PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE Matemática PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

9º ANO
3º TRI.



Governo do Estado do Espírito Santo
Secretaria de Estado da Educação
Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

Andrea Guzzo Pereira
Secretário de Estado da Educação

Subsecretaria de Educação Básica e Profissional

Subsecretária de Estado de Educação Básica e Profissional

Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief

Rafaela Teixeira Possato de Barros
Gerente

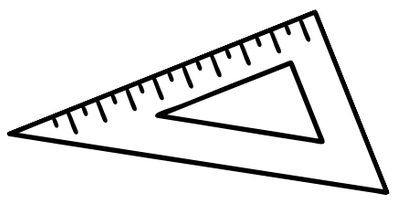
Débora Aparecida Furieri Matos
Subgerente

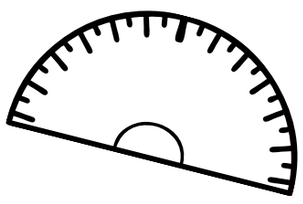
Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Equipe responsável

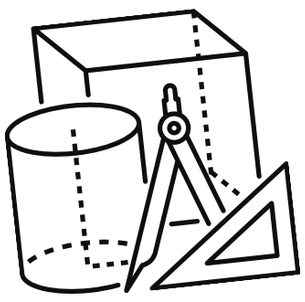
Adriana Lisboa Chaves Rezende
Antonio da Silva Pereira Neto
Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Ivana Lima Brito
Júlio César Campos
Luara Zucolotto Afonso
Monalisa Di Paula Silva de Albuquerque
Roque Alves da Silva Júnior
Simone Maria Oliveira Gonçalves
Tatiana Gomes dos Santos Peterle
Equipe Técnica da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

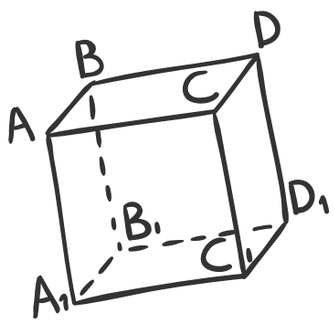
Adalzira Ribeiro da Hora
Sandra Mara Moura Machado
Equipe de Apoio da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

APRESENTAÇÃO

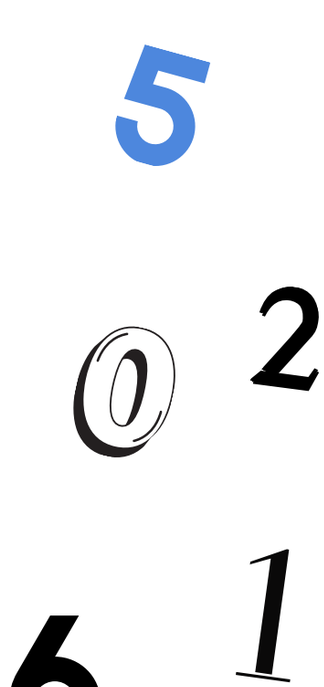














Prezado(a) professor(a),

A educação contemporânea tem sido profundamente marcada por desafios relacionados ao letramento matemático, contexto em que a experimentação matemática emerge como um imperativo educacional e se constitui fator essencial à vivência escolar e cidadã e à intervenção no mundo.

Pensando nisso, e com vistas a subsidiar o desenvolvimento da experimentação matemática do 6º ao 9º ano, a Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief elaborou o documento *Práticas Experimentais de Matemática no Ensino Fundamental.*

O objetivo é que, a partir deste material, os(as) professores de Matemática desenvolvam o trabalho com práticas experimentais em pelo menos uma aula semanal desse componente curricular.

Assim, abarcando diferentes metodologias de ensino e considerando as distintas formas de aprender dos(as) estudantes, propomos o desenvolvimento de práticas que contribuam para a ampliação e o aprofundamento de importantes conhecimentos matemáticos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental.

Desse modo, professor(a), desejamos que estas práticas fomentem a sua práxis pedagógica voltada ao letramento matemático de seus(suas) estudantes, contando, para isso, com a sua preciosa contribuição, elemento essencial para o sucesso educacional pelo qual almejamos.

Bom trabalho!

Por que promover práticas experimentais de Matemática?

Professor(a), o dinamismo que marca a sociedade contemporânea exige práticas de ensino cada vez mais diversificadas, que atendam às diferentes expectativas e necessidades de aprendizagem dos(as) estudantes. Desse modo, concebemos que o trabalho com práticas experimentais de Matemática pode fomentar o(a):

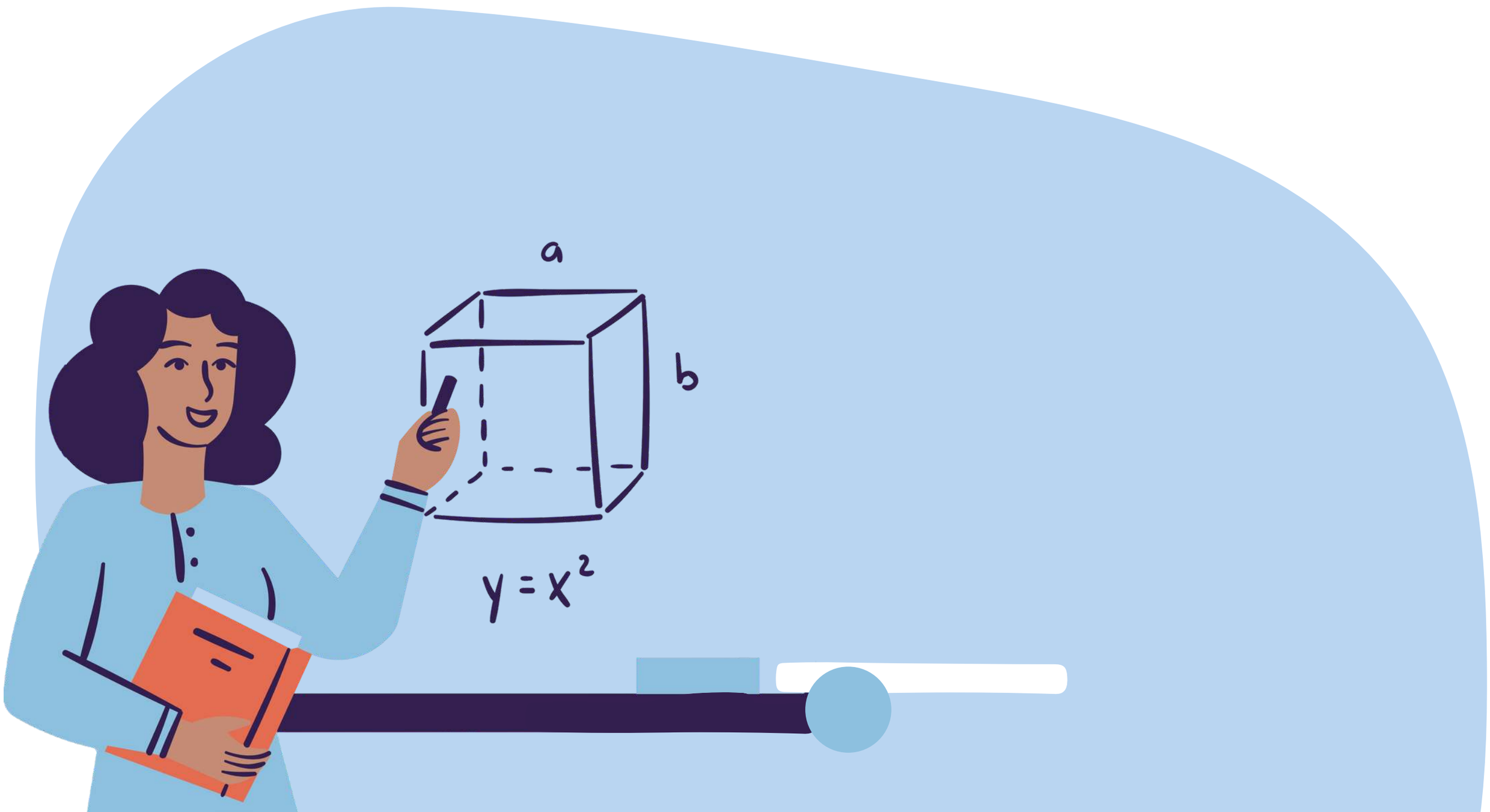
Desenvolvimento e consolidação de habilidades: a realização de experimentos contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais, sobretudo aquelas cujos resultados estão fragilizados no ensino fundamental anos finais. A abordagem prática, aliada à ludicidade, ajuda a ilustrar conceitos, evidenciando sua aplicabilidade em situações concretas, o que amplia as possibilidades de aprendizagem dos(as) estudantes.

Pensamento crítico: a experimentação matemática instiga o pensamento crítico, uma vez que, por meio de experiências, os(as) estudantes aprendem a formular perguntas e a levantar hipóteses, tendo a oportunidade de refletir, a partir da mediação do(a) professor(a), sobre a própria construção de conhecimentos.

Compreensão e aplicação da lógica matemática: os diferentes conhecimentos que compõem a vida cotidiana são fundamentalmente perpassados pela lógica matemática, o que torna imprescindível sua compreensão e aplicação pelos(as) estudantes.

Engajamento: A vivência com práticas experimentais pode motivar os(as) estudantes ao promover um contato mais dinâmico e lúdico com os diferentes conhecimentos, constituindo um contexto mais propício ao estreitamento do vínculo dos(as) estudantes com os seus estudos.

Combate ao estigma de que a matemática é difícil e inacessível: a cultura de que a matemática é difícil e inacessível se configura como um obstáculo ao processo educacional que urge ser mitigado. Ao vivenciar experiências com a matemática, intencionamos que os(as) estudantes percebam que é possível aprendê-la (e de diferentes formas).



As práticas experimentais de matemática estão estruturadas nas seguintes seções:



APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Nesta seção, apresentamos a fundamentação teórica que embasa a prática proposta.



OBJETIVO DA AULA

Nesta seção, detalhamos o objetivo da aula, com vistas a contribuir para a orientação do trabalho docente.



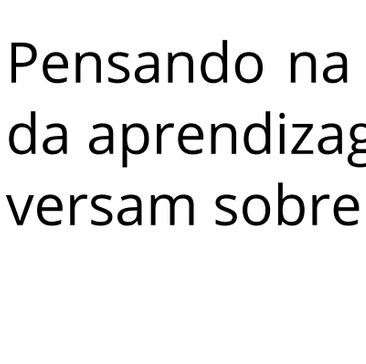
UM POUCO DE HISTÓRIA

Nesta seção, apresentamos alguns momentos e personagens da história da matemática.



DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, detalhamos os procedimentos metodológicos necessários à realização da prática, indicando as etapas de execução da prática experimental.



CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Aqui, dispomos os pontos de diálogo necessários ao encerramento da execução da prática, com reflexões e possíveis conclusões que devem ser pensadas com os(as) estudantes.

JOGOS MATEMÁTICOS

Pensando na utilização de jogos analógicos e digitais como ferramentas de promoção da aprendizagem lúdica, as práticas experimentais são complementadas com jogos que versam sobre as temáticas das práticas propostas.

SUMÁRIO

CLIQUE NA AULA PARA ACESSÁ-LA

PRÁTICA 1: EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS INDEPENDENTES E DEPENDENTES.....1



PRÁTICA 1: A CAÇA AO IRRACIONAL NA RETA

Habilidade: (EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

Objeto de conhecimento: Números irracionais: reconhecimento de sua representação decimal infinita e não periódica, localização aproximada na reta numérica e relação com o conjunto dos números reais.

Expectativas de aprendizagem: Espera-se que os(as) estudantes sejam capazes de:

- reconhecer que os números irracionais possuem representação decimal infinita e não periódica;
- diferenciar números racionais de números irracionais por meio de suas representações decimais;
- identificar números irracionais em diferentes contextos, como √2, √3, √5 e π;
- estimar e representar a localização aproximada de números irracionais na reta numérica;
- compreender que os números racionais e irracionais pertencem ao conjunto dos números reais;
- utilizar aproximações decimais para comparar e ordenar números irracionais em situações-problema.

Materiais necessários:

- Fita crepe e barbante.
- Folha de registro.
- Régua.
- Tesoura e calculadoras (ou chromebooks).

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Os números irracionais compreendem o conjunto de valores que não podem ser representados pela razão entre dois números inteiros $(\frac{a}{b}, onde\ b \neq 0)$. Diferentemente dos números racionais, cuja representação decimal é finita ou infinita periódica (dízimas), os irracionais caracterizam-se por possuírem uma representação decimal infinita e não periódica.

A natureza não periódica implica que não há um período ou sequência de dígitos que se repita de forma sistemática após a vírgula. Matematicamente, a identificação de um número irracional pode ocorrer por meio de:

- Raízes não exatas: Por exemplo, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ são irracionais, pois não existe um número racional cujo quadrado resulte nesses valores.

Constantes transcendentes: Números como π (razão entre a circunferência e o diâmetro)

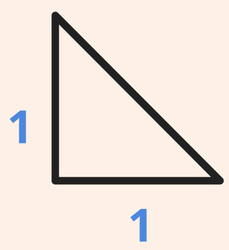
OBJETIVO DA AULA

Reconhecer que os números irracionais possuem representação decimal infinita e não periódica e estimar sua posição na reta numérica.

UM POUCO DE HISTÓRIA

Professor(a), conhecer a história da matemática ajuda os(as) estudantes a entenderem que os conceitos não surgiram prontos, mas foram desenvolvidos ao longo do tempo para resolver problemas reais e que muitas vezes as ideias surgem em contextos inesperados. O que os gregos viram como uma falha ou um erro matemático hoje é a base para cálculos de engenharia, física quântica e qualquer tecnologia que dependa de precisão numérica.

Grécia Antiga



Na Grécia Antiga, os matemáticos acreditavam que todas as medidas poderiam ser representadas por uma razão entre dois números inteiros, isto é, por uma fração.
Entretanto, ao estudarem um quadrado de lado igual a 1, encontraram um problema inesperado. Pelo Teorema de Pitágoras, a diagonal desse quadrado mede:

$$\sqrt{2}$$

Euclides



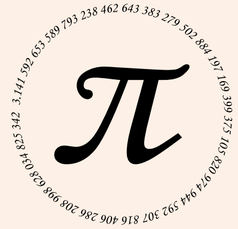
Por volta de 300 a.C., Euclides reuniu grande parte do conhecimento matemático da época na obra *Os Elementos*. Nessa obra, estudou rigorosamente as grandezas incomensuráveis utilizando argumentos geométricos. Embora ainda não utilizasse a expressão "números irracionais", seu trabalho consolidou esse importante conceito da Matemática grega.

Ouro Islâmica



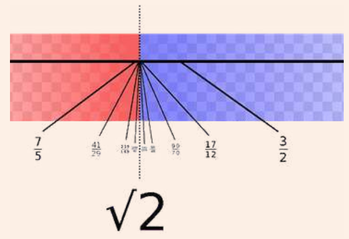
Entre os séculos VIII e XIV, matemáticos da Idade de Ouro Islâmica ampliaram os estudos sobre raízes quadradas, raízes cúbicas e outras expressões algébricas envolvendo números irracionais. Abu Kamil realmente foi um dos primeiros matemáticos a tratar raízes irracionais de maneira sistemática em cálculos algébricos, indo além da tradição geométrica grega.

Idade Moderna



No século XVI, Simon Stevin defendeu que irracionais deveriam ser tratados como números assim como os racionais e ao popularizar a notação decimal. Euler, (1737) desenvolveu representações analíticas fundamentais para o número e, enquanto Johann Heinrich Lambert apresentou, em 1768, a primeira demonstração rigorosa aceita de sua irracionalidade. Lambert também demonstrou a primeira prova da irracionalidade de π.

Século XX



Em 1872, Richard Dedekind introduziu o conceito dos "Cortes de Dedekind", definindo um número irracional como a partição que divide o conjunto de todos os números racionais em duas classes: racionais menores que o número irracional, e outra de racionais maiores do que ele. Lindemann, em 1882, provou a transcendência de π, o que resolveu definitivamente a quadratura do círculo.

Os números irracionais hoje

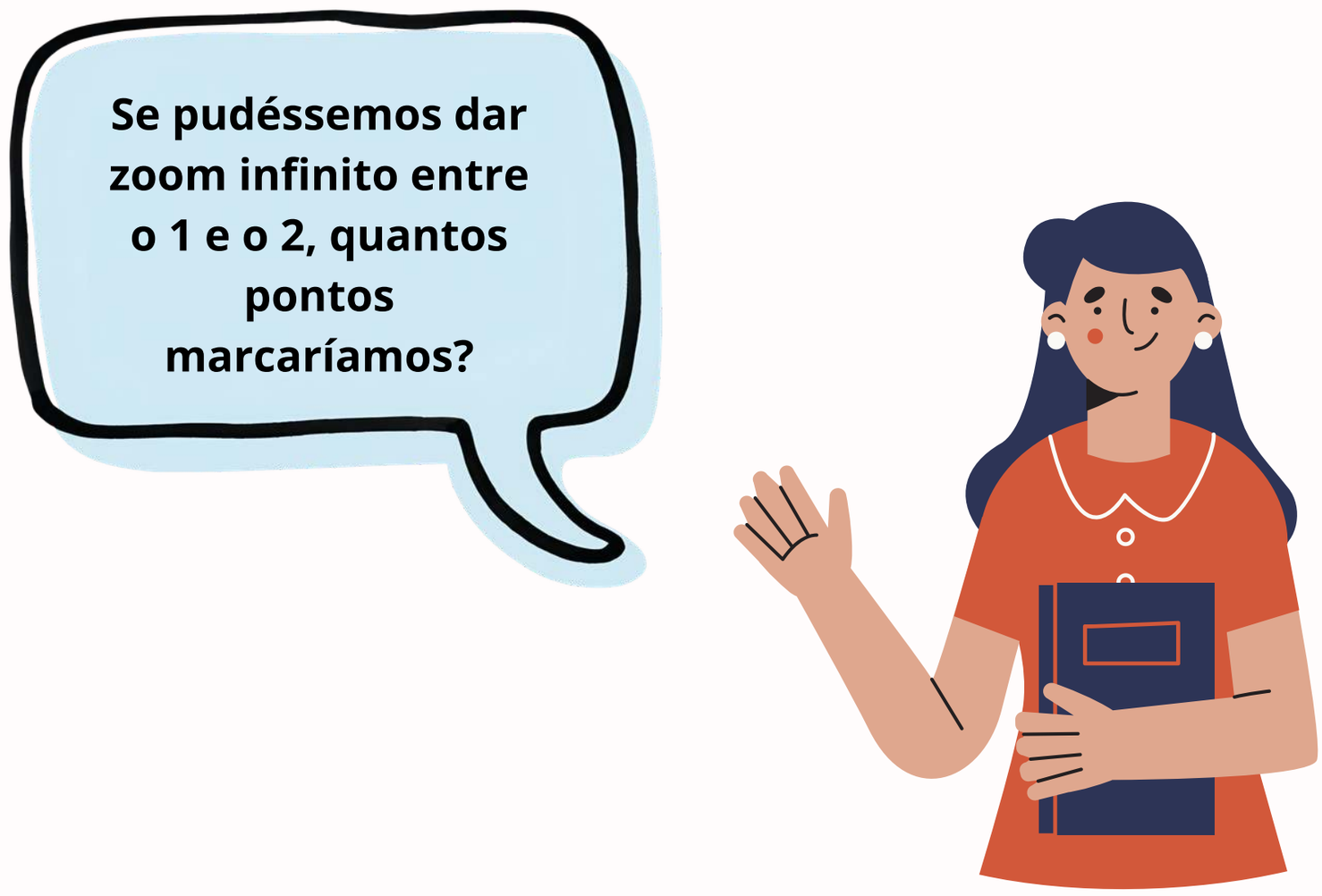
Os números irracionais são importantes porque permitem representar com maior precisão medidas, formas e fenômenos que os números racionais não conseguem descrever exatamente. Sem eles, grande parte da matemática moderna, da física, da engenharia e da tecnologia não seria possível. Projetos de pontes, edifícios, estradas e estruturas metálicas utilizam constantemente relações geométricas que envolvem raízes quadradas e o número π.

Sugestões de perguntas

- Todos os números podem ser escritos na forma de fração? Por quê?
- O que mudou na matemática quando se descobriu que nem todas as medidas podem ser representadas por frações?
- Entre quais números inteiros está localizado $\sqrt{2}$?

DESENVOLVIMENTO

Professor(a), você pode iniciar esta prática com a seguinte pergunta:



A partir dessa pergunta, você pode iniciar a discussão a respeito dos números reais. Alguns(mas) estudantes podem dizer que não há nenhum; outros podem citar números racionais, tais como: 0,25, 0,5, 0,75, dentre outros. Após essa discussão inicial, você poderá dar início à prática.

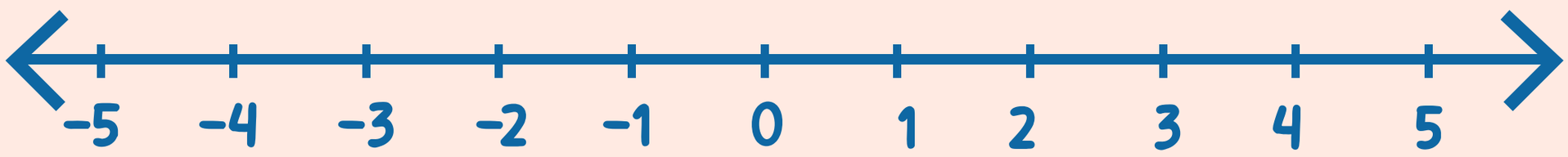
Primeiramente, separe a turma em grupos com no máximo 5 estudantes e entregue a cada um deles cartões com números, como:

A 3,5	B -0,929292...	C 1,414213562...	D $-\sqrt{3}$
E 5,25	F $\sqrt{2}$	G π	H $\frac{3}{4}$
I 0,333...	J $-\sqrt{5}$	K 2,101001000100001...	L $\sqrt{16}$

Após a entrega, peça que os(as) estudantes classifiquem os números de acordo com as seguintes categorias:

- Decimal finita.
- Decimal infinita periódica.
- Decimal infinita não periódica.

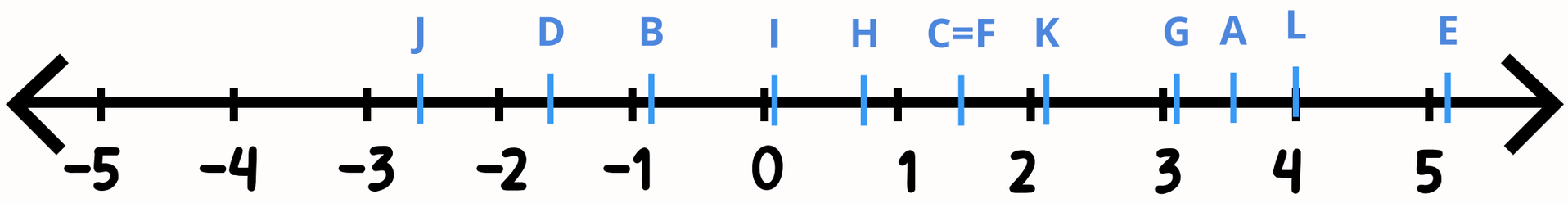
Professor(a), após essa etapa, construa no chão da sala uma reta numérica com barbante e fita adesiva ou só com a fita. Marque inicialmente os números inteiros na reta. Cada grupo receberá uma ficha e deverá localizar esse número nela.





DESENVOLVIMENTO

Ao final da prática, a reta numérica deverá ficar dessa forma:



Professor(a), você pode promover um momento de socialização para que os grupos justifiquem suas escolhas e discutam possíveis divergências. Nesse momento, eles podem utilizar a calculadora para encontrar proximações e verificar se a escolha está correta. Dessa forma, os(as) estudantes deverão:

1. Encontrar uma aproximação decimal.
2. Identificar entre quais números inteiros o número está localizado.
3. Registrar aproximações sucessivas.

Exemplo: Se o grupo pegou a ficha $\sqrt{2}$, os(as) estudantes deverão verificar se colocaram na posição correta na reta numérica.

$\sqrt{2} \approx 1{,}414213...$

- Entre 1 e 2.
- Aproximação ao décimo: 1,4.
- Aproximação ao centésimo: 1,41.
- Aproximação ao milésimo: 1,414

Professor(a), você pode levantar questionamentos e conduzir a aula de modo que os(as) estudantes percebam que a representação decimal é infinita e não periódica. Para isso, você pode levantar perguntas:





DESENVOLVIMENTO

Professor(a), ao sistematizar no quadro a revisão dos números reais, você pode utilizar como exemplo os números das fichas, indicando a relação entre cada um deles.

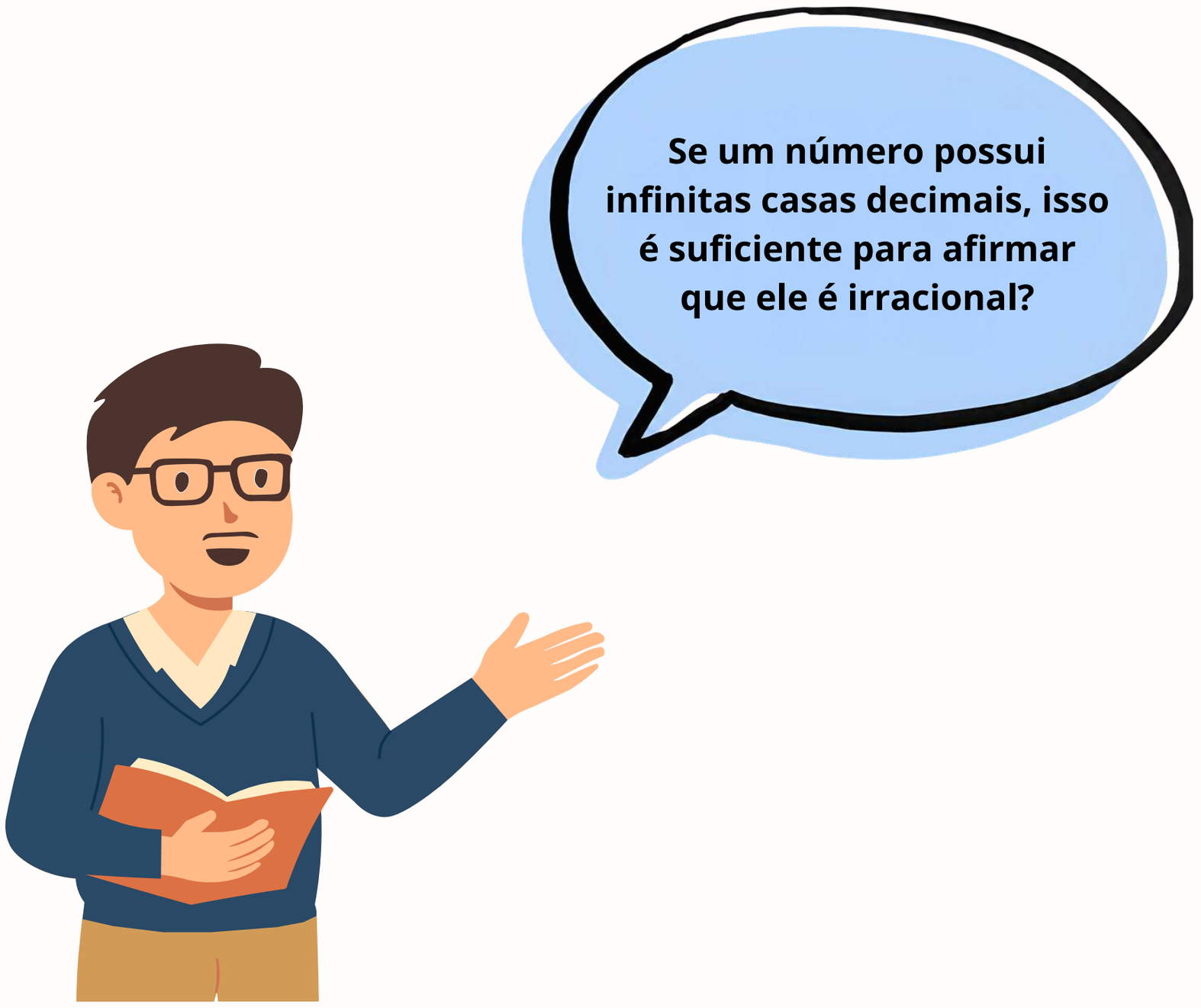
Número	Tipo de representação decimal	Classificação	Justificativa
3,5	Finita	Racional	Pode ser escrito como a fração 7/2. Sua representação decimal termina.
5,25	Finita	Racional	Pode ser escrito como a fração 21/4. Sua representação decimal termina.
0,333...	Infinita periódica	Racional	O algarismo 3 se repete infinitamente. Pode ser escrito como a fração 1/3.
0,929292...	Infinita periódica	Racional	O período "92" se repete infinitamente. Pode ser escrito como uma fração.
-√3	Infinita não periódica	Irracional	Sua representação decimal é aproximadamente -1,7320508075..., sem repetição de padrão.
√2	Infinita não periódica	Irracional	Sua representação decimal é aproximadamente 1,414213562..., sem repetição de padrão.
√5	Infinita não periódica	Irracional	Sua representação decimal é aproximadamente 2,236067977..., infinita e sem período.
π	Infinita não periódica	Irracional	Sua representação decimal é aproximadamente 3,141592653..., sem repetição periódica.
1,414213562...	Infinita não periódica	Irracional	Representa uma expansão decimal sem padrão repetitivo conhecido, semelhante à de √2.



DESENVOLVIMENTO

Número	Tipo de representação decimal	Classificação	Justificativa
3/4	Finita	Racional	Está escrito em forma de fração e sua representação decimal é 0,75, ou seja, finita.
√16	Finita	Racional	O resultado da operação é 4, inteiro e racional.
2,101001000100001...	Infinita não periódica	Irracional	Os algarismos seguem um padrão de formação, mas não formam um período que se repete indefinidamente.

Professor(a), você pode finalizar esta prática perguntando aos(às) estudantes:



A resposta para essa pergunta é não, pois:

- Números com representação decimal finita são sempre racionais.
- Números com representação decimal infinita periódica também são racionais.
- Números com representação decimal infinita não periódica são irracionais.
- Todo número racional pode ser escrito como uma fração de números inteiros.
- Nenhum número irracional pode ser escrito como uma fração de números inteiros.



DESENVOLVIMENTO

Professor(a), você pode fazer uma síntese no quadro também dos conjuntos numéricos:

1. **Conjunto dos Números Naturais (ℕ)**: É o conjunto utilizado para contar elementos.

ℕ = {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

2. Conjunto dos Números Inteiros (ℤ): Surge da necessidade de representar quantidades negativas, como temperaturas abaixo de zero e dívidas.

ℤ = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Todo número natural é também um número inteiro => $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

3. Conjunto dos Números Racionais (ℚ): É formado pelos números que podem ser escritos na forma:

$$Q = \{\frac{a}{b} | a \in Z, b \in Z, b \neq 0\}$$

Exemplos: ½, -3/4 , 5, 0,25, 0,333..., 2,121212...

Todo número inteiro pode ser escrito como uma fração (por exemplo, 5 = 5/1).

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

4. Conjunto dos Números Irracionais (I): São os números que não podem ser escritos como razão entre dois inteiros. Possuem representação decimal infinita e não periódica.

Exemplos:

√2 = 1,414213562...

√3 = 1,732050807...

π = 3,141592653...

e = 2,718281828...

Os números irracionais não pertencem ao conjunto dos racionais. Os conjuntos dos racionais e irracionais não possuem elementos em comum => $\mathbb{Q} \cap I = \varnothing$

5. Conjunto dos Números Reais (ℝ): É formado pela união dos números racionais e irracionais.

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup I$

Todo número que pode ser localizado em um ponto da reta numérica pertence ao conjunto dos números reais.



DESENVOLVIMENTO

Exemplos de Classificação:

5 => Natural

-8 => Inteiro

¾ => Racional

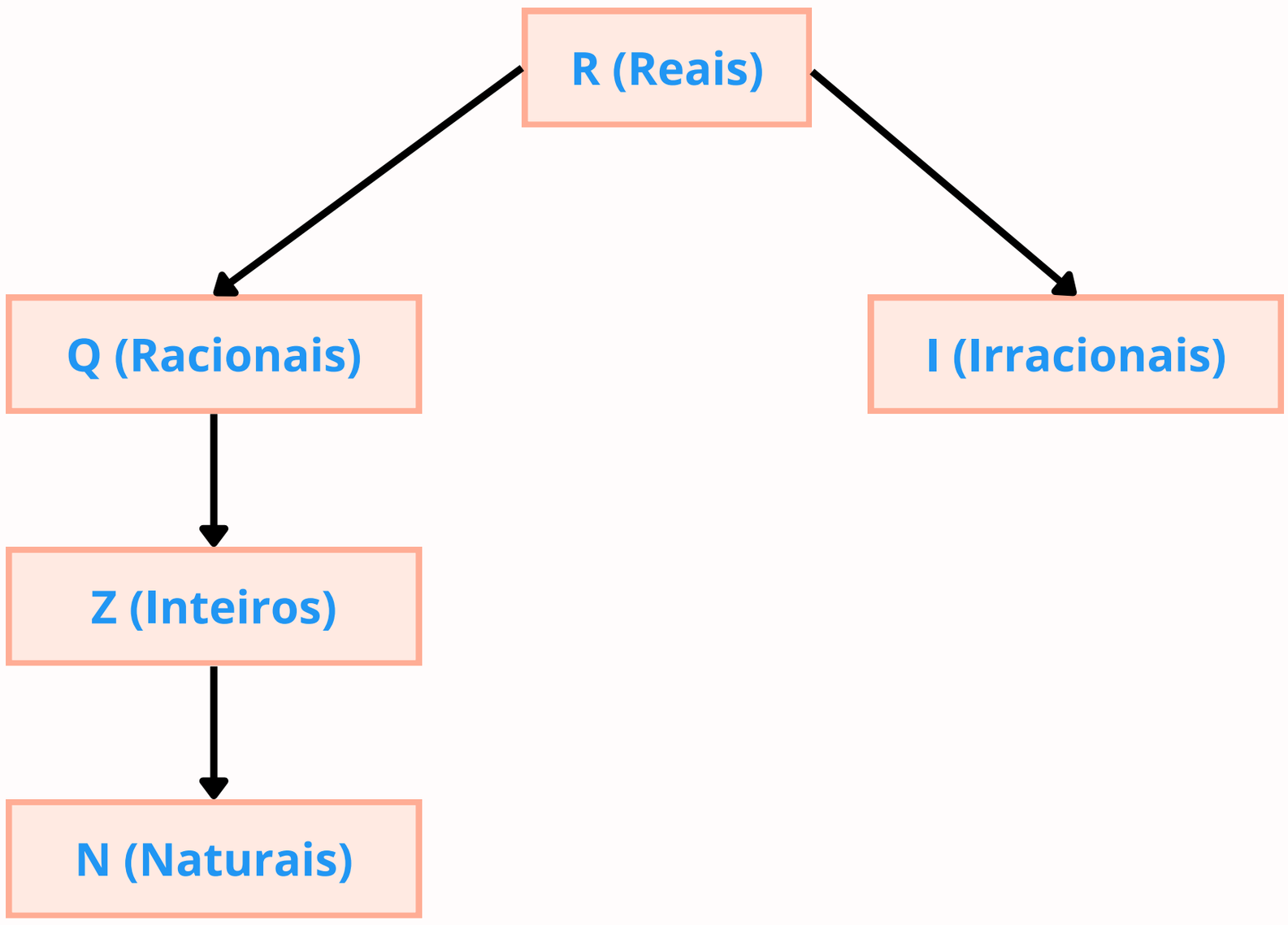
0,125 => Racional

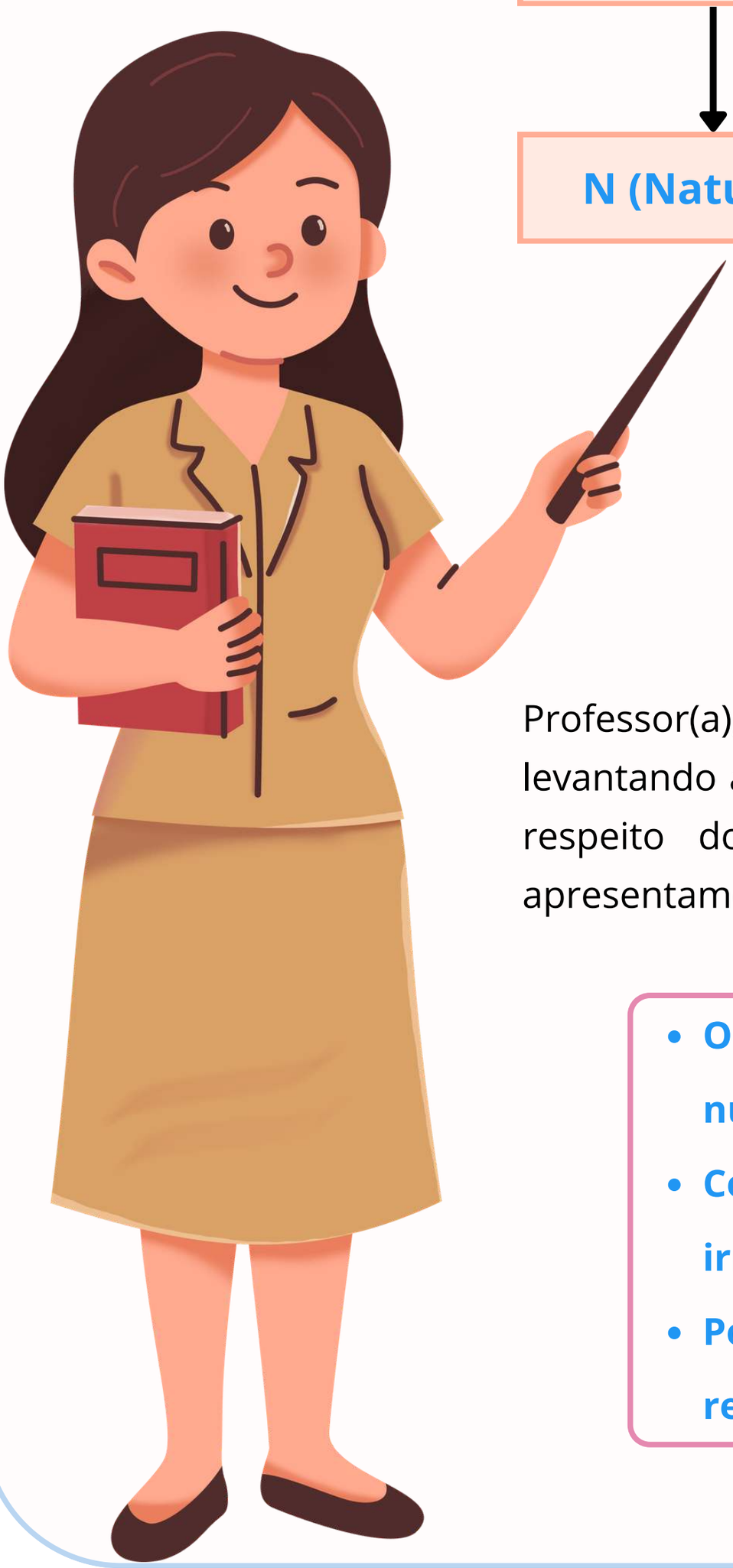
0,777... => Racional

√2 = > Irracional

π = > Irracional

e => Irracional





Professor(a), caso considere necessário, você pode finalizar a aula levantando algumas questões para que os(as) estudantes reflitam a respeito do desenvolvimento da prática. No quadro abaixo, apresentamos sugestões:

- **O que diferencia um número racional de um número irracional?**
- **Como podemos identificar um número irracional por sua representação decimal?**
- **Por que utilizamos aproximações para representar números irracionais?**

A 3,5	B -0,929292...	C 1,414213562...	D $-\sqrt{3}$
E 5,25	F $\sqrt{2}$	G π	H $\frac{3}{4}$
I 0,333...	J $-\sqrt{5}$	K 2,101001000100001...	L $\sqrt{16}$

A 3,5	B -0,929292...	C 1,414213562...	D $-\sqrt{3}$
E 5,25	F $\sqrt{2}$	G π	H $\frac{3}{4}$
I 0,333...	J $-\sqrt{5}$	K 2,1010010000100001...	L $\sqrt{16}$
A 3,5	B -0,929292...	C 1,414213562...	D $-\sqrt{3}$
E 5,25	F $\sqrt{2}$	G π	H $\frac{3}{4}$
I 0,333...	J $-\sqrt{5}$	K 2,1010010000100001...	L $\sqrt{16}$



CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Os números irracionais são números reais que possuem representação decimal infinita e não periódica. Embora não possam ser escritos exatamente na forma decimal ou como fração de números inteiros, eles podem ser aproximados e localizados com precisão cada vez maior na reta numérica, sendo fundamentais para a Matemática e para diversas aplicações no cotidiano.

A prática permite uma discussão a respeito dos números irracionais, que, embora não permitam escrever todos os seus algarismos, existem e ocupam uma posição exata na reta numérica. Por meio de aproximações sucessivas, foi possível localizar números como √2, √3, √5 e π, percebendo que eles fazem parte do conjunto dos números reais.

Compreender a construção histórica desses números nos permite refletir que sua descoberta representou uma importante mudança na Matemática, ampliando a compreensão sobre as medidas, as formas geométricas e os fenômenos naturais.

A avaliação poderá ocorrer de forma contínua durante toda a atividade, considerando a participação dos(as) estudantes nas discussões, a resolução das tarefas propostas e a capacidade de argumentar matematicamente.



JOGOS MATEMÁTICOS - DOMINÓ

Objetivo: Reconhecer números irracionais como números reais cuja representação decimal é infinita e não periódica, diferenciando-os dos números racionais.

Materiais - anexos

- Cartelas do bingo (uma para cada estudante ou dupla).
- Fichas ou grãos para marcar os números sorteados.
- Lista de pistas para o(a) professor(a).

Regras:

1. Cada estudante recebe uma cartela.
2. O(a) professor(a) sorteia uma pista e a lê em voz alta.
3. Os(as) estudantes identificam qual número da cartela corresponde à descrição.
4. Quem completar uma linha, coluna ou diagonal primeiro deve dizer "Bingo!".

Antes de validar o(a) vencedor(a), professor(a), confira se as associações estão corretas.

Caso prefira um jogo virtual, indicamos o link a seguir:

https://wordwall.net/play/99872/756/586



REFERÊNCIAS

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta C. História da Matemática. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012.

EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

ROQUE, Tatiana. História da Matemática: Uma Visão Crítica, Desfazendo Mitos e Lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

Vasconcelos, Daniel Victor Menezes de, 1989- V331a 2016 Números Irracionais : uma abordagem para o ensino básico. / Daniel Victor Menezes de Vasconcelos. – Viçosa, MG, 2016. vi, 42f.: il. (algumas color.); 29 cm.



ANEXO - CARTELAS DE DOMINÓ

Cartela 1

√2	0,5	π	√5
0,333...	√3	2,75	e
√7	0,121212...	√10	1,25
φ	-2	3/4	√11

Cartela 2

π	√5	0,333...	√2
e	1,25	√7	0,5
-2	√11	2,75	√3
3/4	φ	0,121212...	√10

Cartela 3

√3	π	0,5	e
√10	0,333...	φ	1,25
√2	2,75	√11	3/4
0,121212...	√7	-2	√5

Cartela 4

e	√11	π	0,333...
√2	3/4	0,5	φ
√5	-2	1,25	√10
2,75	√3	0,121212...	√7

Cartela 5

φ	0,5	√7	π
2,75	√3	e	3/4
0,333...	√11	-2	√2
√5	1,25	0,121212...	√10



ANEXO - CARTELAS DE DOMINÓ

Cartela 6

√10	π	1,25	√11
0,121212...	e	√2	2,75
φ	0,5	√3	3/4
-2	√5	0,333...	√7

Cartela 7

√11	φ	0,5	e
π	√10	3/4	√3
1,25	0,333...	√5	-2
√2	2,75	√7	0,121212...

Cartela 8

0,333...	√2	√11	π
√7	e	1,25	φ
0,5	√5	2,75	3/4
√10	-2	√3	0,121212...

Cartela 9

-2	√10	3/4	0,333...
√2	π	0,5	e
√7	φ	1,25	√11
2,75	√5	0,121212...	√3

Cartela 10

0,333...	0,121212...	√7	π
e	√3	-2	3/4
φ	√11	2,75	√2
√10	1,25	0,5	√5



ANEXO - PISTAS

Pista	Resposta
Sou a raiz quadrada de 2.	√2
Sou a razão entre a circunferência e seu diâmetro.	π
Sou uma dízima periódica equivalente a 1/3.	0,333...
Sou a raiz quadrada de 5.	√5
Sou equivalente a 1/2.	0,5
Sou a raiz quadrada de 3.	√3
Sou equivalente a 11/4.	2,75
Sou a base dos logaritmos naturais.	e
Sou a raiz quadrada de 7.	√7
Sou uma dízima periódica com repetição do bloco 12.	0,121212...
Sou a raiz quadrada de 10.	√10
Sou equivalente a 5/4.	1,25
Sou conhecido como número de ouro.	φ
Sou um número inteiro negativo.	-2
Sou equivalente à fração 3/4.	3/4
Sou a raiz quadrada de 11.	√11

A Matemática pura é, à sua maneira,
a poesia das ideias lógicas.

Albert Einstein

