$

$$x = 4$$



3

$$2x - \frac{1}{2} = 9$$

$$2x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 9 + \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{9}{1} + \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{19}{2}$$

$$2x = 9,5$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{9,5}{2}$$

$$x = 4,75$$

Lembre-se:

$$\begin{aligned}\frac{9}{1} + \frac{1}{2} &= \\ \frac{18}{2} + \frac{1}{2} &= \\ &= \frac{19}{2}\end{aligned}$$

INEQUAÇÕES DO 1º GRAU

Uma **inequação** é uma expressão algébrica que possui um sinal de desigualdade entre seus termos. Existem 4 símbolos que indicam uma desigualdade:

SÍMBOLO	LEITURA	EXEMPLO
$>$	MAIOR	$3x - 10 > 21$
$<$	MENOR	$2x + 1 < 5$
$\geq$	MAIOR OU IGUAL A	$5x \geq 25$
$\leq$	MENOR OU IGUAL A	$6x - 8 \leq 16$

Uma inequação é considerada de 1º grau quando o expoente da incógnita é 1. Veja alguns exemplos de inequações de 1º grau:

$$5x < 125$$

$$5x - 1 \geq 19$$

$$3x - 2 \leq 4$$

$$18 > 2x$$



Observe que **NÃO** usamos o sinal de igualdade!





Em uma inequação o x pode assumir vários valores. Para resolver uma inequação o processo é semelhante ao de resolver uma equação. Veja os exemplos a seguir:

1
$$\begin{aligned} x - 5 &> 7 \\ x - 5 + 5 &> 7 + 5 \\ x &> 12 \end{aligned}$$

Para resolvermos esse primeiro exemplo, adicionamos 5 em cada lado. Encontramos que os possíveis valores de x são maiores que 12.

2
$$\begin{aligned} 5x &< 125 \\ \frac{5x}{5} &< \frac{125}{5} \\ x &< 25 \end{aligned}$$

Nesse segundo exemplo, dividimos ambos os lados por 5 e encontramos que os possíveis valores de x são menores que 25.

3
$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &\leq 7 \\ \frac{x}{2} \cdot 2 &\leq 7 \cdot 2 \\ x &\leq 14 \end{aligned}$$

Já nesse último exemplo, multiplicamos ambos os lados da equação por 2. Assim, encontramos que os possíveis valores de x são menores ou iguais a 14.

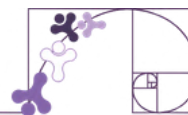
Observe que nesses casos multiplicamos ou dividimos por números positivos. Quando precisamos multiplicar ou dividir uma equação por um número negativo, precisamos inverter a desigualdade. Veja o exemplo a seguir:

$$\begin{aligned} 10 - x &< 3 \\ 10 - 10 - x &< 3 - 10 \\ (-1) \cdot (-x) &< -7 \cdot (-1) \\ x &> 7 \end{aligned}$$

Como o x está acompanhado de um coeficiente negativo, precisamos multiplicar toda a desigualdade por -1. Como -1 é negativo, precisamos inverter a desigualdade!



Exercícios Resolvidos



1) O esquema a seguir mostra uma balança com os pratos nivelados.



A) Determine a equação que representa essa situação.

B) Determine a equação que representa a situação quando se retiram de cada prato 3 cubos x e 1 bloco 5 g .

C) Qual é a medida da massa de cada cubo?

Resolução:

A) *prato 1 = prato 2*

$$x + x + x + x + 5 = x + x + x + 5 + 5 + 5$$

$$4x + 5 = 3x + 15$$

B) Se retirarmos 3 cubos verdes e 1 bloco cinza de cada lado ficamos com:



$$x = 5 + 5 \text{ ou } x = 10$$

C) Como um cubo com x está em equilíbrio com 2 cubos de 5 g cada, temos que o valor da massa do cubo é igual a 10 g .



2) Em um hotel, cada andar tem a mesma quantidade de quartos. Sabendo que o hotel possui 12 andares e um total de 240 quartos, quantos quartos há por andar?

Resolução:

Se x é a quantidade de quartos por andar, temos:

$$12x = 240$$

$$\frac{12}{12}x = \frac{240}{12}$$

$$x = 20$$

Logo, cada andar tem 20 quartos.

3) Em um abrigo a quantidade de cachorros é 2 vezes a de gatos. O abrigo tem 21 animais. Se há apenas cachorros e gatos, então quantos gatos há nesse abrigo?

Resolução:

Se x é a quantidade de gatos, temos que $2x$ é a quantidade de cachorros, logo:

$$x + 2x = 21$$

$$3x = 21$$

$$\frac{3}{3}x = \frac{21}{3}$$

$$x = 7$$

Logo, a quantidade de gatos é igual a 7.

4) Circule, nas sentenças abaixo, aquelas que representam uma inequação:

$$8x - 1 > 0$$

$$2 \leq 8$$

$$5x + 4 = 12$$

$$3x = 56$$

$$18 - x + 15 = 0$$

$$56 < x$$

$$2x + 1$$

$$5 \leq 6 + x$$



Resolução:

Uma inequação é uma desigualdade que possui uma incógnita. Então, as inequações são as seguintes:

$$8x - 1 > 0$$

$$2 \leq 8$$

$$5x + 4 = 12$$

$$3x = 56$$

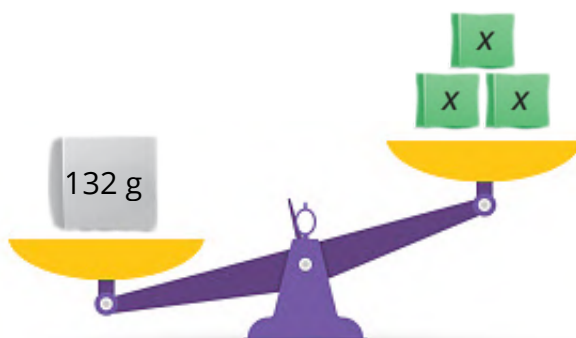
$$18 - x + 15 = 0$$

$$56 < x$$

$$2x + 1$$

$$5 \leq 6 + x$$

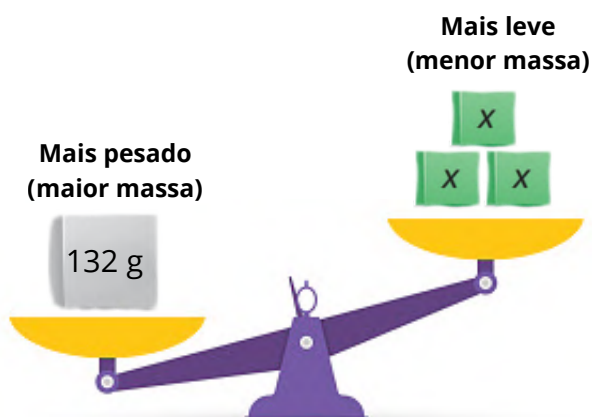
5) Observe a balança abaixo:



A) Escreva a desigualdade que ela representa.

B) Para que a balança esteja neste desequilíbrio, a massa x do bloquinho não pode ultrapassar um valor. Qual é este valor?

Resolução:



A) Podemos perceber que os três bloquinhos juntos, têm massa menor que 132 g, ou seja, a desigualdade representada na balança é a seguinte:

$$132 > 3x$$



B) Como visto no item A, a desigualdade da balança é:

$$132 > 3x$$

onde x é a massa de cada bloquinho. Dessa forma, temos:

$$\frac{132}{3} > \frac{3x}{3}$$
$$44 > x$$

Ou seja, a massa máxima que cada bloquinho pode ter é 44 gramas.

Material Extra

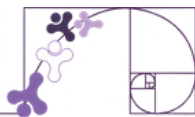


VÍDEO

Conceitos de equações

<https://www.youtube.com/watch?v=yj3pvWVe4c4>





ATIVIDADE 1

Os manguezais do Espírito Santo são fundamentais para a preservação da biodiversidade marinha e terrestre, servindo de habitat para uma grande variedade de espécies.

Entre elas, estão os crustáceos, como caranguejos e camarões; os peixes, como bagres e tilápias; e os moluscos, como mariscos e ostras. Esses animais interagem entre si e com o ambiente, desempenhando papéis essenciais na cadeia alimentar e no equilíbrio ecológico.

Agora, considerando a dinâmica dos manguezais, resolva as situações a seguir, que estão contextualizadas com a realidade desse ecossistema. Para tanto, monte uma equação e determine o valor desconhecido.

A) Considere que, em um manguezal, os caranguejos se movem a uma velocidade constante de 6 metros por hora. Se um caranguejo inicia seu percurso e, após x horas, percorre 12 metros, escreva a equação que representa esse deslocamento e encontre o valor de x .

B) A população de tilápias em uma região do manguezal também está crescendo. Inicialmente, havia 10 tilápias, e a cada mês o número de tilápias aumenta em 6 unidades. Determine o número de meses necessários para que a população de tilápias atinja 40.



ATIVIDADE 2

Quais sentenças abaixo são equações ?

A) $2x + 5 = -0,5$

B) $5 + 7 = 12$

C) $2y - 9 = 21$

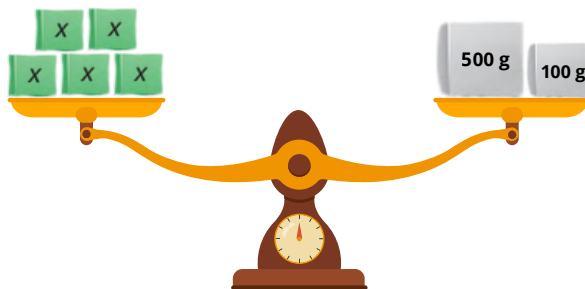
D) $4x > 10$

E) $2x + 5 = 3x + 6$

F) $15 - 7y = 0$

ATIVIDADE 3

Indicando a massa, em gramas, de cada bloco por x , determine a equação sugerida pela balança e a resolva.



ATIVIDADE 4

Resolva as equações aplicando as propriedades estudadas.

A) $x + 5 = 12$

B) $2y + 9 = 3$

C) $x - 12 = 15$

D) $2x = -8$

E) $5z = 90$

F) $4x = 10$



ATIVIDADE 5

Em um supermercado, havia uma promoção surpresa. Quando Ana Lúcia estava passando suas compras no caixa, uma campainha tocou, e ela ganhou um desconto de 12 reais. Ela havia comprado 10 potes de azeitonas.

Já Vânia comprou 6 potes do mesmo produto e gastou mais 44 reais em outras mercadorias, mas não recebeu o desconto. No final, as duas pagaram o mesmo valor.

Com essas informações, qual é o preço de um pote de azeitonas?

ATIVIDADE 6

Fábio e Diego têm juntos 29 figurinhas. O número de figurinhas de Diego excede em 7 unidades as figurinhas de Fábio. Chamando de x o número de figurinhas de Fábio, a equação que representa a situação é:

- A) $2x + 7 = 29$
- B) $x + 7 = 29$
- C) $x + 7x = 29$
- D) $2x - 7 = 29$



ATIVIDADE 7

Ao lado, temos um quadrado mágico: a soma, em cada linha, em cada coluna e nas diagonais, é a mesma. Determine o valor de x nesse quadrado mágico.

16	$x + 4$	$x + 9$
11	$x + 8$	15
$x + 7$	17	10

ATIVIDADE 8

Em uma gincana de Matemática, o grupo de Carlos propôs ao grupo de Everaldo a seguinte questão: *“O dobro de um número somado com 20 é igual a esse mesmo número somado com 15. Que número é esse?”* A resposta dada foi 5. Everaldo e seu grupo acertaram essa questão?



ATIVIDADE 9

Cláudio e Mário possuem juntos R\$240,00. Cláudio possui R\$90,00 a mais que o dobro da quantia de Mário. Quanto possui Cláudio?

ATIVIDADE 10

Em um estacionamento há 15 carros e x motos, perfazendo um total de 100 rodas. Quantas motos estão estacionadas?
Considere que carros têm 4 rodas e motos têm 2 rodas.



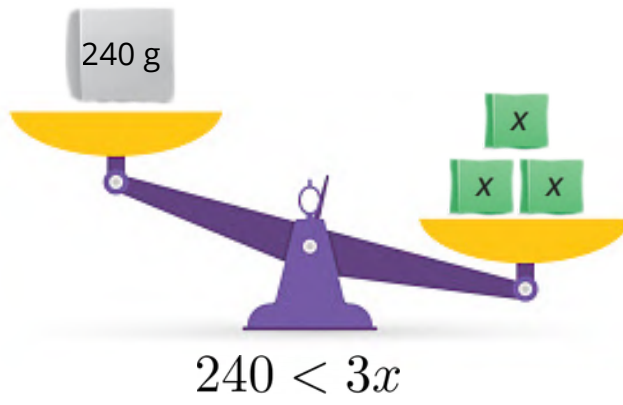
ATIVIDADE 11

Observe cada expressão apresentada e classifique-a como equação ou inequação.

- A) $3x < 27 + x$ _____
- B) $2x + 5 = 10$ _____
- C) $60 - x > 12$ _____
- D) $45x - 30 = 5x$ _____
- E) $5x \leq 36 - x$ _____
- F) $9x = 36 - x + 63$ _____

ATIVIDADE 12

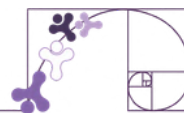
Observe a imagem a seguir. Ela representa uma inequação:



Indique as inequações representadas pelas balanças abaixo:







RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU

Vamos usar o que estudamos sobre as equações do 1º grau com **uma incógnita** na resolução de problemas. Observe alguns passos que podemos seguir.

1º passo: Ler com atenção o problema e anotar os dados.

2º passo: Traduzir o enunciado para a linguagem algébrica, obtendo uma equação correspondente.

3º passo: Resolver a equação estabelecida.

4º passo: Analisar o resultado obtido e verificar se a resposta é conveniente.

Acompanhe a resolução das situações a seguir.

Exemplo 1. Em uma turma, 20% dos estudantes praticam capoeira. Sabendo que o restante da turma (24 estudantes) treina outros esportes, quantos estudantes há, ao todo, nessa turma?

1º passo: O problema pede que se determine o total de estudantes de uma turma, informando que 20% deles treinam capoeira, e os demais (24 estudantes) praticam outros esportes.

Lembramos que: $20\% = \frac{20}{100} = 0,20$

2º passo: Vamos indicar o total de estudantes pela letra x e escrever a equação correspondente usando a incógnita x para indicar o número desconhecido.

$$0,20x + 24 = x$$

Quantidade de estudantes que treinam capoeira Quantidade de estudantes que treinam outros esportes. Quantidade total de estudantes da turma.



3º passo: Resolvemos a equação obtida utilizando os princípios de igualdade. Nesse caso, podemos deixar os termos que têm x no segundo membro.

Assim, temos:

$$0,20x + 24 = x$$

$$0,20x - 0,20x + 24 = x - 0,20x$$

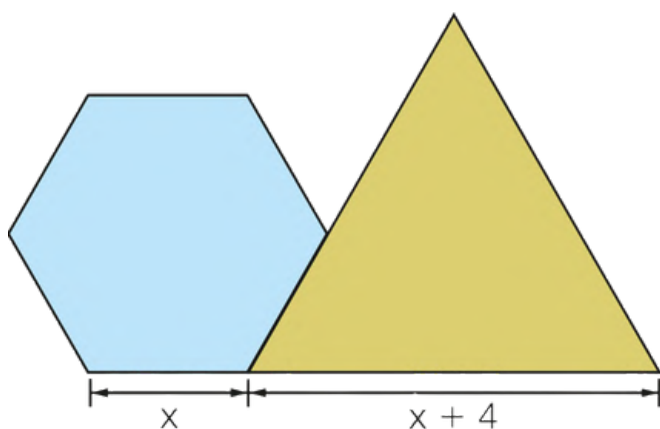
$$24 = 0,8x$$

$$\frac{24}{0,8} = \frac{0,8x}{0,8}$$

$$30 = x \Rightarrow x = 30$$

4º passo: Concluimos que nessa turma há 30 estudantes. Para analisar o resultado obtido, podemos calcular 20% de 30, que equivale a 6 estudantes, e verificar que $30 - 6 = 24$ (quantidade de estudantes que praticam outros esportes). Com isso, observamos que a resposta está correta.

Exemplo 2. Na figura abaixo, os três lados do triângulo são congruentes entre si e os seis lados do hexágono também são congruentes entre si. Cada lado do triângulo mede 4 cm a mais do que cada lado do hexágono. O perímetro do triângulo mede 4,5 cm a mais do que o perímetro do hexágono. Quanto mede o lado de cada polígono?



Na Matemática, dizemos que duas figuras são **congruentes** quando têm o mesmo tamanho e a mesma forma, ou seja, se uma puder ser sobreposta à outra perfeitamente sem precisar ser esticada ou encolhida.

1º passo: Os lados do triângulo são todos de mesma medida e os lados do hexágono também. O lado do triângulo mede 4 cm a mais do que o lado do hexágono. O perímetro do triângulo é 4,5 cm maior do que o perímetro do hexágono.

2º passo: O perímetro do hexágono (soma dos lados) é $6x$. O perímetro do triângulo (soma dos lados) é $3(x+4)$. O perímetro do triângulo é 4,5 cm maior que o do hexágono, ou seja:



$$3(x + 4) = 6x + 4,5$$

3º passo: Resolvemos a equação obtida, primeiramente multiplicando o 3 pela expressão $(x+4)$. Depois vamos isolar o x .



$$3(x + 4) = 6x + 4,5$$

$$3x + 12 = 6x + 4,5$$

$$3x + 12 - 3x - 4,5 = 6x + 4,5 - 3x - 4,5$$

$$7,5 = 3x$$

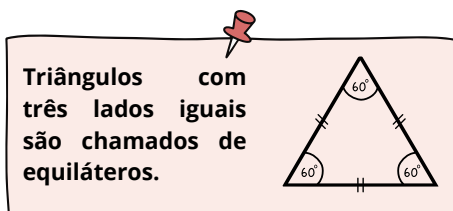
$$\frac{7,5}{3} = \frac{3x}{3}$$

$$2,5 = x \Rightarrow x = 2,5$$

A **propriedade distributiva** diz que um número multiplicado por uma soma (ou subtração) pode ser distribuído para cada termo dentro dos parênteses.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

4º passo: O lado do hexágono mede 2,5 cm e o lado do triângulo mede 6,5 cm. De fato o lado do triângulo é 4 cm maior que o lado do hexágono. Comparando os perímetros do triângulo e do hexágono, 19,5 cm e 15 cm respectivamente, verificamos que a diferença entre eles é 4,5 cm.



Exemplo 3. Leonardo tinha que dividir um número por 3, mas se enganou e multiplicou-o por 3. Com isso, encontrou 120 unidades a mais do que deveria ter encontrado. Qual é o número que Leonardo deveria dividir?

1º passo: Leonardo deveria dividir um número por 3, mas, por engano, multiplicou-o por 3. Como resultado, ele obteve um valor que é 120 unidades maior do que o correto. O objetivo é descobrir qual número ele deveria ter dividido.

2º passo: Se chamarmos esse número de x , o valor correto que ele deveria obter ao dividi-lo por 3 seria $\frac{x}{3}$. No entanto, ele multiplicou x por 3 e encontrou $3x$. A diferença entre esses dois valores foi de 120 unidades, então podemos escrever a equação:

$$3x = \frac{x}{3} + 120$$

3º passo: Para eliminar o denominador, podemos multiplicar toda a equação por 3:



$$3x = \frac{x}{3} + 120$$

$$3x \cdot 3 = \frac{x}{3} \cdot 3 + 120 \cdot 3$$

$$9x = x + 360$$

$$9x - x = x + 360 - x$$

$$8x = 360$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{360}{8}$$

$$x = 45$$

4º passo: Leonardo deveria ter dividido 45 por 3, o que daria 15. No entanto, ao multiplicar 45 por 3, ele obteve 135. Como a diferença entre 135 e 15 realmente é 120, a solução está correta. Assim, o número que ele deveria ter dividido é 45.

Um pouco de História

O primeiro indício do uso de **equações** está relacionado, aproximadamente, ao ano de 1650 a.C., no documento denominado Papiro de Rhind, adquirido por Alexander Henry Rhind, na cidade de Luxor - Egito, em 1858. O papiro de Rhind também recebe o nome de Ahmes, um escriba que relata no papiro a solução de problemas relacionados à Matemática.



O papiro de Rhind traz a solução de 85 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, proporção, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria. O papiro aborda problemas diversos em particular para ajudar na quantificação dos grãos ou na distribuição equitativa ou desigual do pão entre os homens. São também abordados o levantamento topográfico, a medição de distâncias e os problemas geométricos a ele associados: áreas planas, volumes e cálculo de pirâmides.



IDENTIFICANDO INEQUAÇÃO QUE EXPRESSA UM PROBLEMA

Algumas situações podem ser descritas com equações e outras com inequações, precisamos entender como diferenciar esses casos. Vejamos a seguir:

SITUAÇÃO 1

Uma professora comprou 6 canetas iguais e pagou R\$ 36,00 ao todo. Qual é o valor de cada caneta?

Para resolver essa situação, podemos pensar da seguinte forma:

Seja x o valor de cada caneta. Então:

$$\begin{aligned}6x &= 36 \\x &= \frac{36}{6} \\x &= 6\end{aligned}$$

Ou seja, a professora pagou 6 reais por cada caneta.

Nesta situação usamos uma **equação**, pois procurávamos um valor exato para cada uma das canetas.

SITUAÇÃO 2

Uma professora possui 36 reais e, com esse valor, precisa comprar 6 canetas iguais. Qual é o valor máximo que ela pode pagar por cada caneta?

Esta é uma situação diferente: a professora pode gastar, no máximo, 36 reais ao comprar as 6 canetas. Se x é o valor pago por cada uma das canetas, temos que:

$$6x \leq 36$$

Para expressar essa situação, usamos uma **inequação**. Podemos resolvê-la dividindo os lados por 6:

$$\begin{aligned}\frac{6x}{6} &\leq \frac{36}{6} \\x &\leq 6\end{aligned}$$

Nesse caso, a professora pode pagar, **no máximo**, 6 reais por cada caneta.



O que temos de diferente nessas situações?



Na situação 1, a professora desejava saber um valor exato. Já na situação 2, a professora queria saber o valor máximo de cada caneta, mas ela poderia comprar canetas de valores menores sem problema algum!

É necessário interpretar cada situação para identificar se o problema exige um valor exato, que pode ser representado por uma equação, ou se admite um conjunto de valores possíveis, situação em que utilizamos uma inequação.

Podemos observar algumas expressões que costumam estar presentes:

EQUAÇÃO

igual a
total de
resulta em
é
corresponde a
tem exatamente

INEQUAÇÃO

maior que
menor que
no máximo
no mínimo
pelo menos
não ultrapassar
mais que
menos que

Observe como essas expressões aparecem nas situações a seguir:



SITUAÇÃO 3

Dona Glória foi ao mercado. Ela comprou 3 caixas de leite e 1 kg de cebola, gastando o total de 15 reais. Se ela pagou 3 reais pelas cebolas, quanto ela pagou por cada caixa de leite?

Seja x o valor que Dona Glória pagou por cada caixa de leite. Assim, ao multiplicarmos esse valor por 3 e somarmos 3 reais, obtemos o total gasto por ela. Ou seja:

$$\begin{aligned} 3x + 3 &= 15 \\ 3x + 3 - 3 &= 15 - 3 \\ 3x &= 12 \\ \underline{3x} &= \underline{12} \\ 3 &\quad 3 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Concluimos que ela pagou 4 reais por cada caixa de leite.



Design: Getty Images / Fonte: Canva

SITUAÇÃO 4

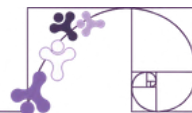
Dona Glória foi ao mercado pois precisava comprar leite. Em sua carteira ela possuía apenas 15 reais. Sabendo que cada caixa de leite custa 4 reais, quantas caixas de leite, no máximo, ela consegue comprar?

Consideremos x a quantidade de caixas de leite que Dona Glória irá comprar. Sabemos que o valor máximo gasto por ela deve ser menor que 15 reais. Como cada caixa de leite custa 4 reais, ao multiplicar x por 4, o valor total deve ser menor que 15 reais. Daí temos que:

$$\begin{aligned} \underline{4x} &< \underline{15} \\ 4 &\quad 4 \\ x &< 3,75 \end{aligned}$$

Concluimos que ela pode comprar no máximo 3 caixas de leite. Caso ela compre mais, o valor da compra será superior ao valor que ela tem na carteira.

Exercícios Resolvidos



1) Ana e Bruno fazem aniversário no mesmo dia, mas a idade de Ana é igual ao dobro da idade de Bruno adicionada de três unidades. Se **a** representa a idade de Ana e **b** representa a idade de Bruno, qual equação indica a situação descrita?

- A) $a = 3b + 2$ C) $a + 3 = 2b$
B) $a = 2b + 3$ D) $a = \frac{b}{2} + 3$

Resolução:

A questão nos diz que a idade de Ana (**a**) é igual ao dobro da idade de Bruno (**b**) adicionada de três unidades.

Matematicamente, essa relação pode ser escrita como:

$$a = 2b + 3$$

A resposta correta é a letra b.

2) Um motorista particular cobra de seus clientes um valor fixo de R\$ 5,90 por corrida mais R\$ 1,50 por quilômetro rodado. Se a corrida de uma pessoa com esse motorista custou R\$ 25,40, quantos quilômetros foram percorridos?

Resolução:

1º passo: O motorista cobra um valor fixo de R\$ 5,90 por corrida, mais R\$ 1,50 por quilômetro rodado. A corrida de uma pessoa custou R\$ 25,40. O objetivo é descobrir quantos quilômetros foram percorridos.

$$\text{Custo total} = \text{valor fixo} + (\text{custo por km} \cdot \text{km percorrido})$$

2º passo: Se chamarmos a quantidade de quilômetros rodados de **x**, o custo total da corrida pode ser expresso por:

$$25,40 = 5,90 + 1,50x$$



3º passo: Para isolar x , subtraímos 5,90 dos dois lados. Depois dividimos ambos os lados por 1,50.

$$25,40 = 5,90 + 1,50x$$

$$25,40 - 5,90 = 5,90 + 1,50x - 5,90$$

$$19,50 = 1,50x$$

$$\frac{19,50}{1,50} = \frac{1,50x}{1,50}$$

$$13 = x$$

$$x = 13$$

4º passo: O valor encontrado para x foi 13, ou seja, a pessoa percorreu 13 quilômetros.

3) A média final de cada disciplina na Escola Céu Azul é calculada assim: multiplicam-se as notas do 1º, do 2º, do 3º trimestres, respectivamente por 1, 2 e 3, adicionam-se os produtos obtidos e divide-se o resultado por 10. Representando as notas dos trimestres respectivamente por a , b e c , qual é a expressão algébrica que representa a média das notas (m)?

Resolução:

$$m = \frac{a + 2b + 3c}{10} \quad \text{ou} \quad m = \frac{1 \cdot a + 2b + 3c}{10}$$

4) Um caranguejeiro coleta caranguejos durante 5 dias consecutivos. A cada dia, ele captura uma quantidade fixa de caranguejos, exceto no terceiro dia, quando ele captura 10 caranguejos a mais do que nos outros dias. Ao final dos 5 dias, ele contabiliza um total de 90 caranguejos. Quantos caranguejos ele capturou em cada um dos dias regulares?

Resolução:

1º passo: O caranguejeiro coleta caranguejos durante 5 dias consecutivos. Nos dias regulares, ele captura uma quantidade fixa de caranguejos, que chamaremos de x . No terceiro dia, ele captura 10 caranguejos a mais, ou seja, $x+10$. No total, ele capturou 90 caranguejos ao longo dos 5 dias. O objetivo é encontrar quantos caranguejos ele capturou nos dias regulares.



2º passo: Sabemos que o caranguejeiro capturou x caranguejos em 4 dias e no terceiro dia ele capturou $x+10$ caranguejos, totalizando 90 caranguejos.

Ou seja:

$$4x + (x + 10) = 90$$

3º passo: Primeiro, retiramos os parênteses e somamos $4x$ com x :

$$4x + x + 10 = 90$$

$$5x + 10 = 90$$

Agora, subtraímos 10 de ambos os lados:

$$5x + 10 - 10 = 90 - 10$$

$$5x = 80$$

Dividimos por 5:

$$\frac{5x}{5} = \frac{80}{5}$$

$$x = 16$$

4º passo: O valor encontrado para x foi 16, ou seja, nos dias regulares, o caranguejeiro capturou 16 caranguejos por dia.



3) Uma empresa que produz bolsas tem gastos fixos mensais de R\$2400,00 mais o custo de R\$12,00 por peça produzida. Se cada boné for vendido por R\$27,00, quantos bonés essa empresa precisa vender, no mínimo, para obter lucro?

Resolução:

Para que a empresa tenha lucro, ela precisa pagar os seus gastos fixos mensais, os gastos com a produção das peças e sobrar uma quantia. Portanto:

$$\text{valor arrecadado} - \text{custos} > 0$$

1º passo: Vamos chamar de x a quantidade de bonés vendidos por essa empresa.

2º passo: Cada boné tem um custo unitário de R\$ 12,00 para ser produzido, além dos gastos fixos, ou seja, o gasto com a produção dos bonés é

$$12x + 2400$$

3º passo: Cada boné é vendido por R\$ 27,00, então o valor arrecadado com as vendas é

$$27x$$

4º passo: Para que a empresa tenha lucro, é necessário que

$$\text{valor arrecadado} - \text{custos} > 0$$

$$27x - (12x + 2400) > 0$$

$$27x - 12x - 2400 > 0$$

$$15x - 2400 + 2400 > 0 + 2400$$

$$\frac{15x}{15} > \frac{2400}{15}$$

$$x > 160$$

5º passo: Ao final, precisamos interpretar o resultado encontrado. Para que a empresa tenha lucro é necessário que a quantidade de vendas seja maior que 160, ou seja, a empresa precisa vender, no mínimo, 161 bonés.



4) Leia a situação a seguir:

“Arthur trabalha em uma loja. Ele recebe, mensalmente R\$ 2 000,00 fixos e uma comissão de R\$ 35,00 por cada venda realizada.

Seja x a quantidade de vendas que Arthur faz em um mês. Qual é a inequação que melhor descreve a quantidade de vendas que ele deve fazer para receber, pelo menos, R\$ 2 700,00?

- A) $15 + x < 2700$
- B) $2000 + 15x \geq 2700$
- C) $2700 > 15x$
- D) $2000 < 2700 + 15x$

Resolução:

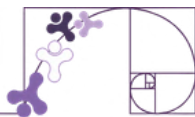
O valor que Arthur recebe por mês é 2000 reais mais 15 reais por venda realizada. Ou seja:

$$2000 + 15x$$

Esse valor precisa ser, pelo menos, 2700 reais. Para isso, ele pode ser maior ou igual que 2700 reais. Daí, conseguimos montar a inequação:

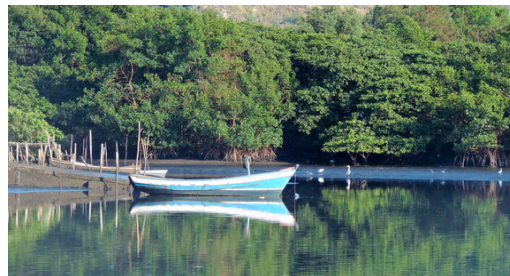
$$2000 + 15x \geq 2700$$

RESPOSTA CORRETA: Letra B.



ATIVIDADE 1

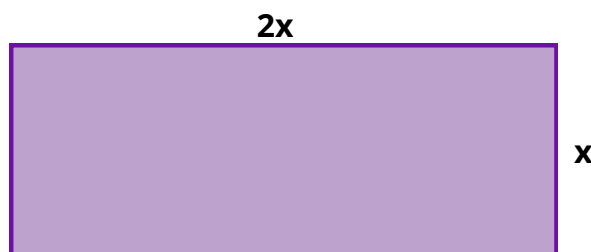
A Ilha do Lameirão, localizada na Baía de Vitória, Espírito Santo, é uma área de grande importância ambiental, caracterizada por manguezais e rica biodiversidade. Ela atua como um habitat para diversas espécies e ajuda na proteção costeira contra erosões.



Estação Ecológica Municipal Ilha do Lameirão

Fonte: Solange Matheus/ [Wikimedia Commons](#)

Com o intuito de preservar esse ecossistema, a equipe de conservação ambiental delimitou uma região retangular de manguezal para ações de reflorestamento. Sabe-se que o comprimento dessa região é o dobro da largura e que o perímetro que delimita a região retangular é 180 metros.



Com base nessas informações:

a) Monte uma equação do 1º grau que represente a situação descrita.

b) Resolva a equação e determine as medidas do comprimento e da largura da região retangular destinada as ações de reflorestamento.



ATIVIDADE 2

Resolva as equações abaixo:

A) $2x - 7 = 8$

B) $5x - 7 = 2x + 2$

C) $4y - 6 = 2y$

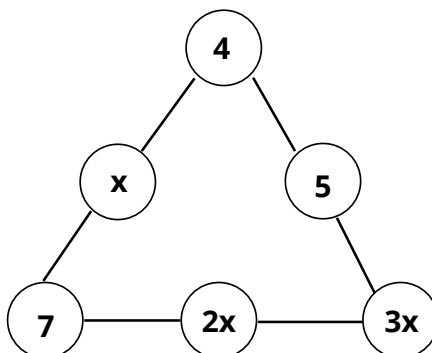
D) $1 + 4(x - 5) = 0$

E) $1 = 12 - (3x - 2)$

F) $7(y - 1) = 2(3y + 1)$

ATIVIDADE 3

Determine o valor de x de modo que a soma em cada lado do triângulo seja a mesma.





ATIVIDADE 4

Um grupo de amigos quer dividir a despesa de uma lanchonete. Se cada um pagar R\$ 20,00, faltarão R\$ 60,00, se cada um der R\$ 30,00, sobrarão R\$ 90,00. O número de pessoas nesse grupo é:

- A) 10
- B) 12
- C) 14
- D) 15

ATIVIDADE 5

Fernanda disse para José:

-Pense em um número. Já pensou ? Então dobre esse número, some 8, multiplique o resultado por 5, some 60 e subtraia 100. Quanto deu?

José respondeu para Fernanda:

-Deu 10.

Descubra o número que José pensou.



ATIVIDADE 6

Observe a figura abaixo.



Paula encheu a garrafa usando 3 copos de água.

No garrafão, ela colocou 4 garrafas de água e mais um copo de água, mas ainda ficou faltando 0,75 litros de água para enchê-lo totalmente.

A) Que quantidade de água cabe nesse copo?

B) Que quantidade de água cabe nessa garrafa?

ATIVIDADE 7

Cinco caixas de creme dental e dois sabonetes custam R\$ 28,50. Uma caixa de creme dental custa R\$ 0,38 a mais que um sabonete. Qual é o preço de uma caixa de creme dental ?



ATIVIDADE 8

Carmem tinha o mesmo número de moedas de 5, 10, 25, e 50 centavos. Com elas, comprou um livro de literatura e pagou por ele R\$ 15,30. Quantas moedas Carmem tinha ao todo?

ATIVIDADE 9

(ENEM 2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.

Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).

Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre:

- a) 4,0 m e 5,0 m.
- b) 5,0 m e 6,0 m.
- c) 6,0 m e 7,0 m.
- d) 7,0 m e 8,0 m.



ATIVIDADE 10

Uma calculadora apresenta, entre suas teclas, uma tecla D, que duplica o número digitado, e uma outra T, que adiciona uma unidade ao número que está no visor. Assim, ao digitar 123 e apertar D, obtém-se 246. Apertando-se, em seguida, a tecla T, obtém-se 247. Uma pessoa digita um número N e, após apertar, em sequência, D, T, D e T, obtém como resultado 243. Determine N.

ATIVIDADE 11

Leia a situação a seguir:

Uma empresa que fabrica blusas tem gasto fixo mensal de R\$5 000,00, mais o custo de R\$ 15,00 por peça produzida. Cada blusa é vendida por R\$ 25,00.

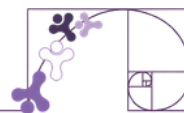
Seja x a quantidade de blusas produzidas por essa empresa em um mês. Marque a inequação que representa a quantidade de blusas que precisam ser vendidas para que a empresa tenha lucro. DICA: o valor arrecadado deve ser maior que os custos com a produção.

- A) $25x < 5000$
- B) $25x > 15x + 5000$
- C) $10x < 0$
- D) $5000 < 25x$

ATIVIDADE 12

“André trabalha em uma loja. Ele recebe, mensalmente R\$ 1600,00 fixos e uma comissão de R\$ 24,00 por cada venda realizada.

Seja x a quantidade de vendas que André faz em um mês. Qual é a inequação que melhor descreve a quantidade de vendas que ele deve fazer para receber, pelo menos, R\$ 2000, 00?



EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU COM NÚMEROS NA FORMA DE FRAÇÃO

Já vimos nos materiais anteriores que uma equação é uma igualdade que envolve um número desconhecido (chamado de incógnita, geralmente representado por x). Nessa semana vamos ver algumas equações com números na forma de fração. Vamos aprender juntos como resolver esse tipo de equação.

EQUAÇÃO COM UM ÚNICO DENOMINADOR

$$\frac{x}{3} = 5$$

Nesse caso, para encontrar a raiz precisamos fazer o oposto da divisão por 3, ou seja, multiplicamos os dois lados por 3:

$$\frac{x}{3} = 5 \rightarrow \frac{x}{3} \cdot 3 = 5 \cdot 3 \rightarrow \frac{x}{\cancel{3}} \cdot \cancel{3} = 5 \cdot 3 \rightarrow x = 15$$

EQUAÇÃO COM DIFERENTES DENOMINADORES

$$\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = 5$$

$$\frac{x}{2} \cdot 4 + \frac{3}{4} \cdot 4 = 5 \cdot 4$$

O mínimo múltiplo comum (MMC) de 2 e 4 é 4, então multiplicamos tudo por 4 para eliminar as frações:

$$2x + 3 = 20$$

$$2x + 3 - 3 = 20 - 3$$

Retiramos 3 de ambos os lados.

$$2x = 17$$

$$\frac{2}{2}x = \frac{17}{2}$$

Dividimos ambos os lados por 2.

$$x = 8,5$$

Agora, veremos mais equações desse tipo em problemas.



O Epitáfio de Diofante (ou Diofanto). Diofante foi um matemático grego que estudou as equações do 1º grau. Muitas fontes dizem que no túmulo de Diofante foi escrito um problema matemático. Não sabemos se isto é verdade, mas o problema proposto tem como objetivo descobrir com qual idade ele morreu.

“Deus concedeu-lhe passar a sexta parte de sua vida na juventude; um duodécimo, na adolescência; um sétimo, em seguida, foi escoado num casamento estéril. Decorreram mais cinco anos, depois do que lhe nasceu um filho. Mas este filho [...] apenas tinha atingido a metade da idade do pai, morreu. Quatro anos ainda, mitigando a própria dor com o estudo da ciência dos números, passou-os Diofante antes de chegar ao termo de sua existência.”

MALBA TAHAN. O homem que calculava. 52. ed. Rio de Janeiro: Record, 2000. p. 135.

Duodécimo é a classificação de algo ou alguém que ocupa o décimo segundo lugar em uma série.

Lendo esse texto, é possível descobrir a idade de Diofante quando ele morreu?

1º passo: O problema propõe descobrir com qual idade teria morrido o matemático Diofante de Alexandria. Ele nos fornece dados da vida de Diofante. Esses dados representam 4 frações do total de anos que teria vivido o matemático e mais 2 números inteiros. Todos esses números, somados, devem resultar na idade procurada.

2º passo: Devemos estabelecer que a idade procurada seja a incógnita x . Em seguida, usando os dados fornecidos, escrevemos uma equação compatível com o enunciado

3º passo: Vamos, com os dados fornecidos, escrever a equação, lembrando que Diofante viveu x anos:

“Deus concedeu-lhe passar a sexta parte de sua vida na juventude” $\rightarrow \frac{x}{6}$

$$\rightarrow \frac{x}{6} + \frac{x}{12}$$

“[...] um sétimo [...] num casamento estéril” $\rightarrow \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7}$



“[...] Decorreram mais cinco anos, depois do que lhe nasceu um filho”

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5$$

“[...] Mas este filho [...] apenas tinha atingido a metade da idade do pai, morreu.”

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2}$$

“[...] Quatro anos ainda, mitigando a própria dor com o estudo da ciência dos números, passou-os Diofante antes de chegar ao termo de sua existência”

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

Esses dados, somados, representam toda a vida de Diofante; isto é, somados têm que ser iguais a x.

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

Para resolver essa equação, temos inicialmente que calcular o mínimo múltiplo comum dos denominadores. Temos que $\text{mmc}(6, 12, 7, 2, 1) = 84$.

Multiplicando cada termo da equação por 84, obtemos

$$84 \cdot \frac{x}{6} + 84 \cdot \frac{x}{12} + 84 \cdot \frac{x}{7} + 84 \cdot 5 + 84 \cdot \frac{x}{2} + 84 \cdot 4 = 84 \cdot x$$

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 = 84x$$

Retirando 84x, 420 e 336 de ambos os lados, temos:

$$14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336 - 84x - 420 - 336 = 84x - 84x - 420 - 336$$

$$-9x = -756 \rightarrow \frac{-9}{-9}x = \frac{-756}{-9} \rightarrow \cancel{\frac{-9}{-9}}x = \frac{-756}{-9} \rightarrow x = 84$$

4º passo: Substituindo x por 84 no primeiro membro da equação, obtemos:

$$\frac{84}{6} + \frac{84}{12} + \frac{84}{7} + 5 + \frac{84}{2} + 4 = 14 + 7 + 12 + 5 + 42 + 4 = 84$$

Logo, Diofante morreu aos 84 anos de idade.



Vamos resolver mais problemas históricos!

Os papiros egípcios representam um dos legados mais valiosos para compreender o desenvolvimento matemático nas civilizações antigas. Entre eles, destacam-se o Papiro de Moscou, o Papiro de Berlim, o Papiro de Kahun e, sobretudo, o **Papiro de Rhind** – documentos datados aproximadamente entre 2000 a.C. e 1600 a.C. Esses registros não apenas comprovam o domínio técnico-matemático da sociedade egípcia em uma época remota, mas também revelam, por meio de escrita sistemática, métodos de cálculo, geometria e resolução de problemas que desafiavam a noção de primitivismo associada a períodos tão antigos.

Vamos resolver um problema do papiro de Rhind. Observe a ilustração.

Determinada quantidade e a sua quarta parte adicionadas resultam em 15. Qual é a quantidade?

Design: Wirakorn Deelert's Images / Fonte: Canva

Chamando essa certa quantidade de x , temos:

$$x + \frac{x}{4} = 15$$

Podemos multiplicar toda a equação por 4.

$$4 \cdot x + 4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot 15$$

$$4x + x = 60$$

$$5x = 60$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{60}{5}$$

$$x = 12$$

Logo, a quantidade procurada é 12.



Design: Icons8 Photos / Fonte: Canva



Agora, vamos resolver um problema da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Após lançar **2014** vezes uma moeda, Antônio contou **997** caras. Continuando a lançar a moeda, quantas caras seguidas ele deverá obter para que o **número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos**?

Escreva uma expressão algébrica, com x para o número de caras seguidas, que represente o total de caras ao final dos lançamentos.

$$997 + x$$

Escreva outra expressão algébrica que represente o total de lançamentos:

$$2014 + x$$

Vamos escrever a expressão que indica a metade do valor representado pela expressão algébrica anterior:

$$\frac{2014 + x}{2}$$

Vamos relacionar as duas expressões algébricas criadas indicada pelos problemas (número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos):

$$997 + x = \frac{2014 + x}{2}$$

Primeiramente vamos multiplicar toda a expressão por 2:

$$997 \cdot 2 + x \cdot 2 = \frac{2014 + x}{2} \cdot 2 \quad \longrightarrow \quad 997 \cdot 2 + x \cdot 2 = \frac{2014 + x}{2} \cdot 2$$

Ficamos com a equação: $1994 + 2x = 2014 + x$

Retirando 1994 e x de ambos os lados temos:

$$1994 + 2x - 1994 - x = 2014 + x - 1994 - x$$

$$x = 20$$

Antônio deverá obter 20 caras seguidas para que o número de caras fique igual à metade do número total de lançamentos.



Um pouco de **mágica**! Siga os passos abaixo para que eu possa descobrir o número que você pensou.

1. Pense em um número;
2. Multiplique esse número por 2;
3. Some 14;
4. Divida por 2;
5. Diminua o primeiro número que você pensou.

O resultado é 7!



Design: Pixelhound / Fonte: Canva

Para entender como isso aconteceu, vamos montar uma equação, chamando de x o número que você pensou.

Pense em um número: x

No segundo passo, ficamos com: $2x$

Some 14: $2x + 14$

Divida por 2: $\frac{2x + 14}{2}$

Diminua o primeiro número que você pensou: $\frac{2x + 14}{2} - x$

$$\frac{2x + 14}{2} - x = \frac{2x + 14}{2} - \frac{x}{1} = \frac{2x + 14}{2} - \frac{2x}{2} = \frac{2x - 2x + 14}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Então: $\frac{2x + 14}{2} - x = 7$

Logo, independente do x escolhido inicialmente, a resposta é 7.

Você conseguiria criar uma mágica parecida com essa?



Imagem produzida no Canva



RESOLVA AS EQUAÇÕES NO GOOGLE PLANILHAS

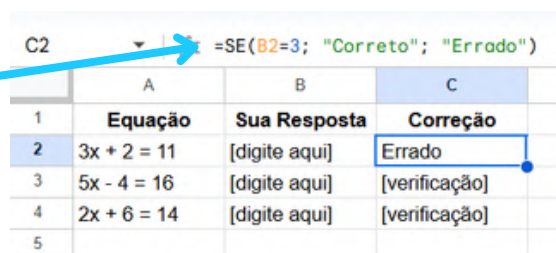
No Google planilhas crie uma tabela com 3 colunas:

- Coluna A: Enunciado da equação
- Coluna B: Campo para o aluno digitar a resposta
- Coluna C: Verificação automática (Correto/Errado)

	A	B	C
1	Equação	Sua Resposta	Correção
2	$3x + 2 = 11$	[digite aqui]	[verificação]
3	$5x - 4 = 16$	[digite aqui]	[verificação]
4	$2x + 6 = 14$	[digite aqui]	[verificação]
5			
6			

Use a seguinte fórmula na coluna C (Correção) para verificar a resposta automaticamente:

=SE(B2=3; "Correto"; "Errado")



	A	B	C
1	Equação	Sua Resposta	Correção
2	$3x + 2 = 11$	[digite aqui]	Errado
3	$5x - 4 = 16$	[digite aqui]	[verificação]
4	$2x + 6 = 14$	[digite aqui]	[verificação]
5			

Para as outras equações, altere o valor correto de x na fórmula.

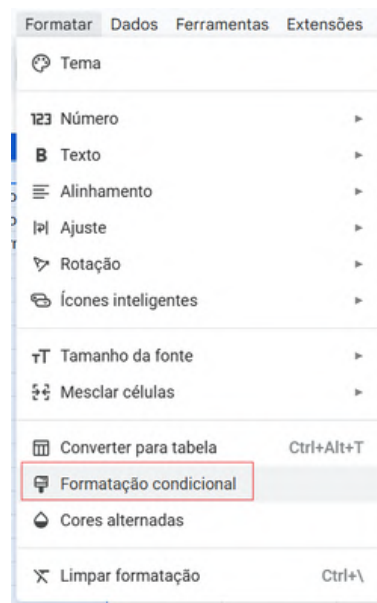
Para C3: =SE(B3=4; "Correto"; "Errado")

Para C4: =SE(B4=4; "Correto"; "Errado")

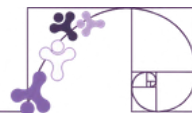
Dica: Para deixar mais interativo, use Formatação Condicional para destacar respostas corretas (azul) e erradas (vermelho).

Resultado final:

	A	B	C
1	Equação	Sua Resposta	Correção
2	$3x + 2 = 11$	3	Correto
3	$5x - 4 = 16$	4	Correto
4	$2x + 6 = 14$	5	Errado
5			
6			



Exercícios Resolvidos



1) Em uma escola na qual há turmas de 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino fundamental, um terço dos estudantes está matriculado no 6º ano; um quarto no 7º ano; três décimos no 8º ano; e 140 estudantes estão no 9º ano. Quantos estudantes estão matriculados nas turmas do 6º ao 9º ano dessa escola?

Resolução:

1º passo: O problema pede que se descubra a quantidade de estudantes matriculados nas turmas do 6º, 7º, 8º e 9º anos da escola, informando dados sobre cada ano escolar.

2º passo: Vamos representar esse número pela letra x e escrever a equação correspondente.

$$\underbrace{\frac{1}{3}x}_{6^\circ \text{ ano}} + \underbrace{\frac{1}{4}x}_{7^\circ \text{ ano}} + \underbrace{\frac{3}{10}x}_{8^\circ \text{ ano}} + \underbrace{140}_{9^\circ \text{ ano}} = \underbrace{x}_{\text{Total de estudantes}}$$

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$\begin{aligned} \frac{1 \times 20}{3 \times 20}x + \frac{1 \times 15}{4 \times 15}x + \frac{3 \times 6}{10 \times 6}x + \frac{140 \times 60}{1 \times 60} &= \frac{x \times 60}{1 \times 60} \\ \frac{20}{60}x + \frac{15}{60}x + \frac{18}{60}x + \frac{8400}{60} &= \frac{60x}{60} \\ \frac{20x + 15x + 18x + 8400}{60} &= \frac{60x}{60} \\ \frac{20x + 15x + 18x + 8400}{60} \cdot 60 &= \frac{60x}{60} \cdot 60 \end{aligned}$$

Para cada fração, vamos encontrar frações equivalentes com denominador 60, pois o mmc (3,4,10) = 60.

$$20x + 15x + 18x + 8400 - 60x - 8400 = 60x - 60x - 8400$$

$$-7x = -8400$$

$$\frac{-7}{-7}x = \frac{-8400}{-7}$$

$$x = 1200$$

4º passo: Estudam 1 200 estudantes nas turmas de 6º ao 9º.



2) André afirmou que o quádruplo do número de suas figurinhas é igual à metade do número de figurinhas que ele possui mais 35. Quantas figurinhas tem André?

Resolução:

1º passo: O problema pede o número de figurinhas (x) de André.

2º passo: Quádruplo do número de suas figurinhas (4x). Metade do número de figurinhas: $\frac{x}{2}$. Podemos montar a seguinte equação:

$$4x = \frac{x}{2} + 35$$

3º passo: Resolvendo a equação, temos:

$$\begin{aligned} 4x &= \frac{x}{2} + 35 \\ 4x \cdot 2 &= \frac{x}{2} \cdot 2 + 35 \cdot 2 \\ 8x &= x + 70 \\ 8x - x &= x + 70 - x \\ 7x &= 70 \\ \frac{7}{7}x &= \frac{70}{7} \\ x &= 10 \end{aligned}$$

4º passo: Portanto, André tem 10 figurinhas.

3) Uma expedição científica explorou $\frac{1}{4}$ da Cadeia Vitória-Trindade e, depois, $\frac{1}{5}$ do que ainda restava. Sabendo que faltam 720 km para concluir o mapeamento, qual é o comprimento **total** dessa cordilheira submarina?

Resolução:

1º passo: O problema pede o comprimento total da cordilheira.

2º passo: Chamando de x o comprimento total da cordilheira, podemos montar a seguinte equação:



$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5} \cdot \left(x - \frac{1}{4}x \right) + 720 = x$$

Parte não
explorada

x: comprimento total

$\frac{1}{4}x$: já foi explorado

$x - \frac{1}{4}x$: o que falta pra ser explorado

3º passo: Resolvendo a equação, encontramos:

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5} \cdot \left(x - \frac{1}{4}x \right) + 720 = x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x - \frac{x}{20} + 720 = x$$

$$\frac{5}{20}x + \frac{4}{20}x - \frac{x}{20} + \frac{14\,400}{20} = \frac{20x}{20}$$

$$\frac{8x + 14\,400}{20} = \frac{20x}{20}$$

$$\frac{8x + 14\,400}{20} \cdot 20 = \frac{20x}{20} \cdot 20$$

$$8x + 14\,400 = 20x$$

$$8x + 14\,400 - 8x = 20x - 8x$$

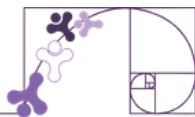
$$14\,400 = 12x$$

$$\frac{14\,400}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$1\,200 = x$$

$$x = 1\,200$$

4º passo: A Cadeia Vitória-Trindade tem 1 200 km de extensão.



ATIVIDADE 1

Conta-se que Bháskara II escreveu o livro *Līlāvātī* em homenagem à sua filha, também chamada *Līlāvātī*. Segundo a lenda, ele queria prever o melhor momento para o casamento dela, mas um acidente com um relógio d'água teria mudado seu destino.

Entre os desafios do livro, há um famoso problema sobre um colar partido.



Fonte:

<https://tamilandvedas.com/2020/01/17/great-women-lilavati-and-ubhaya-bharati-post-no-7464/>

O Enigma do Colar

Uma mulher estava usando um colar de pérolas quando ele se partiu, espalhando as pérolas no chão. Algumas caíram no tapete, outras no chão e algumas ficaram presas na roupa.

O problema é apresentado assim:

"Metade das pérolas caíram no tapete, um terço caíram no chão, as 5 pérolas restantes ficaram presas no fio. Quantas pérolas havia no colar?"

Resolva o problema acima.

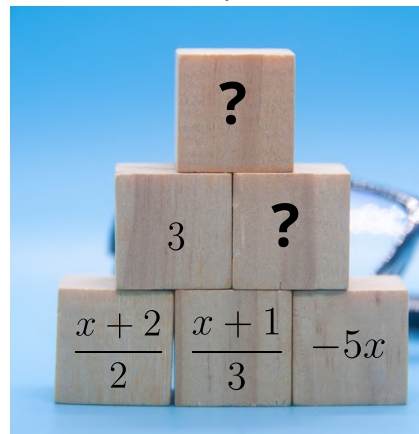


ATIVIDADE 2

A partir da casa de cima, cada número é a soma dos dois números que estão nas casas imediatamente abaixo.

A) Descubra o valor de x .

B) Descubra os valores de todas as casas.



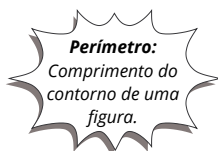
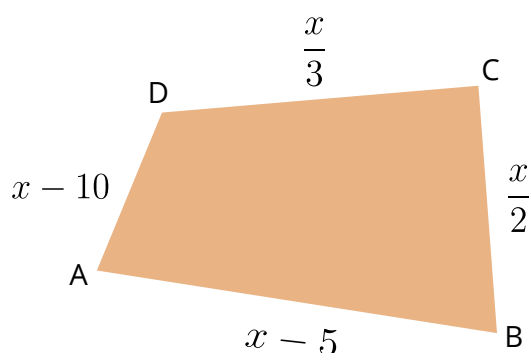
Design: Getty Images / Fonte: Canva

ATIVIDADE 3

Diminuindo-se seis anos da idade de minha filha, obtém-se os $\frac{3}{5}$ de sua idade. Determine a idade de minha filha.

ATIVIDADE 4

No polígono a seguir, a soma das medidas dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ é igual à soma das medidas dos lados $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$.



Calcule:

A) o valor de x .

B) o perímetro desse polígono.



ATIVIDADE 5

Um famoso problema registrado por volta de 1150 a.C., na Índia, diz o seguinte: De uma quantidade de puras flores de lótus, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ foram oferecidos para os deuses Shiva, Vishnu e Surya (Sol). Da quantidade original, $\frac{1}{4}$ foi oferecido a Bhavani. Os 6 lótus restantes foram dados ao venerável preceptor.

Diga qual o número total de flores de lótus.



Design: Diversifysketch / Fonte: Canva

ATIVIDADE 6

Um tijolo pesa 1kg mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo e meio?

ATIVIDADE 7

Um eletricista comprou um rolo de fio com 50 metros de comprimento para realizar três ligações. Na 1ª ligação ele utilizou 18,7 metros do fio, na 3ª ligação, utilizou $\frac{2}{3}$ do comprimento de fio que havia utilizado para a 2ª ligação, restando ainda 2,3 m de fio no rolo. Qual o comprimento, em metros, de fio utilizado na 3ª ligação?



ATIVIDADE 8

Júlia e Luísa plantaram juntas 88 árvores, sendo que Júlia plantou $\frac{3}{8}$ da quantidade de árvores plantadas por Luísa. Qual a quantidade de árvores plantadas por Luísa?

ATIVIDADE 9

Uma herança deve ser dividida entre três herdeiros: o filho mais velho receberá metade, o filho do meio, a terça parte, e o mais novo, a metade do que receberá o filho mais velho, menos 6000 reais. Qual o valor da herança?

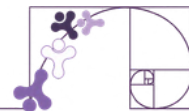
ATIVIDADE 10

Resolva as equações abaixo:

A) $\frac{3x}{5} - \frac{1}{2} = x - \frac{2}{5}$

B) $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2x}{6} - \frac{1}{3}$

C) $2x + \frac{1}{5} - \frac{x}{10} = \frac{1}{2} + \frac{8}{5}$



PROPORCIONALIDADE

O Convento da Penha, localizado em Vila Velha, Espírito Santo, é um dos mais antigos e importantes santuários religiosos do Brasil. Fundado em 1558 pelo frei espanhol Pedro Palácios, o convento fica no alto de um penhasco a 154 metros acima do nível do mar, cercado por uma bela área de Mata Atlântica preservada. Com mais de 460 anos de história, o local é um símbolo religioso, cultural e turístico do estado, atraindo milhares de visitantes todos os anos, seja por devoção, seja pela vista panorâmica espetacular que oferece da Grande Vitória.

Ao longo dos séculos, o convento passou por diversas reformas e ampliações, mas sempre manteve sua essência histórica e espiritual. No caminho até o topo, os visitantes podem percorrer diferentes trajetos, sendo os mais conhecidos a Ladeira da Penitência e a estrada pavimentada. A Ladeira da Penitência é um caminho mais íngreme e antigo, feito de pedras irregulares, que desafia os peregrinos e remete às subidas feitas pelos fiéis em séculos passados.

Todos os anos, milhares de fiéis participam das romarias ao Convento da Penha, especialmente durante a Festa da Penha, a maior



Design: Getty Images / Fonte: Canva

celebração religiosa do Espírito Santo e uma das mais antigas do Brasil.

Durante essa festividade, devotos percorrem longas distâncias a pé, saindo de diferentes pontos da Grande Vitória, em um ato de fé e devoção. Agora, imagine que um grupo de peregrinos inicie a subida pela Ladeira da Penitência, percorrendo um trajeto de 2 km. Mantendo um ritmo constante, eles levam 40 minutos para chegar ao topo.

Se percorressem apenas metade dessa distância mantendo o mesmo ritmo, quanto tempo levariam?



O CONCEITO DE RAZÃO

Situação 1:

Uma pesquisa realizada em um bairro revelou que 160 das 400 pessoas pesquisadas praticam atividades físicas regularmente. Com os dados da pesquisa, podemos estabelecer uma relação entre o número de pessoas que praticam atividades físicas regularmente e o número total de pessoas pesquisadas, escrevendo:

$$\frac{160}{400} = \frac{2}{5}$$



Design: AZ Elements / Fonte: Canva

Esse quociente é chamado de razão. Podemos dizer, então, que a razão do número de pessoas que praticam atividades físicas regularmente para o número total de pessoas pesquisadas é de 2 para 5. Isso significa que, de cada 5 pessoas pesquisadas, 2 praticam atividades físicas regularmente.

Situação 2:

Sebo é o nome popular dado a livrarias que compram, vendem e trocam livros usados. Uma pesquisa realizada por um sebo revelou que durante um trimestre foram vendidos 750 romances e 150 livros de histórias em quadrinhos. A razão entre o número de livros de histórias em quadrinhos e o de romances vendidos no trimestre é:

$$\frac{150}{750}$$



Design: Deemakdaksina / Fonte: Canva

Calculando esse quociente, encontramos 0,20 ou $\frac{20}{100}$. Isso significa que, enquanto foram vendidos 20 livros de histórias em quadrinhos, venderam-se 100 romances.

Nas duas situações apresentadas, comparamos dois números usando uma divisão. O quociente obtido é a razão entre esses dois números, tomados na ordem considerada.



Sendo a e b dois números inteiros, com b diferente de 0, denomina-se **razão entre a e b** ou **razão de a para b** o quociente $\frac{a}{b}$ ou $a \div b$.

Os termos de uma razão recebem nomes específicos: o primeiro número chama-se **antecedente**, e o segundo número, **consequente**.

$\frac{a}{b}$

antecedente

consequente

Situação 3:

Para esculpir uma obra de arte em bronze, um escultor fundiu 23 kg de cobre com 2 kg de estanho. Calcule o teor de cada metal nessa liga de bronze.

Inicialmente, vamos calcular a massa total do material que é igual à soma das massas dos metais que compõem a liga. Logo, a massa total é igual a:

$$23 + 2 = 25\text{kg}$$

Nos 25 kg de bronze, temos 23 kg de cobre, o que nos dá a razão de 23 para 25. Essa razão pode ser escrita na forma percentual:

$$\frac{23}{25} = 0,92 = \frac{92}{100} = 92\%$$

Nos 25 kg de bronze, temos 2 kg de estanho, o que nos dá a razão de 2 para 25. Representando na forma percentual, temos:

$$\frac{2}{25} = 0,08 = \frac{8}{100} = 8\%$$

Essas informações caracterizam, respectivamente, os teores de cobre e de estanho na liga metálica de bronze.

Teor de cobre: 92%

Teor de estanho: 8%

Lembre-se:

$$0,92 = \frac{0,92}{1} = \frac{92}{100} = 92\%$$

Primeiro, escrevemos como uma fração com denominador 1 e, multiplicamos por 100 o denominador e numerador para eliminar a vírgula. Como uma fração com denominador 100 representa porcentagem, conclui-se que 0,92 equivale a 92%.

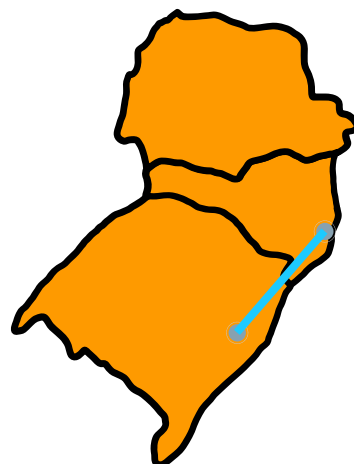


Situação 4:

Observe o mapa da região Sul do Brasil.

Nele, a medida da distância entre Porto Alegre e Florianópolis, em linha reta, é igual a 1,9 cm. A distância real, em linha reta, entre essas duas cidades mede aproximadamente 380 km.

Vamos calcular a razão entre a medida da distância entre Porto Alegre e Florianópolis no mapa e a medida da distância real entre as duas cidades, em linha reta. Para isso, precisamos expressá-las em uma mesma unidade de medida.



Design: Bruna Saraiva / Fonte: Canva

Transformamos 380 km (distância real) em centímetro: $380 \text{ km} = 38\,000\,000 \text{ cm}$
Portanto, a razão procurada é dada por:

$$\frac{1,9 \div 1,9}{38\,000\,000 \div 1,9} = \frac{1}{20\,000\,000}$$

A razão $1 : 20\,000\,000$ indica que cada centímetro representado no mapa corresponde a $20\,000\,000 \text{ cm}$, isto é, cada centímetro no mapa corresponde a 200 km.

A esse tipo de razão chamamos de **escala**.

Em um mapa, podemos representar essa escala assim:



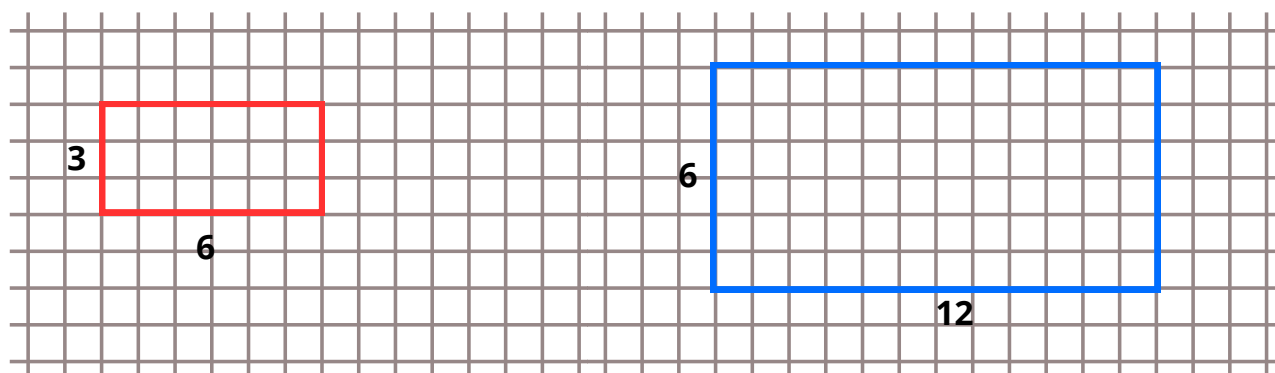
Escala é a razão entre uma medida de comprimento em um desenho (ou outra representação qualquer) e a medida de comprimento real correspondente em uma mesma unidade de medida.

$$escala = \frac{\text{medida de comprimento no desenho}}{\text{medida de comprimento real}}$$



PROPORÇÃO

Observe os retângulos representados na malha quadriculada:



Retângulo A.

Retângulo B.

Qual é a razão entre as medidas de comprimento da altura do retângulo A e da altura do retângulo B?

$$\frac{\text{altura de } A}{\text{altura de } B} = \frac{3^{\div 3}}{6^{\div 3}} = \frac{1}{2}$$

Qual é a razão entre as medidas de comprimento da largura do retângulo A e da largura do retângulo de B?

$$\frac{\text{largura de } A}{\text{largura de } B} = \frac{6^{\div 6}}{12^{\div 6}} = \frac{1}{2}$$

Dessa forma, vimos que em relação a altura, cada unidade de comprimento (u.c.) do retângulo A equivale a 2 u.c. do retângulo B. Também podemos dizer, que cada três u.c. do retângulo A equivalem a 6 u.c. do retângulo B. **Essa igualdade de razões é definida como uma proporção.**

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



No exemplo dos retângulos A e B, observamos que a razão entre as medidas de altura e largura é constante, caracterizando uma proporção. No entanto, nem todas as relações entre grandezas seguem essa regularidade. Agora, vamos analisar um caso onde não há proporcionalidade.

Perímetro e Área

Vamos calcular o perímetro e a área dos retângulos A e B:

Perímetro do retângulo A: $P_a = 2 \cdot (6 + 3) = 2 \cdot 9 = 18$

Perímetro do retângulo B: $P_b = 2 \cdot (12 + 6) = 2 \cdot 18 = 36$

Aqui, observamos que o perímetro do retângulo B é o dobro do perímetro do retângulo A, seguindo a mesma proporção entre os lados. Isso indica uma relação de proporcionalidade.

Agora, vejamos a **área**:

Área do retângulo A: $A_a = 6 \cdot 3 = 18$

Área do retângulo B: $A_b = 12 \cdot 6 = 72$

Quando comparamos as áreas, percebemos que:

$$\frac{A_a}{A_b} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$$

Ou seja, enquanto os lados do retângulo B são o dobro dos lados do retângulo A, a área não dobrou, mas quadruplicou!

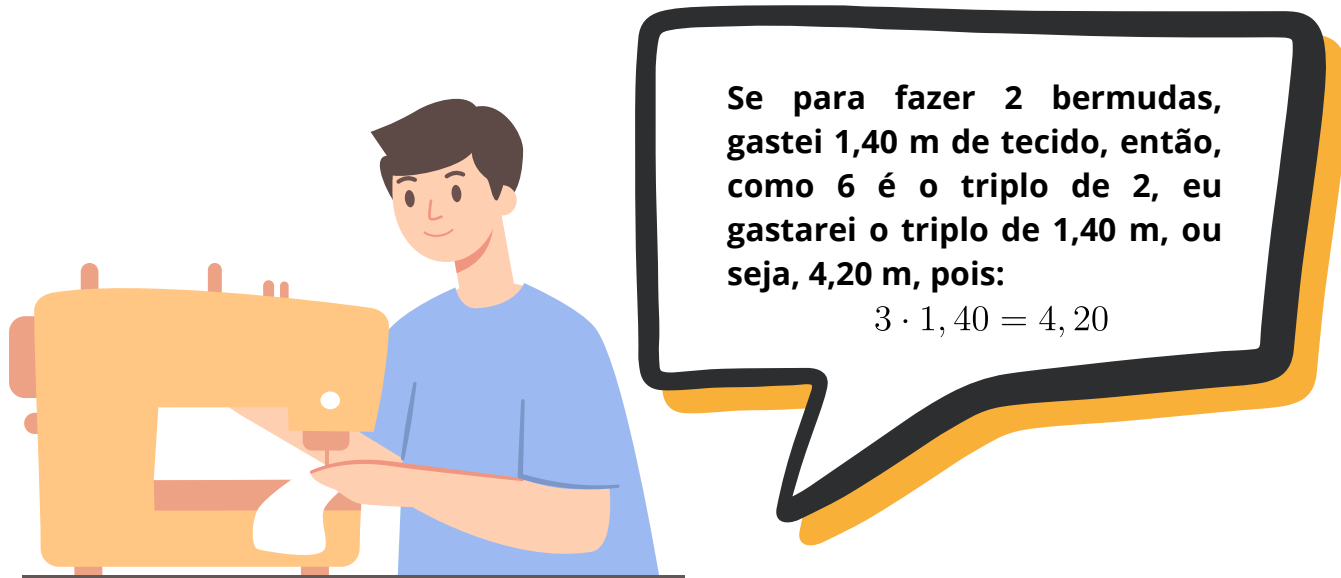
No caso do retângulo, os lados e o perímetro seguem uma proporcionalidade, mas a área não. Isso acontece porque a área é resultado do produto de duas grandezas, enquanto a proporcionalidade envolve apenas a multiplicação por um fator constante.

GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Raimundo é costureiro e está fazendo bermudas encomendadas por uma loja. Ele fez 2 bermudas com um tecido com medida de comprimento de 1,40 m. Agora ele quer saber quantos metros de tecido ele precisa para fazer 6 bermudas. Acompanhe a fala de Raimundo.



Design: Madaniaart / Fonte: Canva



Design: Madaniaart / Fonte: Canva

Em casos como esse, dizemos que as grandezas são **diretamente proporcionais**, ou apenas que são proporcionais. Quando o valor de uma grandeza dobra, triplica ou é reduzido à metade, o valor da outra grandeza, que é diretamente proporcional a ela, também dobra, triplica ou é reduzido à metade, respectivamente.

GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Renata comprou 240 figurinhas da Copa do Mundo de Futebol para dividir entre alguns de seus sobrinhos. O número de figurinhas que cada sobrinho vai receber depende da quantidade de sobrinhos que Renata vai considerar. Observe o quadro abaixo.

Número de sobrinhos	2	3	4	5	6
Número de figurinhas por sobrinho	120	80	60	48	40

Pelas informações da tabela, percebemos, por exemplo, que ao dobrar o número de sobrinhos, o número de figurinhas por sobrinho se reduz à metade. Observe também o que ocorre quando consideramos o produto de um número da 1ª linha pelo seu correspondente na 2ª linha da tabela.

$$2 \cdot 120 = 240$$

$$3 \cdot 80 = 240$$

$$4 \cdot 60 = 240$$

$$5 \cdot 48 = 240$$

$$6 \cdot 40 = 240$$

Quando isso acontece, dizemos que os números da 1ª linha são **inversamente proporcionais** aos números correspondentes da 2ª linha.



DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAIS

Em algumas situações do dia a dia, precisamos dividir alguma coisa entre pessoas, mas de forma que cada uma receba uma parte diferente, de acordo com algum critério. Pode ser idade, tempo de trabalho, esforço, entre outros. Quando essa divisão segue uma razão ou proporção, chamamos isso de **divisão em partes proporcionais**.

Dividir em partes proporcionais significa repartir um valor total (como dinheiro, doces, tempo, etc.) respeitando uma proporção previamente combinada. Essa proporção pode vir de números dados ou de uma característica (como idade, por exemplo). Vejamos alguns exemplos de situações desse tipo.

EXEMPLO 1

Rafa, Léo e Júlia decidiram comprar juntos um pacote com 120 bolinhas de gude. Cada um contribuiu com uma parte do dinheiro, mas não foi o mesmo valor para todos. Rafa colocou R\$ 10,00; Léo colocou R\$ 15,00 e Júlia colocou apenas R\$ 5,00.

Depois da compra, surgiu a dúvida: como dividir as bolinhas de um jeito justo?

Eles então combinaram que cada um receberia a quantidade de bolinhas proporcional ao valor que deu para a compra. Ou seja, quem pagou mais, vai receber mais.

Vamos descobrir quanto cada um vai levar?

Cada 1 real pago equivale a 1 parte, então:

Rafa = 10 partes; Léo = 15 partes e Júlia = 5 partes.

Total de partes: $10 + 15 + 5 = 30$ partes.

Agora temos que dividir o total de bolinhas pelas partes: $120 \div 30 = 4$

Ou seja, cada parte vale 4 bolinhas de gude.

Agora vamos calcular quantas bolinhas cada um vai receber:

Rafa: $10 \cdot 4 = 40$ bolinhas.

Léo: $15 \cdot 4 = 60$ bolinhas.

Júlia: $5 \cdot 4 = 20$ bolinhas.



Design: Blueringmedia / Fonte: Canva



EXEMPLO 2

Uma herança de R\$ 7 200,00 será dividida entre três irmãos, de acordo com suas idades: João tem 12 anos, Maria tem 10 anos e Lucas tem 8 anos. A divisão será proporcional à idade de cada um.

Primeiro, somamos as idades: $12 + 10 + 8 = 30$ partes no total.

Em seguida, dividimos o valor total pelas partes:

$$7200 \div 30 = 240 \text{ reais por parte.}$$

Depois, calculamos quanto cada um receberá, multiplicando o valor por parte (240,00) pela idade de cada um.

$$\text{João: } 12 \cdot 240 = 2\,880 \text{ reais.}$$

$$\text{Maria: } 10 \cdot 240 = 2\,400 \text{ reais.}$$

$$\text{Lucas: } 8 \cdot 240 = 1\,920 \text{ reais.}$$

EXEMPLO 3

Uma mãe comprou uma barra de chocolate com 480 gramas para dividir entre seus quatro filhos, de acordo com a idade de cada um. Ela decidiu que quem for mais velho vai ganhar um pedaço maior.

As idades dos irmãos são: Lucas: 12 anos; Marina: 10 anos; Caio: 8 anos e Sofia: 10 anos.

Como a divisão será proporcional às idades, vamos ver quanto de chocolate cada um vai receber.



Design: Billion Photos / Fonte: Canva

Vamos somar as idades para descobrir o total de partes: $12 + 10 + 8 + 10 = 40$ partes.

Agora, dividimos o total de chocolate pelo número de partes:

$$480 \div 40 = 12 \text{ gramas por parte.}$$

Agora vamos multiplicar a idade de cada filho por 12 para descobrir a quantidade de chocolate que cada um ganhou.

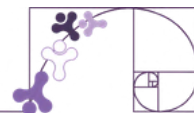
$$\text{Lucas: } 12 \cdot 12 = 144 \text{ gramas.}$$

$$\text{Marina: } 10 \cdot 12 = 120 \text{ gramas.}$$

$$\text{Caio: } 8 \cdot 12 = 96 \text{ gramas.}$$

$$\text{Sofia: } 10 \cdot 12 = 120 \text{ gramas.}$$

Exercícios Resolvidos



1) Em um campeonato de futebol, uma equipe acumulou 26 pontos dos 80 disputados. Qual foi o aproveitamento desse time? Represente na forma percentual.

Resolução:

$$\text{aproveitamento} = \frac{\text{pontos acumulados}}{\text{pontos totais}}$$

$$\text{aproveitamento} = \frac{26}{80} = 0,325$$

$$\text{aproveitamento} = 0,325 \cdot 100 = 32,5\%$$

2) Imagine que um grupo de peregrinos inicia a subida pela Ladeira da Penitência, percorrendo um trajeto de 2 km. Em um ritmo constante, eles levam 40 minutos para chegar ao topo. Se eles percorressem apenas metade dessa distância mantendo o mesmo ritmo, quanto tempo levariam?

Resolução:

Se eles gastam 40 min para percorrer 2 km, se eles percorressem a metade do caminho, 1 km, eles gastariam a metade do tempo, 20 minutos.

3) Imagine que um grupo de peregrinos inicia a subida pela Ladeira da Penitência, percorrendo um trajeto de 2 km. Em um ritmo constante, eles levam 40 minutos para chegar ao topo. Se eles percorressem apenas metade dessa distância mantendo o mesmo ritmo, quanto tempo levariam?

Resolução:

Este exercício pode ser resolvido da seguinte forma: se dobramos o número de pintores (de 2 para 4), o tempo necessário para concluir a tarefa será reduzido pela metade. Assim, o tempo será **6 horas**.



4) [Dados adaptados] De acordo com dados recentes, Vitória, capital do Espírito Santo, possui 20 médicos para cada mil habitantes. Sabendo que a cidade conta com 6 000 médicos, qual o tamanho da população de Vitória, aproximadamente?

Resolução:

Ao montarmos uma tabela com os dados, podemos observar que se dividirmos o valor da população (1ª linha) pelo valor de médicos (2ª linha) encontramos 50. Ou seja, temos 1 médico para cada 50 habitantes.

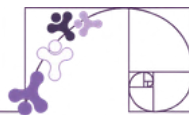
População	1 000	2000	3000	4000	...	?
Médicos	20	40	60	80	...	6000

Diagram illustrating the relationship between population and number of doctors. The table shows that as population increases by 1000, the number of doctors increases by 20. Blue arrows with 'x2' labels indicate the constant ratio between the two rows.

Queremos encontrar o tamanho da população para 6 000 médicos. Então, vamos encontrar o número que dividido por 6 000 dá 50.

$$\frac{x}{6\,000} = 50 \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} x &= 50 \cdot 6\,000 \\ x &= 300\,000 \end{aligned}$$

Logo, a população de Vitória é aproximadamente 300 000 habitantes.



VÍDEO

Razão

<https://www.youtube.com/watch?v=BJeEFFBc8xc>



Proporção

<http://youtube.com/watch?v=XLzrXjJrwRY>

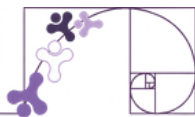




PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE *Matemática* PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

No ano de 2026, o Ensino Fundamental – Anos Finais, apresenta, no componente curricular Matemática, as Práticas Experimentais de Matemática, que têm como finalidade fomentar o processo de ensino e aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento e a consolidação de habilidades, do pensamento crítico e da compreensão e aplicação da lógica matemática no cotidiano.

Nesse contexto, seu(sua) professor(a) conduzirá você e sua turma em uma prática experimental de Matemática, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais dinâmica e participativa. A proposta busca evidenciar que o conhecimento matemático está presente em diversas situações do dia a dia e que aprender de forma colaborativa torna esse processo mais significativo e interessante.



ATIVIDADE 1

Durante um evento cultural realizado em Vila Velha, dois grupos distintos participaram de uma caminhada até um dos pontos turísticos mais conhecidos da cidade: o Convento da Penha.



Design: Getty Images / Fonte: Canva

Os registros do evento, ocorrido em 2024, apontam que:

- O grupo formado por homens contou com 45 000 participantes.
- O grupo formado por mulheres reuniu 30 000 participantes.

A) Qual é a razão entre o número de homens e o número de mulheres que participaram da caminhada em 2024?

B) Suponha que em outro evento a razão entre os números de homens e mulheres seja a mesma da caminhada. Se 4500 mulheres participarem desse outro evento, quantos homens participarão?



ATIVIDADE 2

Entre os alunos de uma escola, existem 350 meninas e 210 meninos.

Determine e simplifique a razão entre:

I) O número de meninas e o número de meninos.



Design: Evellean's Images / Fonte: Canva

II) O número de meninos e o número de meninas.

III) O número de meninas e o número de alunos na escola.

IV) O número de meninos e o número de alunos na escola.

ATIVIDADE 3

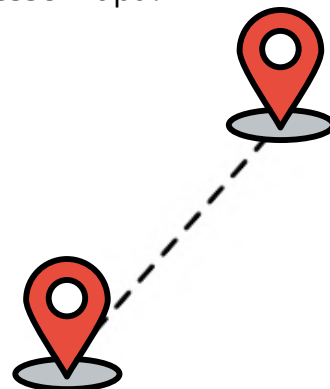
Determine o valor das letras do quadro abaixo de modo que as sequências de números sejam diretamente proporcionais.

4	6	8	A	20
10	15	B	25	C



ATIVIDADE 4

A distância entre duas cidades, em linha reta, é de 500 km e foi representada em um mapa por um segmento de 5 cm. Qual foi a escala utilizada nesse mapa?



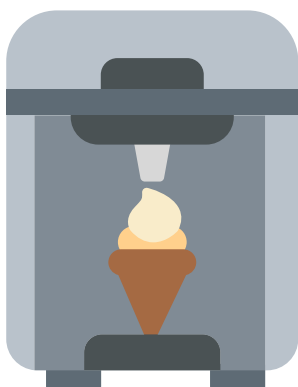
Design: Freeicon.com / Fonte: Canva

ATIVIDADE 5

Uma barra de chocolate, com 400 g, foi dividida entre João, Roberta e Tomás, em partes diretamente proporcionais às suas idades. Se João tem 11 anos, Roberta tem 9 anos e Tomás tem 5 anos, quantos gramas de chocolate couberam a cada um?

ATIVIDADE 6

A tabela a seguir refere-se ao número de máquinas (iguais) e ao tempo necessário para a produção de 36 litros de sorvete.



Design: VectorByte / Fonte: Canva

Número de Máquinas	Tempo (em minutos)
1	60
2	A
B	15
6	C



A) Determine os valores de A, B , e C.

B) Com apenas uma máquina, em quanto tempo seriam produzidos 108 litros de sorvete?

ATIVIDADE 7

Para montar uma pequena empresa, Márcia , Cláudio e Ricardo formaram uma sociedade. Márcia participou com R\$ 24000,00, Cláudio, com R\$ 27000,00, e Ricardo, com R\$ 30000,00. Depois de 6 meses, a empresa obteve um lucro de R\$ 32400,00, que foi dividido entre os sócios em partes diretamente proporcionais à quantia que cada um investiu. Quanto cada um recebeu?

ATIVIDADE 8

A planta de uma casa foi desenhada com um escalímetro na escala $\frac{1}{125}$.

O comprimento de uma sala foi representado, nessa planta, por um segmento de 5,2 cm. Qual é o comprimento real da sala?



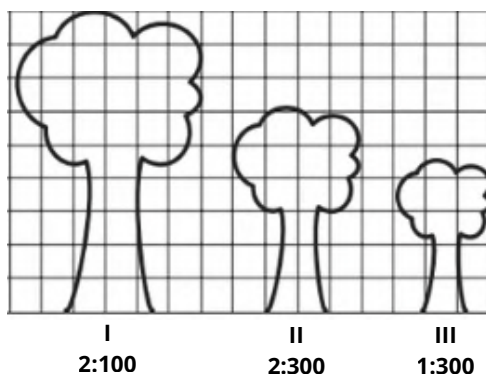
ATIVIDADE 9

Um time de futebol recebeu 900 ingressos para distribuir entre seus torcedores de três categorias: sócios-torcedores, estudantes e torcedores comuns, em quantidades diretamente proporcionais ao número de membros em cada categoria.

Se há 300 sócios-torcedores, 200 estudantes e 100 torcedores comuns, quantos ingressos foram destinados a cada grupo?

ATIVIDADE 10

Um biólogo mediu a altura de três árvores distintas e representou-as em uma mesma malha quadriculada, utilizando escalas diferentes, conforme indicações na figura a seguir.



Qual é a árvore que apresenta a maior altura real? Justifique.



Chegou o momento de pensar sobre o que você aprendeu neste capítulo.

As Expectativas de Aprendizagem apresentadas no início indicavam os principais objetivos do estudo desse capítulo. Agora, vale a pena refletir: o quanto você avançou em relação a cada um deles?



Refleta sobre sua aprendizagem

- Consigo identificar regularidades e padrões em sequências numéricas?
- Sou capaz de expressar as regularidades de uma sequência numérica por meio da linguagem algébrica?
- Consigo reconhecer se duas expressões algébricas que descrevem a mesma sequência numérica são ou não equivalentes?
- Sou capaz de classificar sequências numéricas em recursivas e não recursivas?
- Consigo utilizar a linguagem algébrica, com expressões numéricas e literais, distinguindo o uso de letras como incógnitas e como variáveis?
- Sou capaz de determinar o valor de expressões algébricas ao atribuir valores numéricos às variáveis?
- Consigo reconhecer uma equação ou inequação do 1º grau?
- Compreendo as relações entre as operações aritméticas e a preservação da igualdade ao resolver equações lineares da forma $ax + b = c$?
- Sou capaz de resolver equações polinomiais do 1º grau em uma única etapa?
- Consigo resolver equações polinomiais do 1º grau que envolvem duas etapas?
- Sou capaz de modelar e resolver problemas que podem ser representados por equações do 1º grau da forma $ax + b = c$?
- Consigo elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$?
- Sou capaz de descrever relações de proporcionalidade direta por meio de razões entre grandezas e distinguir situações que não representam proporcionalidade direta?
- Consigo interpretar, modelar e resolver problemas que envolvem grandezas direta e inversamente proporcionais?
- Sou capaz de modelar e resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade entre variáveis?



Expectativa de Aprendizagem	Consegui compreender bem	Compreendi parcialmente	Preciso revisar
Identificar regularidades e o correspondente padrão em sequências numéricas.	☐	☐	☐
Expressar regularidades em sequências numéricas por meio da linguagem algébrica.	☐	☐	☐
Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.	☐	☐	☐
Classificar sequências em recursivas e não-recursivas.	☐	☐	☐
Utilizar a linguagem algébrica, com expressões numéricas e literais, distinguindo os usos de expressões literais para denotar incógnitas e variáveis.	☐	☐	☐
Determinar o valor de expressões algébricas ao atribuir valores numéricos aos termos variáveis.	☐	☐	☐
Reconhecer equação ou inequação do 1º grau.	☐	☐	☐
Reconhecer as relações entre as operações aritméticas e a preservação da igualdade em procedimentos aritméticos para resolver equações lineares da forma $ax + b = c$.	☐	☐	☐
Resolver equações polinomiais de 1º grau de uma etapa.	☐	☐	☐
Resolver equações polinomiais de 1º grau de duas etapas.	☐	☐	☐
Modelar e resolver problemas que possam ser representados por equações do 1º grau da forma $ax + b = c$.	☐	☐	☐
Elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$.	☐	☐	☐
Descrever relação de proporcionalidade direta em termos de razões entre grandezas e distinguir relações entre grandezas que não são de proporcionalidade direta.	☐	☐	☐

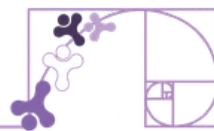


Interpretar, modelar e resolver problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais.	☐	☐	☐
Modelar e resolver problemas envolvendo relações de proporcionalidade entre variáveis.	☐	☐	☐



Dica: Revise os tópicos que você marcou como “**preciso revisar**” e converse com seu professor(a) sobre as dúvidas. Aprender Matemática é um processo que se fortalece com a prática e com o diálogo.

Referências



A Matemática egípcia no papiro de Rhind. Ensinar História. Disponível em: <https://ensinarhistoria.com.br/a-matematica-egipcia-no-papiro-de-rhind/>. Acesso em: 12 de fevereiro de 2025.

Artigo de grupo da Ufes sobre a Cadeia Vitória-Trindade é capa da revista Nature. UFES. Disponível em: <https://ufes.br/conteudo/artigo-de-grupo-da-ufes-sobre-cadeia-vit%C3%B3ria-trindade-%C3%A9-capa-da-revista-nature>. Acesso em: 17 de fevereiro de 2025.

A saga do sinal de igualdade: mais de 450 anos de história. (2008). Educação Matemática Em Revista, 25, 33-36. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/814>

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática Bianchini:** 7º ano: manual do professor - 10. ed. - São Paulo: Moderna, 2022.

CAFEICULTURA. Incaper, 2015. Disponível em: <https://incaper.es.gov.br/cafeicultura>. Acesso em: 25, janeiro de 2025.

Conheça a história do Convento da Penha. Convento da Penha, 2020. Disponível em: <https://conventodapenha.org.br/conheca-a-historia-do-convento-da-penha/>. Acesso: 19 de fevereiro de 2025.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Essencial** [livro eletrônico] : Matemática : 7ºano - 1. ed. -- São Paulo : Ática, 2022.

EDITORA MODERNA. **Araribá conecta matemática:** 7º ano. São Paulo, 2024.
Giovanni Júnior, José Ruy. A conquista matemática: 7º ano : ensino fundamental : anos finais – 1. ed. – São Paulo : FTD, 2022.

História das Equações. Mundo Educação. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/historia-das-equacoes.htm>. Acesso em: 17 de fevereiro de 2025.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade 7º ano** - 9. ed. -- São Paulo : Atual Editora, 2018.

Leonardo Fibonacci. Só Matemática. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2025. Consultado em 01/02/2025. Disponível na Internet em <https://www.somatematica.com.br/biograf/fibo.php>



MATHEUS, Solange. **Estação Ecológica Municipal Ilha do Lameirão**. Disponível em: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esta%C3%A7%C3%A3o_Ecol%C3%B3gica_Municipal_Ilha_do_Lameir%C3%A3o_SolangeMateus_%2803%29.jpg. Acessado em: 15 de abril de 2025.

Porto de Vitória. Embrapa, 2024. Disponível em: https://www.embrapa.br/macrologistica/exportacao/porto_vitoria . Acesso em: 30 de janeiro de 2025.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **SuperAÇÃO!: Matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.