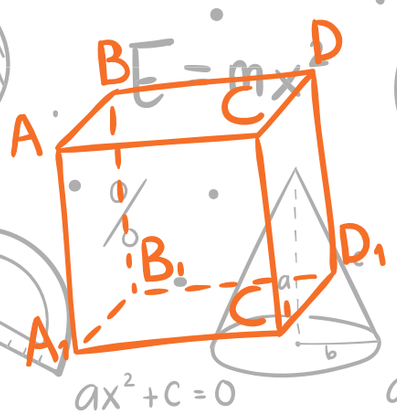
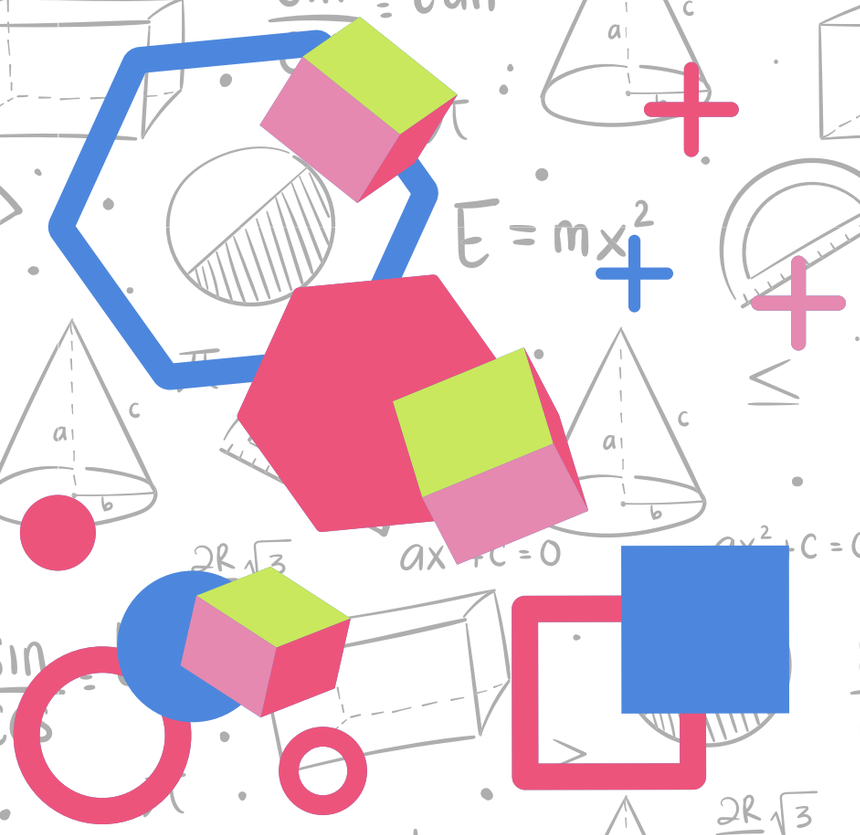
PRÁTICAS EXPERIMENTAIS DE Matemática PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

7º ANO

3º TRI.







Governo do Estado do Espírito Santo
Secretaria de Estado da Educação
Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

Secretaria de Estado da Educação do Espírito Santo

Andrea Guzzo Pereira
Secretário de Estado da Educação

Subsecretaria de Educação Básica e Profissional

Subsecretária de Estado de Educação Básica e Profissional

Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief

Rafaela Teixeira Possato de Barros
Gerente

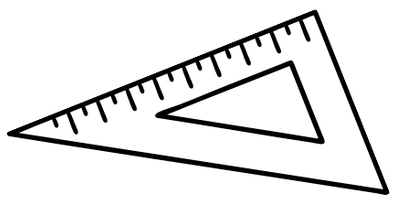
Débora Aparecida Furieri Matos
Subgerente

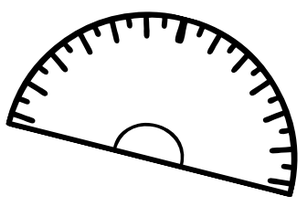
Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Equipe responsável

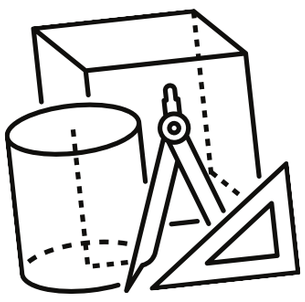
Adriana Lisboa Chaves Rezende
Antonio da Silva Pereira Neto
Euléssia Costa Silva
Guilherme Escarpini Helmer
Ivana Lima Brito
Júlio César Campos
Luara Zucolotto Afonso
Monalisa Di Paula Silva de Albuquerque
Roque Alves da Silva Júnior
Simone Maria Oliveira Gonçalves
Tatiana Gomes dos Santos Peterle
Equipe Técnica da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

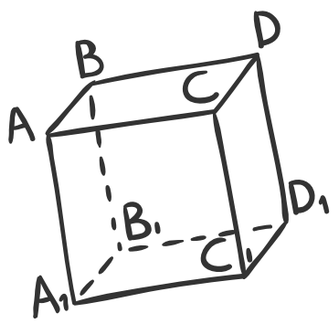
Adalzira Ribeiro da Hora
Sandra Mara Moura Machado
Equipe de Apoio da Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental

APRESENTAÇÃO







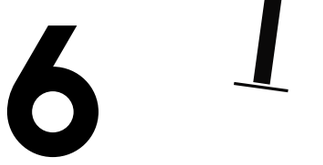












Prezado(a) professor(a),

A educação contemporânea tem sido profundamente marcada por desafios relacionados ao letramento matemático, contexto em que a experimentação matemática emerge como um imperativo educacional e se constitui fator essencial à vivência escolar e cidadã e à intervenção no mundo.

Pensando nisso, e com vistas a subsidiar o desenvolvimento da experimentação matemática do 6º ao 9º ano, a Gerência de Educação Infantil e Ensino Fundamental - Geief elaborou o documento *Práticas Experimentais de Matemática no Ensino Fundamental.*

O objetivo é que, a partir deste material, os(as) professores de Matemática desenvolvam o trabalho com práticas experimentais em pelo menos uma aula semanal desse componente curricular.

Assim, abarcando diferentes metodologias de ensino e considerando as distintas formas de aprender dos(as) estudantes, propomos o desenvolvimento de práticas que contribuam para a ampliação e o aprofundamento de importantes conhecimentos matemáticos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental.

Desse modo, professor(a), desejamos que estas práticas fomentem a sua práxis pedagógica voltada ao letramento matemático de seus(suas) estudantes, contando, para isso, com a sua preciosa contribuição, elemento essencial para o sucesso educacional pelo qual almejamos.

Bom trabalho!

Por que promover práticas experimentais de Matemática?

Professor(a), o dinamismo que marca a sociedade contemporânea exige práticas de ensino cada vez mais diversificadas, que atendam às diferentes expectativas e necessidades de aprendizagem dos(as) estudantes. Desse modo, concebemos que o trabalho com práticas experimentais de Matemática pode fomentar o(a):

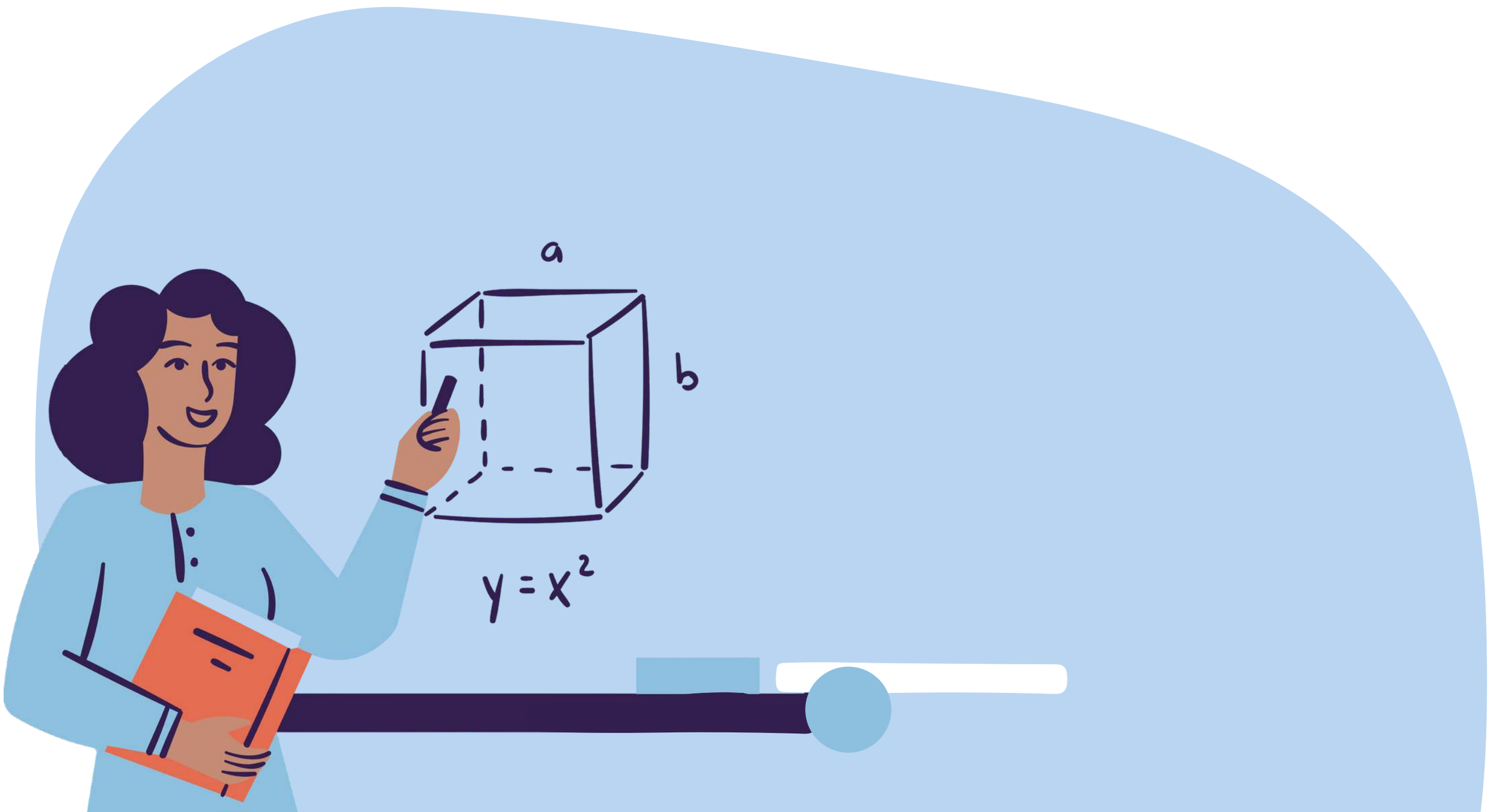
Desenvolvimento e consolidação de habilidades: a realização de experimentos contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais, sobretudo aquelas cujos resultados estão fragilizados no ensino fundamental anos finais. A abordagem prática, aliada à ludicidade, ajuda a ilustrar conceitos, evidenciando sua aplicabilidade em situações concretas, o que amplia as possibilidades de aprendizagem dos(as) estudantes.

Pensamento crítico: a experimentação matemática instiga o pensamento crítico, uma vez que, por meio de experiências, os(as) estudantes aprendem a formular perguntas e a levantar hipóteses, tendo a oportunidade de refletir, a partir da mediação do(a) professor(a), sobre a própria construção de conhecimentos.

Compreensão e aplicação da lógica matemática: os diferentes conhecimentos que compõem a vida cotidiana são fundamentalmente perpassados pela lógica matemática, o que torna imprescindível sua compreensão e aplicação pelos(as) estudantes.

Engajamento: A vivência com práticas experimentais pode motivar os(as) estudantes ao promover um contato mais dinâmico e lúdico com os diferentes conhecimentos, constituindo um contexto mais propício ao estreitamento do vínculo dos(as) estudantes com os seus estudos.

Combate ao estigma de que a matemática é difícil e inacessível: a cultura de que a matemática é difícil e inacessível se configura como um obstáculo ao processo educacional que urge ser mitigado. Ao vivenciar experiências com a matemática, intencionamos que os(as) estudantes percebam que é possível aprendê-la (e de diferentes formas).



As práticas experimentais de matemática estão estruturadas nas seguintes seções:



APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Nesta seção, apresentamos um resumo do que será abordado na prática proposta e os conceitos matemáticos que serão trabalhados.



OBJETIVO DA AULA

Nesta seção, detalhamos o objetivo da aula, com vistas a contribuir para a orientação do trabalho docente.



UM POUCO DE HISTÓRIA

Nesta seção, apresentamos alguns momentos e personagens da história da matemática.



DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, detalhamos os procedimentos metodológicos necessários à realização da prática, indicando as etapas de execução da prática experimental. Também propomos uma discussão sobre as estratégias adotadas pelos estudantes, permitindo que eles compartilhem suas observações e aprendam com as abordagens dos colegas.



CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Aqui, dispomos os pontos de diálogo necessários ao encerramento da execução da prática, com reflexões e possíveis conclusões que devem ser pensadas com os(as) estudantes.



JOGOS MATEMÁTICOS

Pensando na utilização de jogos analógicos e digitais como ferramentas de promoção da aprendizagem lúdica, as práticas experimentais são complementadas com jogos que versam sobre as temáticas das práticas propostas.

SUMÁRIO

CLIQUE NAS AULAS PARA ACESSÁ-LAS

AULA 1: Ladrilhos, geometria e Matemática: exemplo prático 1

AULA 2: Abordagem histórica do π (pi).....18



AULA 1: Ladrilhos, geometria e matemática exemplo prático no chão de casa.

Habilidade: (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Objeto de conhecimento: Soma dos ângulos internos e externos de polígonos.

Expectativa de aprendizagem: Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares.

Estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

Duração: 2 aulas de 50 minutos.

Materiais necessários:

- Páginas 5, 10 e 17 impressas para os grupos.
- 1 tesoura por grupo.
- Dispositivos para reprodução de imagens/apresentação.

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Professor(a), esta proposta foi construída com o intuito de oportunizar o movimento de significados geométricos em significados algébricos, mas não nos remeteremos à ideia de equação. Intuitivamente, as ações dos(as) estudantes estabelecerão conexões entre ângulo interno e ângulo externo de polígonos regulares sem remeter à formula $a_i = 180.(n-2)$ ou à intuição de contar triângulos a partir de um vértice.

A metodologia empregada na construção da aula é a de resolução de problemas e os objetos de conhecimento são ângulos internos e externos de polígonos regulares, requisitados como ferramentas para elucidar o entendimento da tipologia de pisos e porcelanatos comumente empregados na construção civil, com posterior formalização. Considerando-se que a maioria dos(as) estudantes estão consolidando o pensamento algébrico, a sistematização apresentada é de natureza introdutória ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

A aula será perpassada pelos conceitos de polígonos regulares, ângulos e ladrilhos como conceitos balizares. Desse modo, disponibilizamos alguns resumos para subsidiar o trabalho pedagógico proposto.

OBJETIVO DA AULA

Desenvolver a habilidade de *Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos* a partir de uma experiência explorando aspectos visuais para consolidação de aprendizagens.

UM POUCO DE HISTÓRIA

Professor(a), conhecer a história da matemática ajuda os(as) estudantes a entenderem que os conceitos não surgiram prontos, mas foram desenvolvidos ao longo do tempo para resolver problemas reais. Os ângulos, por exemplo, são fundamentais para organizar o espaço, construir com segurança e se localizar. Eles também estão presentes em tecnologias atuais, como jogos e animações 3D, e já foram essenciais na navegação, com o uso de instrumentos como o sextante.

Antiguidade



Os sumérios e os egípcios foram os primeiros a usar azulejos de cerâmica (argila) para decorar paredes e chãos de templos e casas. Os romanos e os gregos aprimoraram a arte com mosaicos, criando padrões geométricos complexos chamados *tesserae*.

Antiguidade Tardia



O conhecimento geométrico foi preservado e transmitido por estudiosos como Hipátia de Alexandria, que atuou como comentadora e professora, mantendo viva a tradição euclidiana em um período de transformações culturais. Sua importância está mais relacionada à difusão e conservação do saber do que à formulação de teoremas, sendo uma referência relevante para contextualizar a continuidade histórica da matemática.

Idade Média - VIII e XIV



Matemáticos islâmicos contribuíram com a ampliação e aprofundamento da geometria. Eles traduziram, estudaram e expandiram obras gregas, além de desenvolverem novas abordagens. A Alhambra, na Espanha (séculos 13-15), é um exemplo famoso de ladrilhamentos complexos com figuras geométricas entrelaçadas, impulsionados por restrições religiosas contra representações figurativas.

Idade Moderna



Johannes Kepler foi um dos primeiros a estudar matematicamente o ladrilhamento do plano, estabelecendo quais polígonos regulares podiam cobrir uma superfície.

Século XX



Maurits Cornelis Escher (conhecido como M. C. Escher, 1898–1972). O artista holandês popularizou o uso de polígonos irregulares e formas "vivas" (como aves e peixes) que se encaixam no plano, baseando-se em conceitos matemáticos.

A ideia de ladrilhamento hoje

Na prática cotidiana, o ladrilhamento está presente em pisos, paredes revestidas, calçadas e padrões decorativos. Além disso, o conceito também se manifesta em contextos contemporâneos, como na computação gráfica, nos jogos digitais e na modelagem de superfícies, onde formas geométricas são utilizadas para construir imagens e ambientes virtuais.

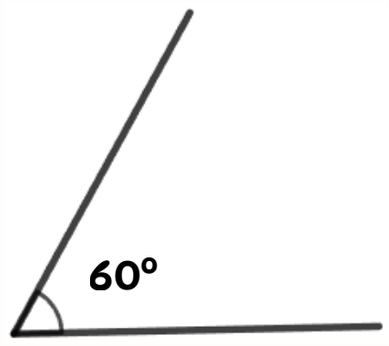
Sugestões de perguntas

- Onde você observa superfícies totalmente preenchidas por formas no seu dia a dia?
- Por que será que pisos e paredes usam certos formatos e não outros?
- Quais polígonos conseguem cobrir o plano sem deixar espaços? Como você pode comprovar isso?
- Onde mais vemos esse tipo de organização hoje (arquitetura, jogos e animações)?

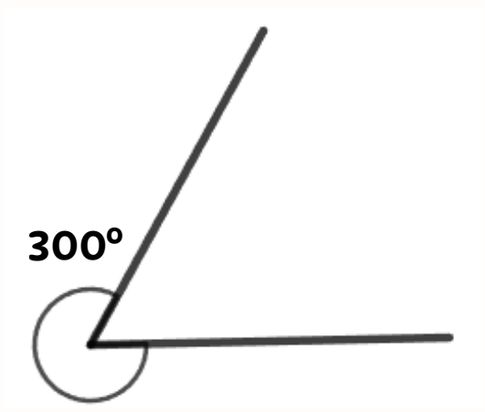


Professor(a), caso seja necessário, realize uma revisão sobre ângulos, pois esse conhecimento será crucial para as próximas etapas.

Ângulos - Grau de abertura entre duas semirretas de mesma origem.



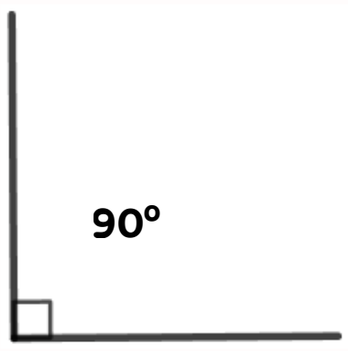
Nesta imagem, observamos ângulo menor que 90º (abertura menor).



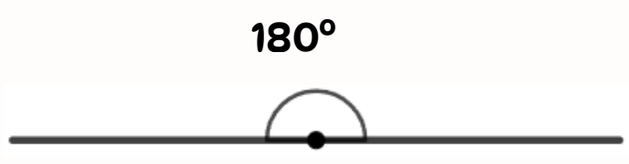
Neste exemplo, observamos o ângulo maior formado pelas mesmas semirretas.

Considerações sobre certos ângulos relevantes:

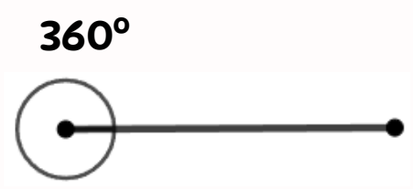
Ângulo Reto

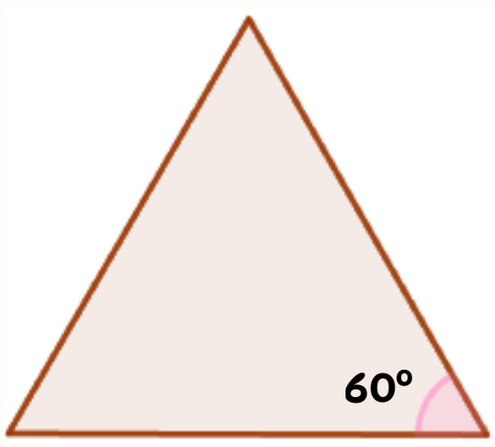


Ângulo raso, meia volta

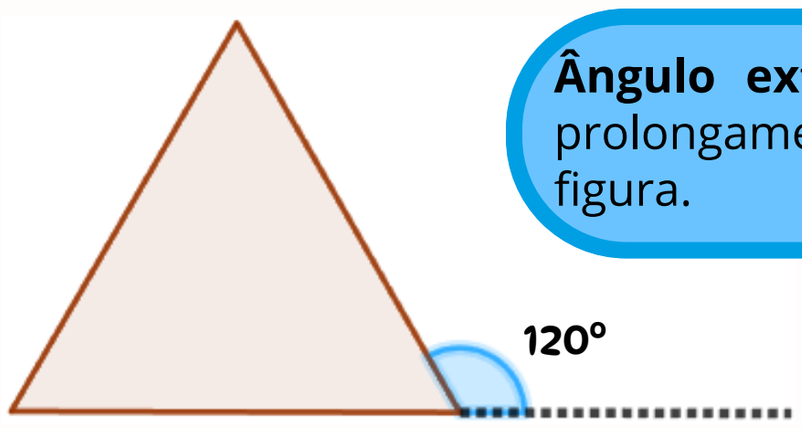


Ângulo completo, uma volta

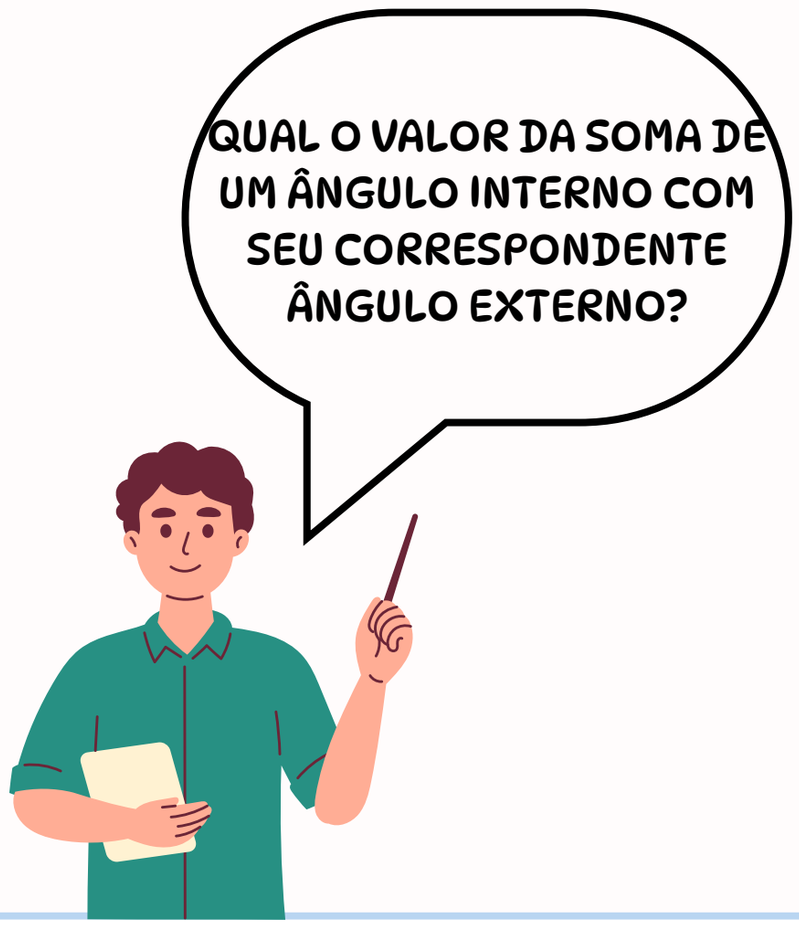


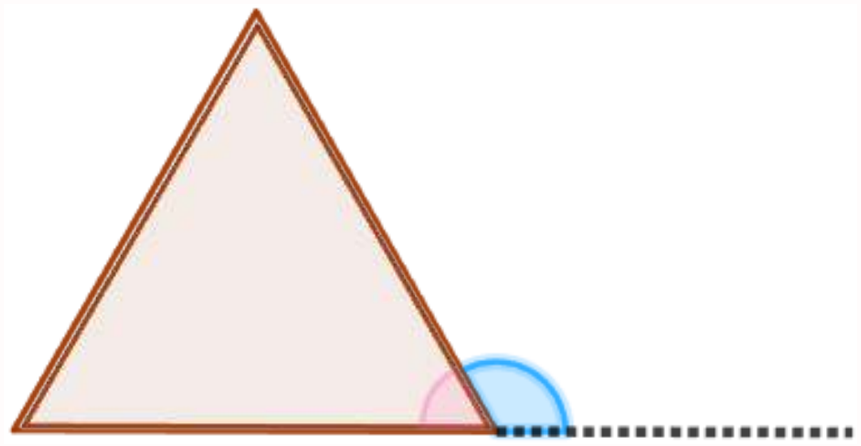


Ângulo interno é o ângulo formado por dois lados consecutivos de um polígono, sendo medido na parte de dentro da figura.



Ângulo externo é o ângulo formado por um lado do polígono e o prolongamento do lado adjacente, sendo medido na parte de fora da figura.

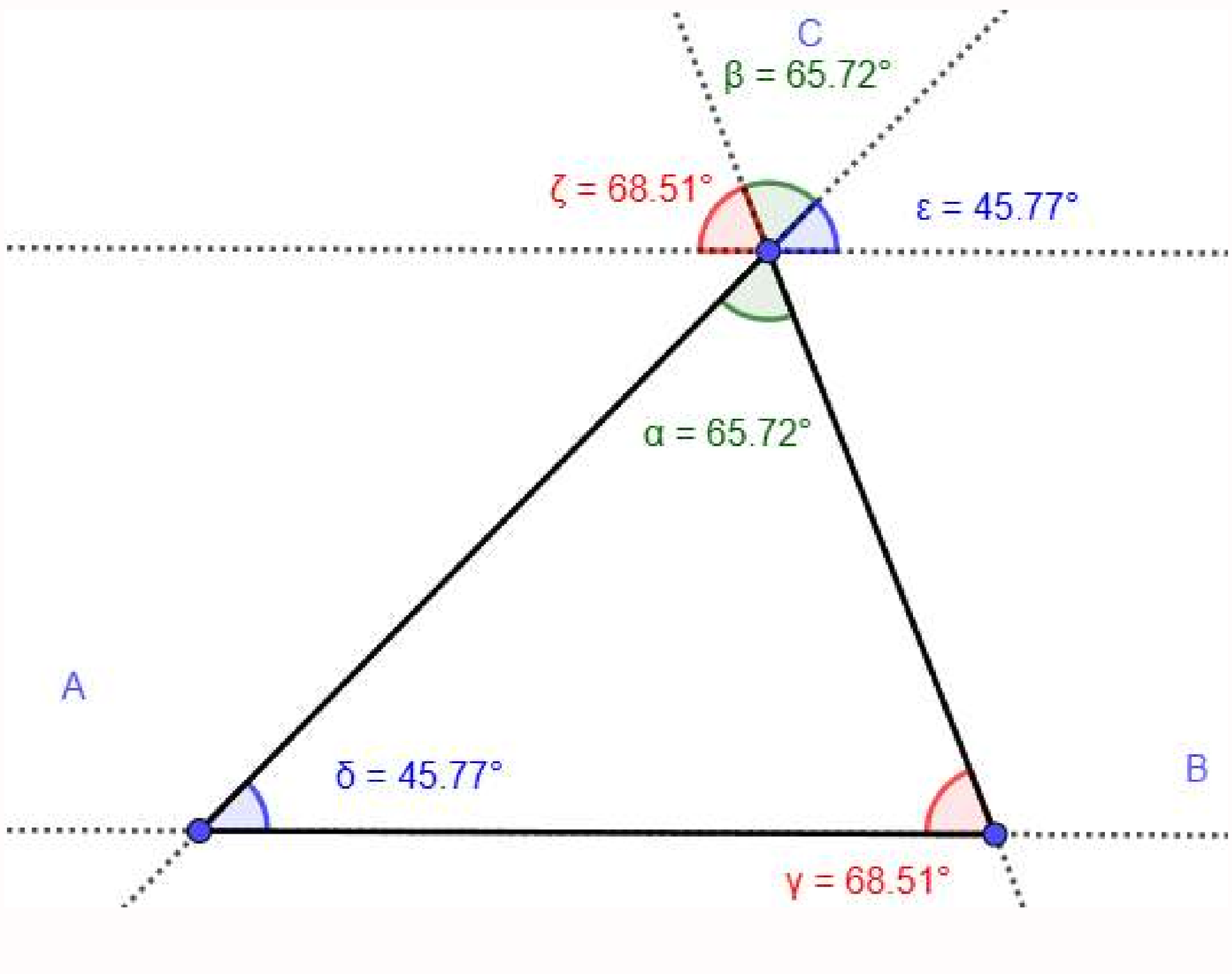






Os dois ângulos juntos, interno e externo em relação aos polígonos, se encaixam e formam um **ângulo raso**, o ângulo de meia volta, ou seja, o ângulo de **180º.**

Professor(a) elaboramos uma construção no GeoGebra para retomar a ideia da soma dos ângulos internos de um triângulo. Acesse o link ao final desta página ou click na imagem a seguir e movimente os pontos A, B e C, permitindo que os(as) estudantes explorem e observem a relação entre o ângulo raso e os ângulos internos do triângulo.



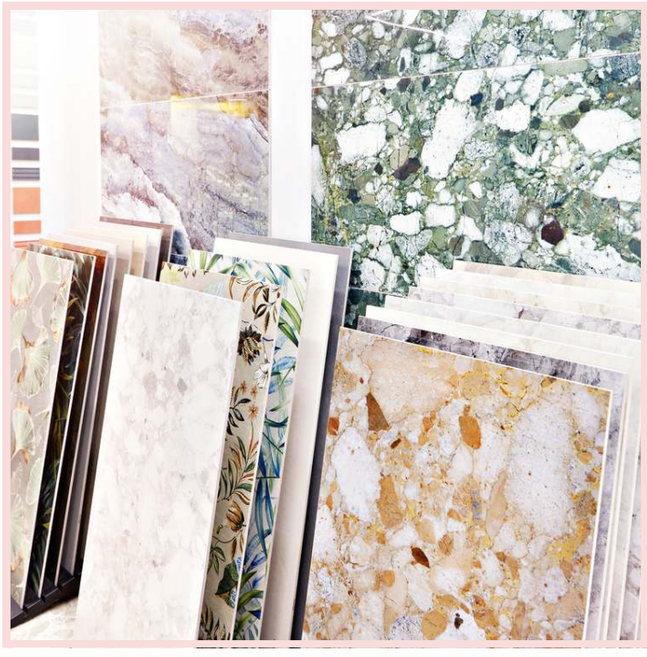
Explique que a linha que passa pelo ponto C, que é paralela ao lado AB do triângulo, forma ângulos congruentes (iguais), pois são retas paralelas e possuem comportamentos idênticos. Em outras palavras, as retas são espelhadas, porém, uma passa na base do triângulo e a outra no vértice C. Portanto, os ângulos azuis são iguais porque a reta transversal que passa pelos pontos AC é a mesma que forma o ângulo na reta paralela que passa pelo ponto C. Para os ângulos vermelhos, o pensamento é análogo: o ângulo verde é oposto pelo vértice, ângulo de abertura de “tesoura”.

https://www.geogebra.org/classic/xktxkuhg

Professor(a), você pode iniciar apresentando para os(as) estudantes a seguinte questão:



Vocês já viram um piso ou um azulejo que não fosse do formato de quadrado ou de retângulo?





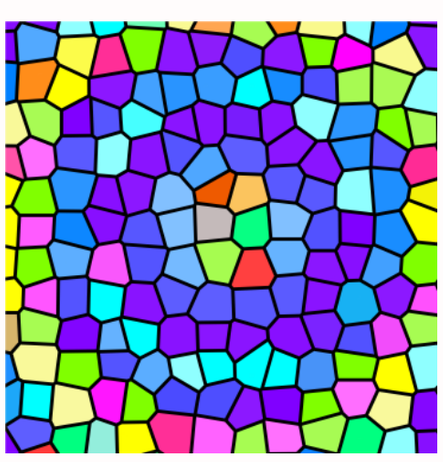
Após essa discussão inicial, propõe-se explorar as formas geométricas a partir do conceito de ladrilhamento. Como ponto de partida, pode-se apresentar aos(às) estudantes uma definição de dicionário e utilizá-la como base para a ampliação do significado ao longo da aulaa partir da discussão com exemplos do cotidiano, como o trabalho do pedreiro azulejista, a arte dos mosaicos e até algumas manifestações da natureza, favorecendo conexões que ajudem o (a)estudante a compreender o conceito de forma mais significativa.

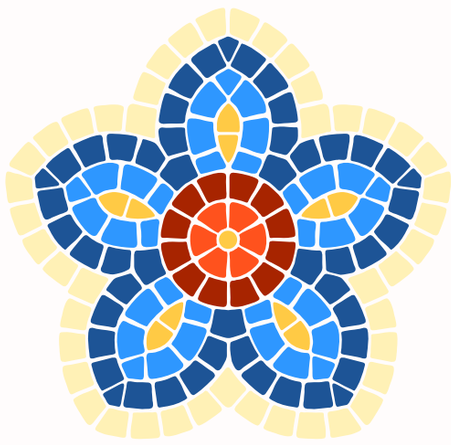
ladrilhar
1. Forrar ou cobrir com ladrilhos
2. Assentar ladrilhos.

Definição extraída do dicionário priberam no dia 29/07/25 em *https://dicionario.priberam.org/ladrilhar*



Assentamento de blocos





Exemplos de mosaico



Calçada dos gigantes no norte da Irlanda. Imagem: https://whc.unesco.org/en/list/369/gallery/



Favo de mel.
Os favos são construidos em formatos de hexágonos, formando um ladrilhamento.



Casco da tartaruga.
O casco da tartaruga é formado por polígonos.

Para fins didáticos, adotaremos a seguinte definição: na matemática, **ladrilhamento** (também chamado de pavimentação ou tesselação) é a cobertura do plano com formas geométricas que não se sobrepõem nem deixam espaços entre si.

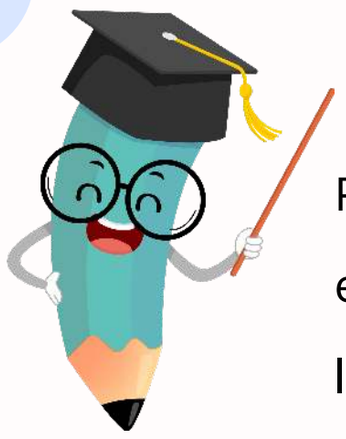
Por que os ladrilhos usados em pisos geralmente têm formato quadrado ou retangular? Por que não é tão comum encontrar pisos feitos com peças em forma de triângulos, pentágonos, hexágonos ou outros polígonos regulares?

SERÁ QUE FORMAS DE FORMATO ALEATÓRIO TERIAM POTENCIAL DE VENDA?

Premissa 01: Os ladrilhos precisam ser perfeitamente encaixáveis.

Premissa 02: Os ladrilhos não podem deixar espaços vagos entre as peças.

Premissa 03: Os ladrilhos precisam ser comercializáveis.



Professor(a), recapitule o problema investigando se os(as) estudantes entenderam a situação proposta fazendo correlação com o conceito de ladrilhamento. Os(as) estudantes devem observar que, para ser comercializável, um produto precisa de padronização e eficiência.

Posteriormente, oportunize que os(as) estudantes definam o que é polígono regular. Na sequência, mostre figuras de alguns polígonos regulares, aproveitando para relembrar a nomenclatura desses polígonos.

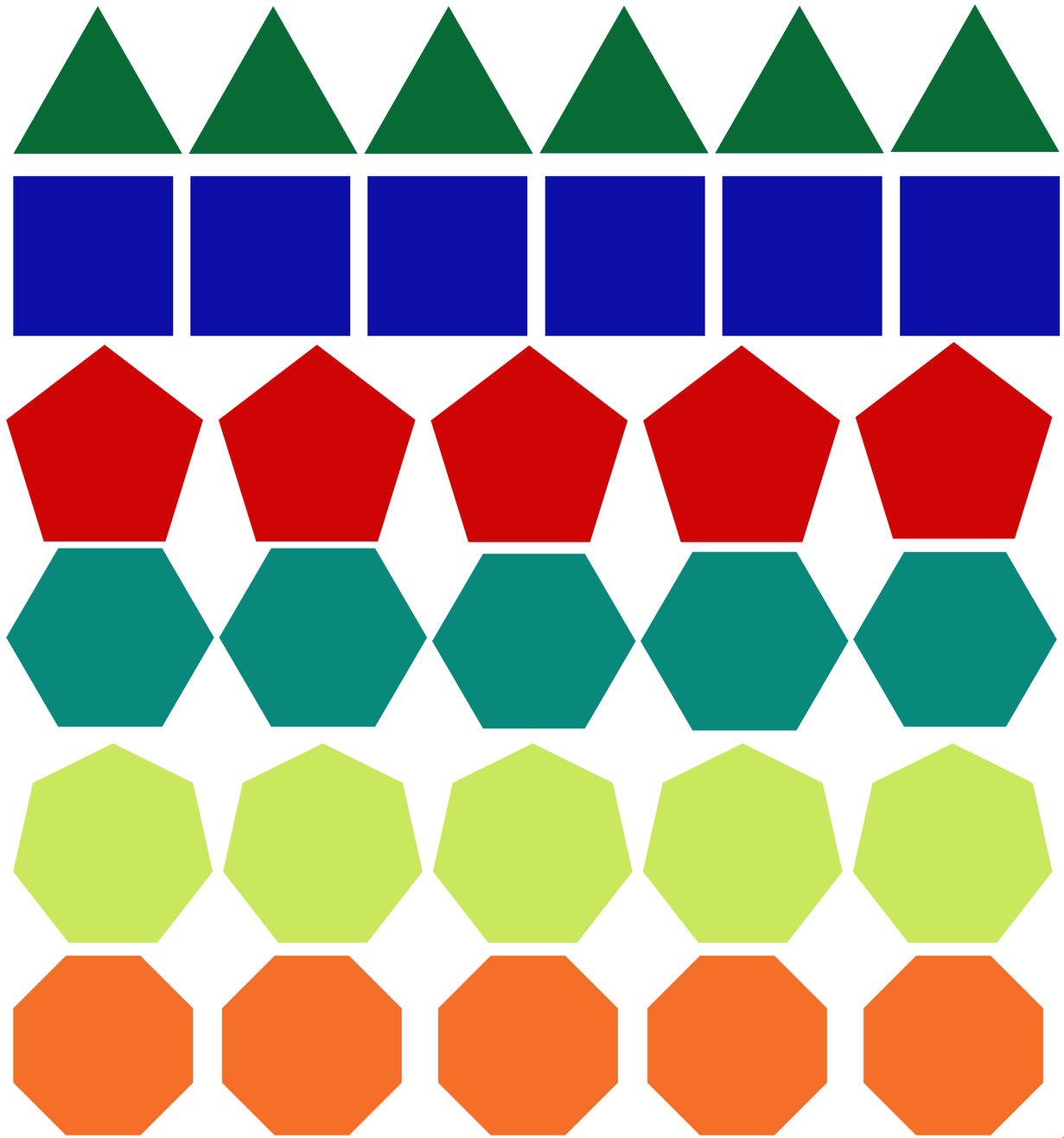
Nº DE LADOS	NOMENCLATURA	FIGURA
3	Triângulo	
4	Quadrado	
5	Pentágono	
6	Hexágono	
7	Heptágono	
8	Octógono	
...	...	
...		
10	Decágono	

Imagem adaptada. Extraída de https://globoplay.globo.com/v/9101874/. Acesso em 30 jul. 2025.

Para fins didáticos, limitaremos a abordagem da prática até o octógono. Professor(a), organize a turma em grupos, entregue pelo menos uma folha e uma tesoura por grupo e peça que os(as) estudantes recortem os polígonos e tentem investigar a situação-problema a partir da experimentação. O objetivo desta etapa é verificar quais polígonos são ladrilháveis, para então iniciarmos a discussão. Deixamos também uma ficha para que o(a) estudante escreva o raciocínio desenvolvido durante todo o processo da prática.

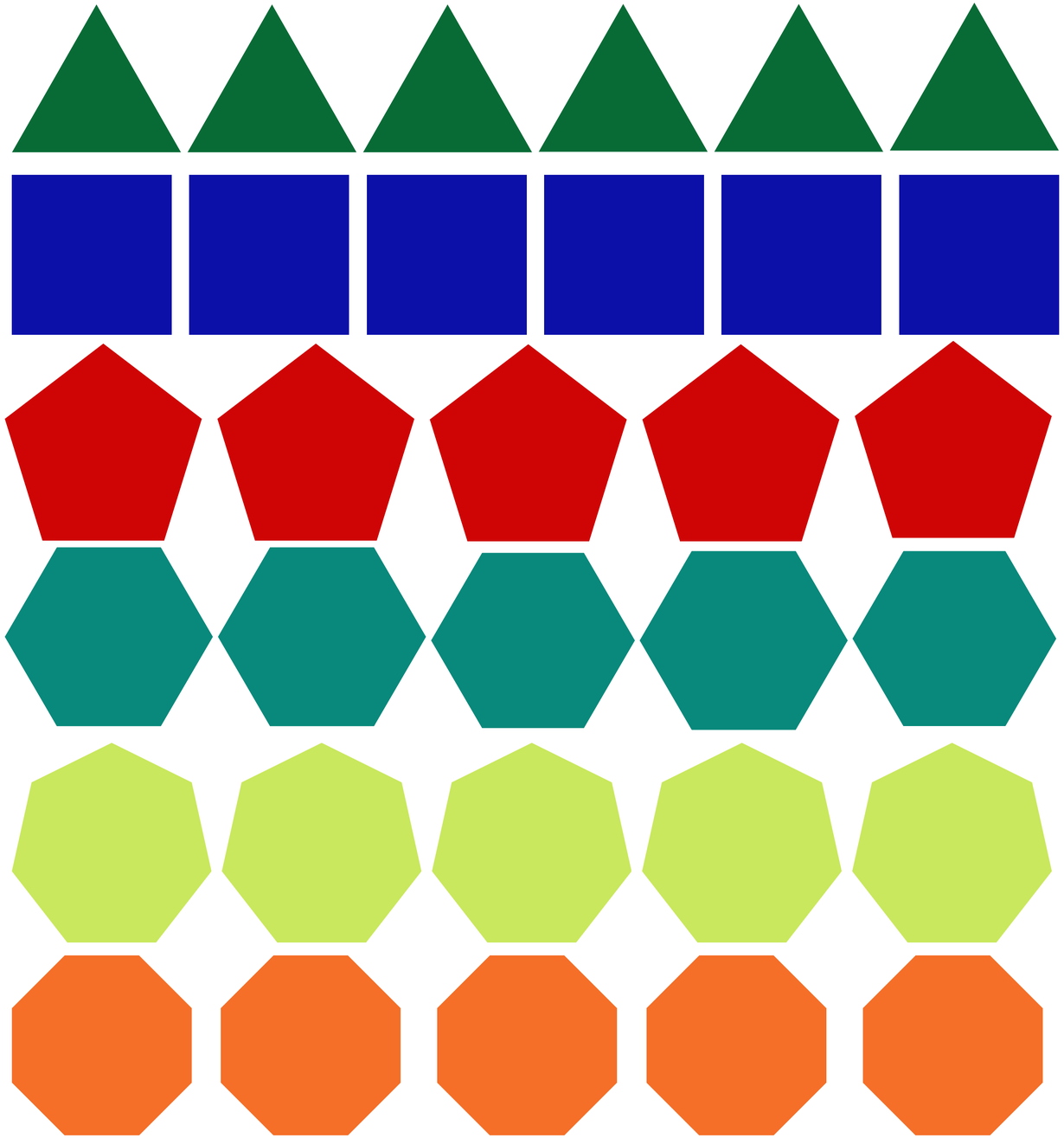
Orientação aos grupos:

- Recorte as figuras e separe de acordo com cada formato.
- Encaixe as peças de mesmo formato em torno de um vértice, sem deixar espaços vazios e sem sobrepor. Cada grupo deve verificar quais formas geométricas podem ser consideradas um ladrilho.

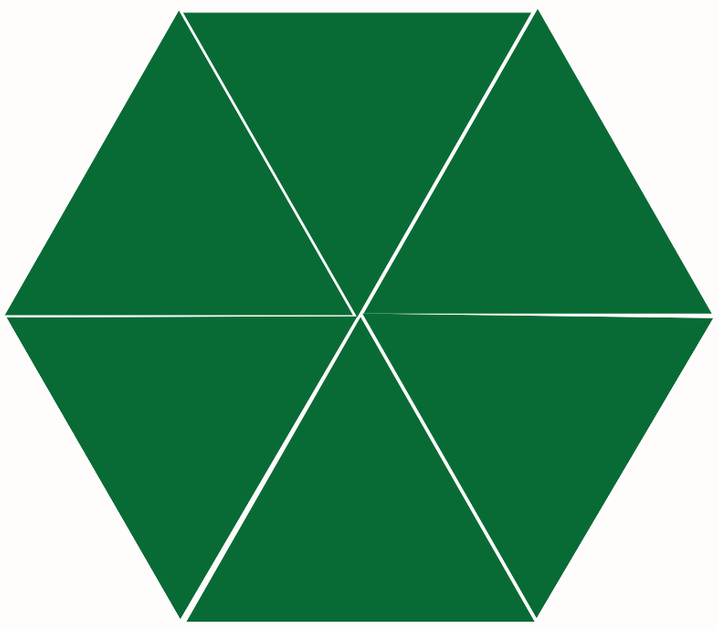


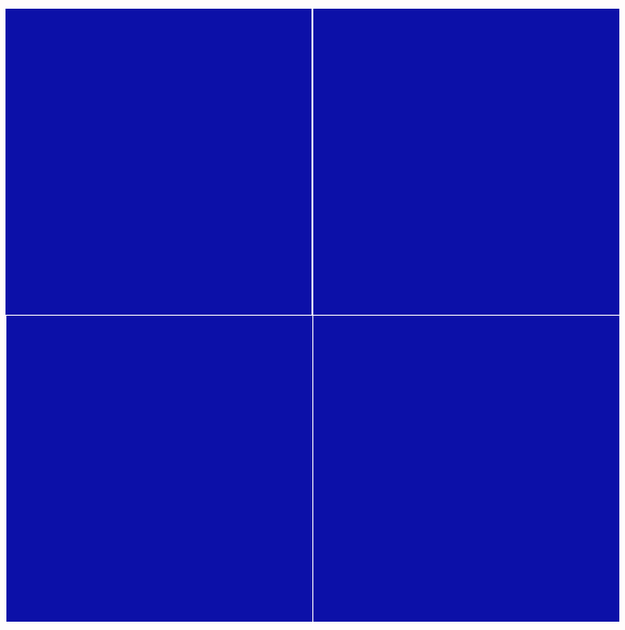
Orientação aos grupos:

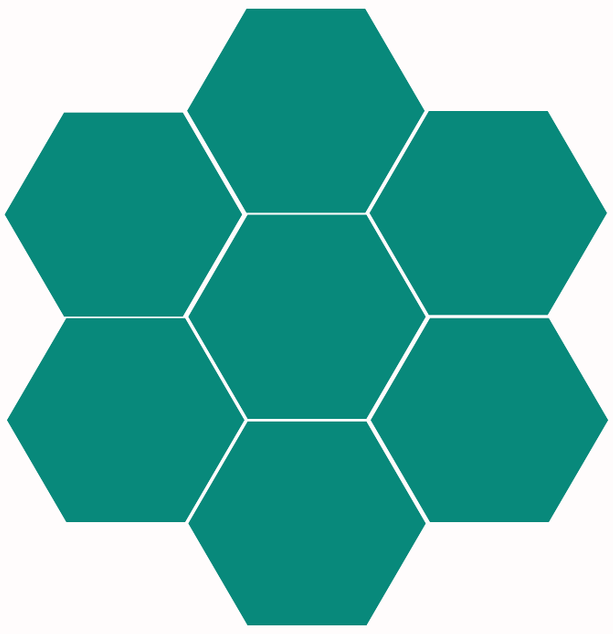
- Recorte as figuras e separe de acordo com cada formato.
- Encaixe as peças de mesmo formato em torno de um vértice, sem deixar espaços vazios e sem sobrepor. Cada grupo deve verificar quais formas geométricas podem ser consideradas um ladrilho.



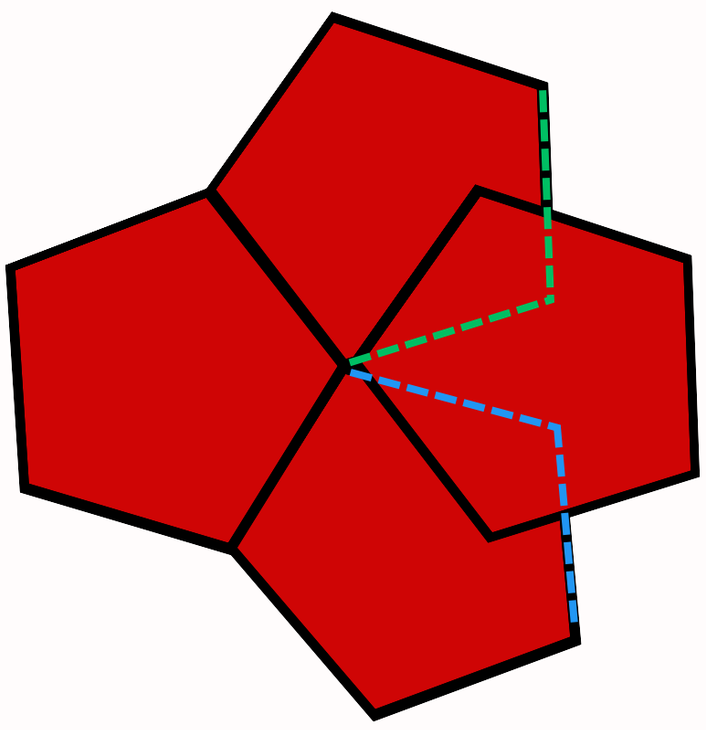
Após a experimentação, os(as) estudantes devem observar que algumas figuras geométricas são ladrilháveis:

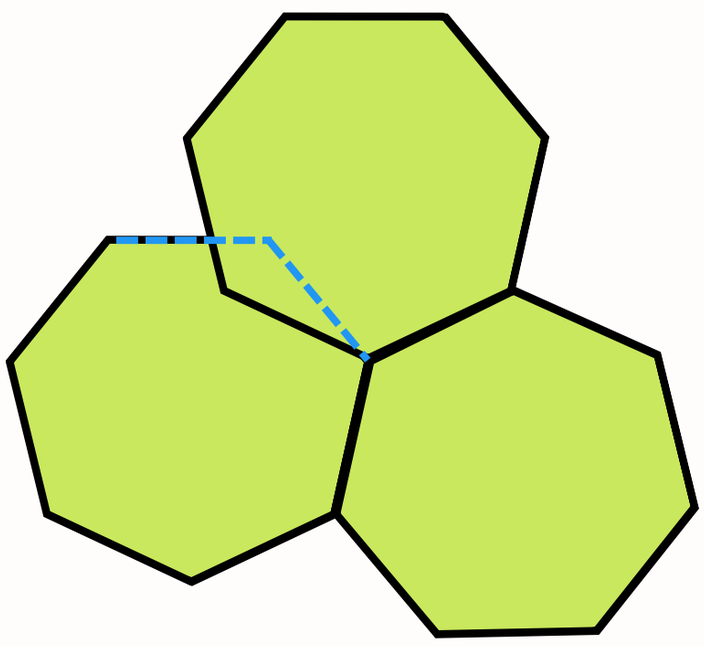


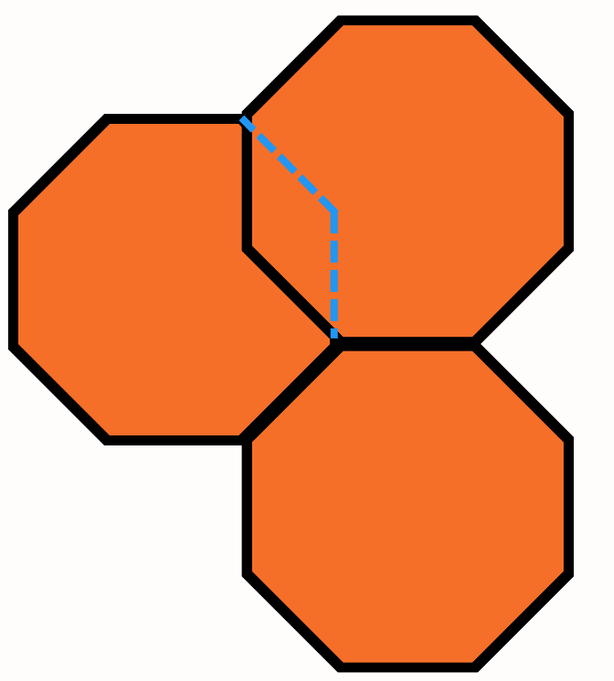


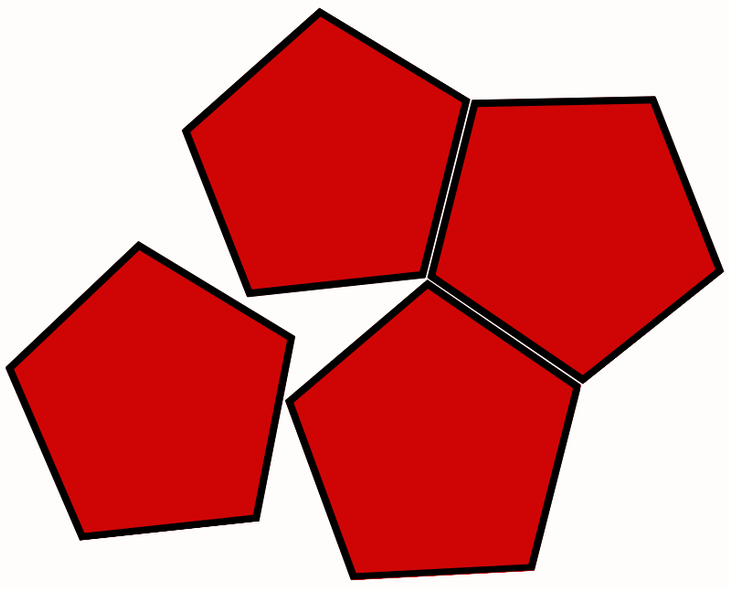


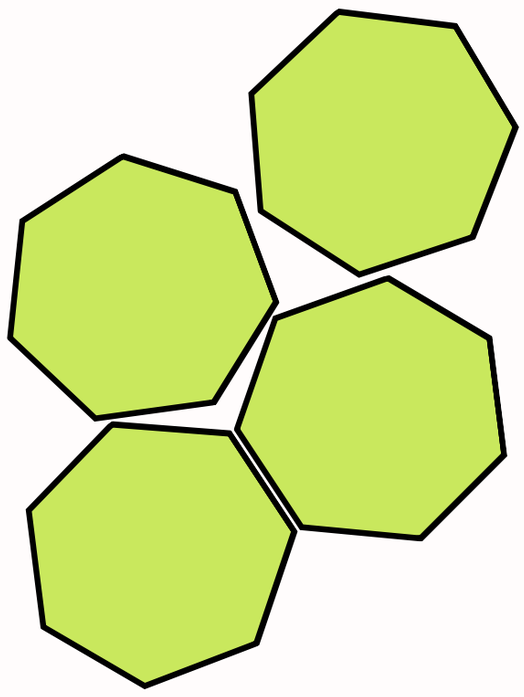
Outras figuras não permitem o ladrilhamento, pois, ao tentar utilizá-las para preencher o plano, ocorrem sobreposições entre as peças ou a formação de espaços vazios.

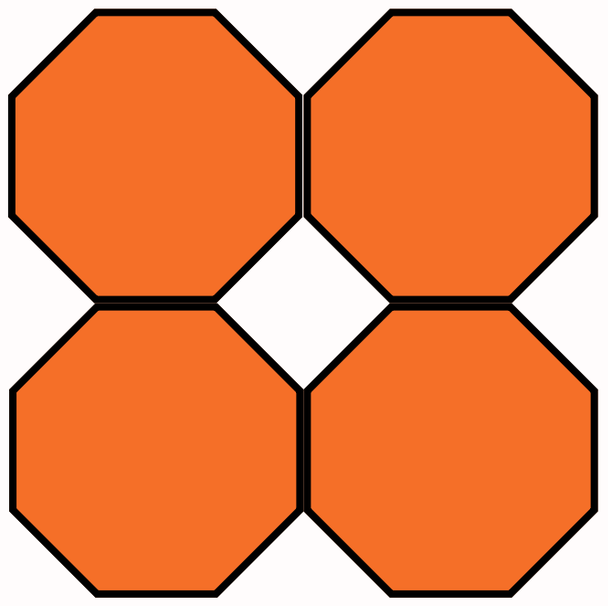












Desse modo, é importante que os(as) estudantes percebam que triângulos, quadrados e hexágonos são ladrilháveis.

Por que o triângulo, o quadrado e o hexágono são ladrilháveis, mas o pentágono, o heptágono e o octógono não?

Como podemos observar, os únicos polígonos regulares que conseguem revestir completamente o plano sem sobreposições nem espaços vazios são o triângulo equilátero, o quadrado e o hexágono regular. Isso acontece porque os ângulos internos desses polígonos permitem que várias peças se encontrem em um mesmo vértice formando exatamente 360°. Professor(a), isso será feito na prática nas próximas páginas.

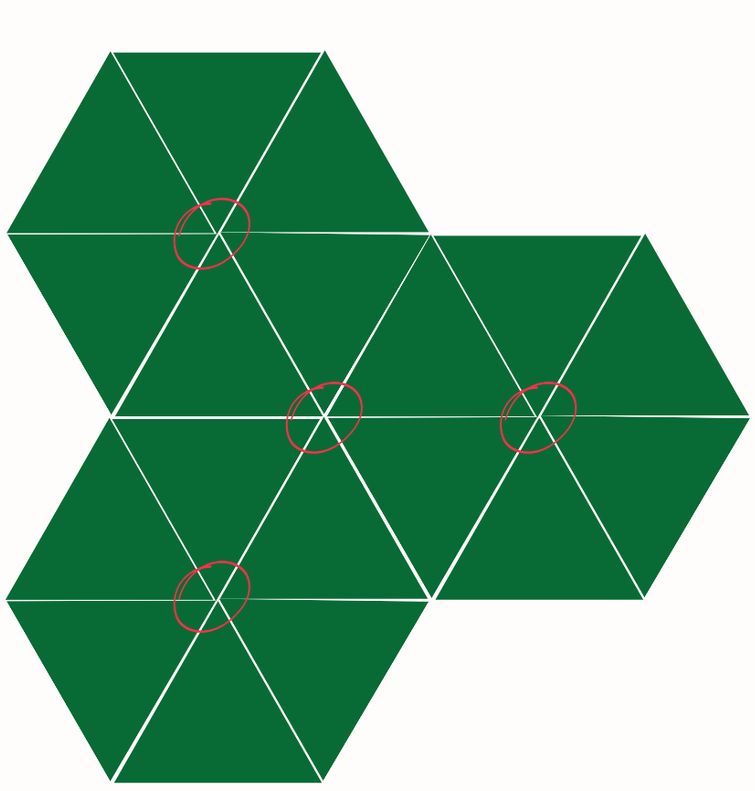


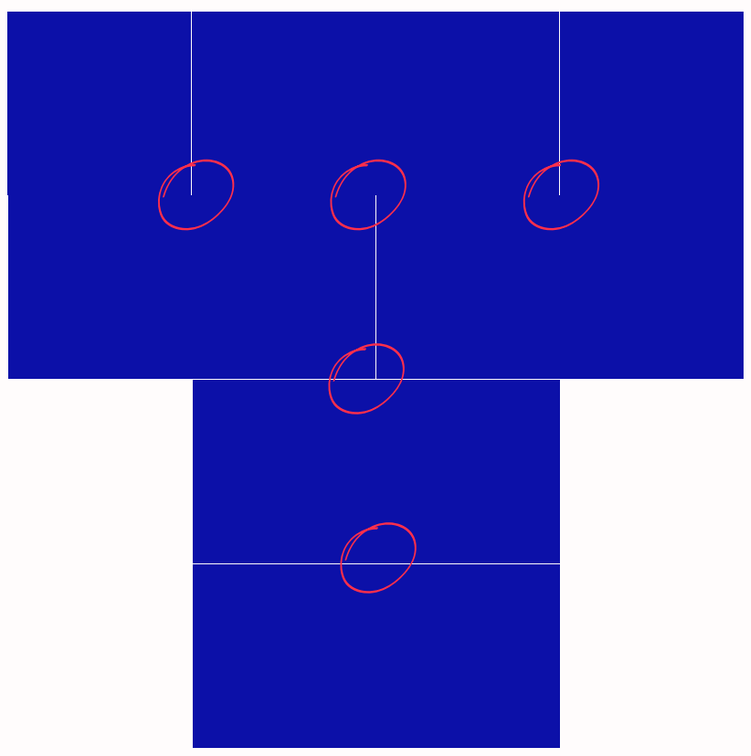
DESENVOLVIMENTO

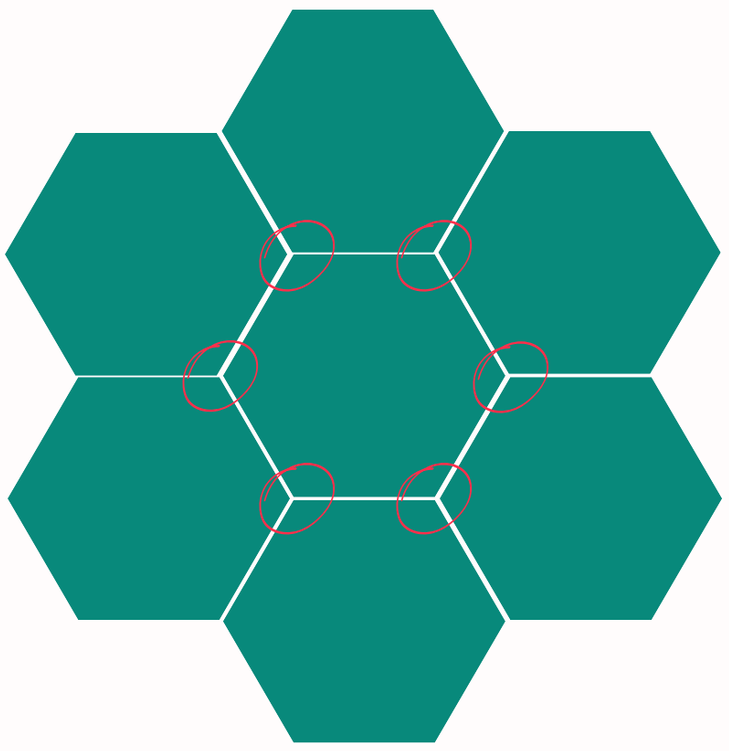
Professor(a), retome a situação-problema e convide os(as) estudantes a investigarem quais características estão presentes nos polígonos regulares ladrilháveis e quais não aparecem nos que não ladrilham o plano. A ideia é que, a partir dessas observações, construam uma resposta fundamentada. Se considerar oportuno, faça também uma breve retomada dos principais pontos da aula.

Vale reforçar que para que um polígono seja ladrilhável significa conseguir revestir uma região completamente, sem sobreposição de peças e sem deixar espaços vazios entre os ladrilhos.

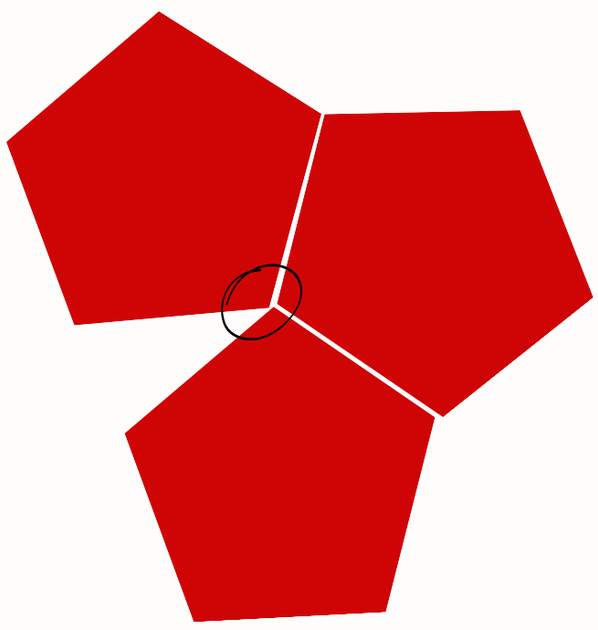
Proponha que os(as) estudantes retomem as figuras analisadas anteriormente e investiguem os pontos de encontro entre os polígonos, procurando identificar semelhanças e diferenças entre aqueles que ladrilham o plano e aqueles que não o fazem.

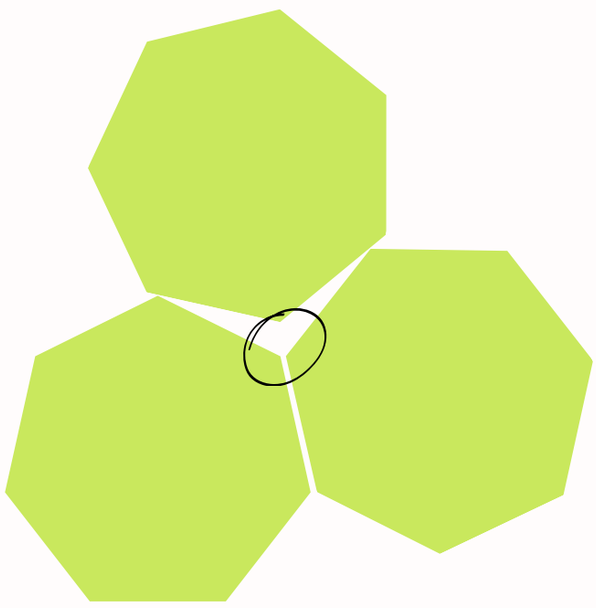


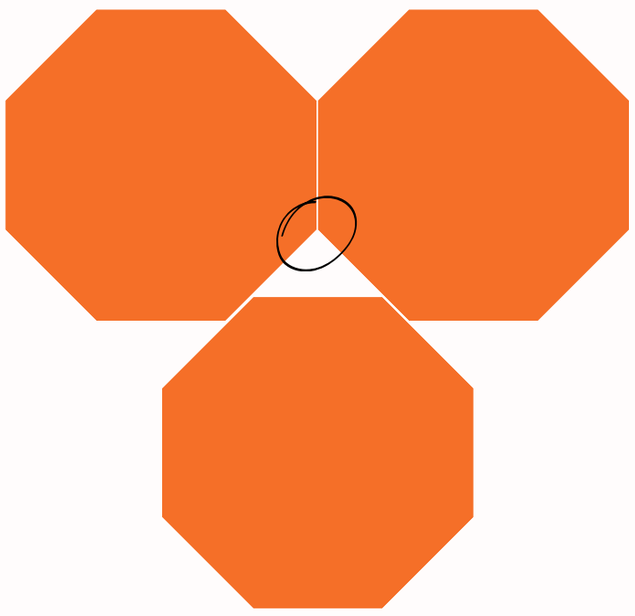




Considerem analisar os polígonos não ladrilháveis.







É pouco provável que os(as) estudantes formulem, de imediato, uma explicação baseada no fato de que os ângulos internos desses polígonos regulares são divisores de 360° e, por isso, permitem o ladrilhamento. Em geral, essa percepção envolve compreender que, ao se encontrarem em um mesmo ponto, esses ângulos se ajustam de modo a completar 360°, isto é, uma volta completa.

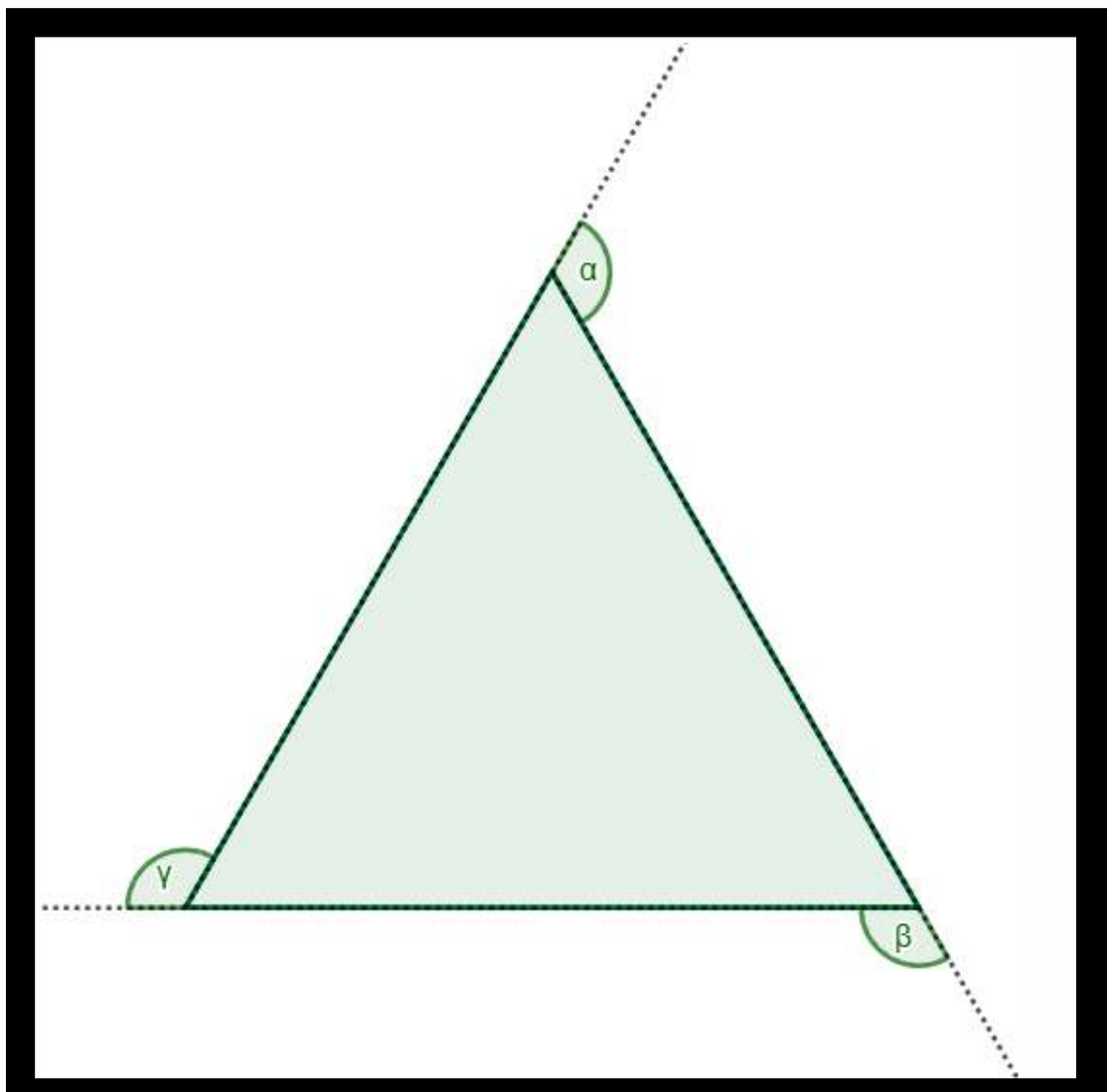
No entanto, qualquer resposta que se ancorar no fato de as peças se encaixarem é plausível, mas carece de uma solidez matemática. Identificar por que uns polígonos são ladrilháveis e outros não são, não responde ainda à situação-problema inicial, de modo que precisamos expandir a discussão.

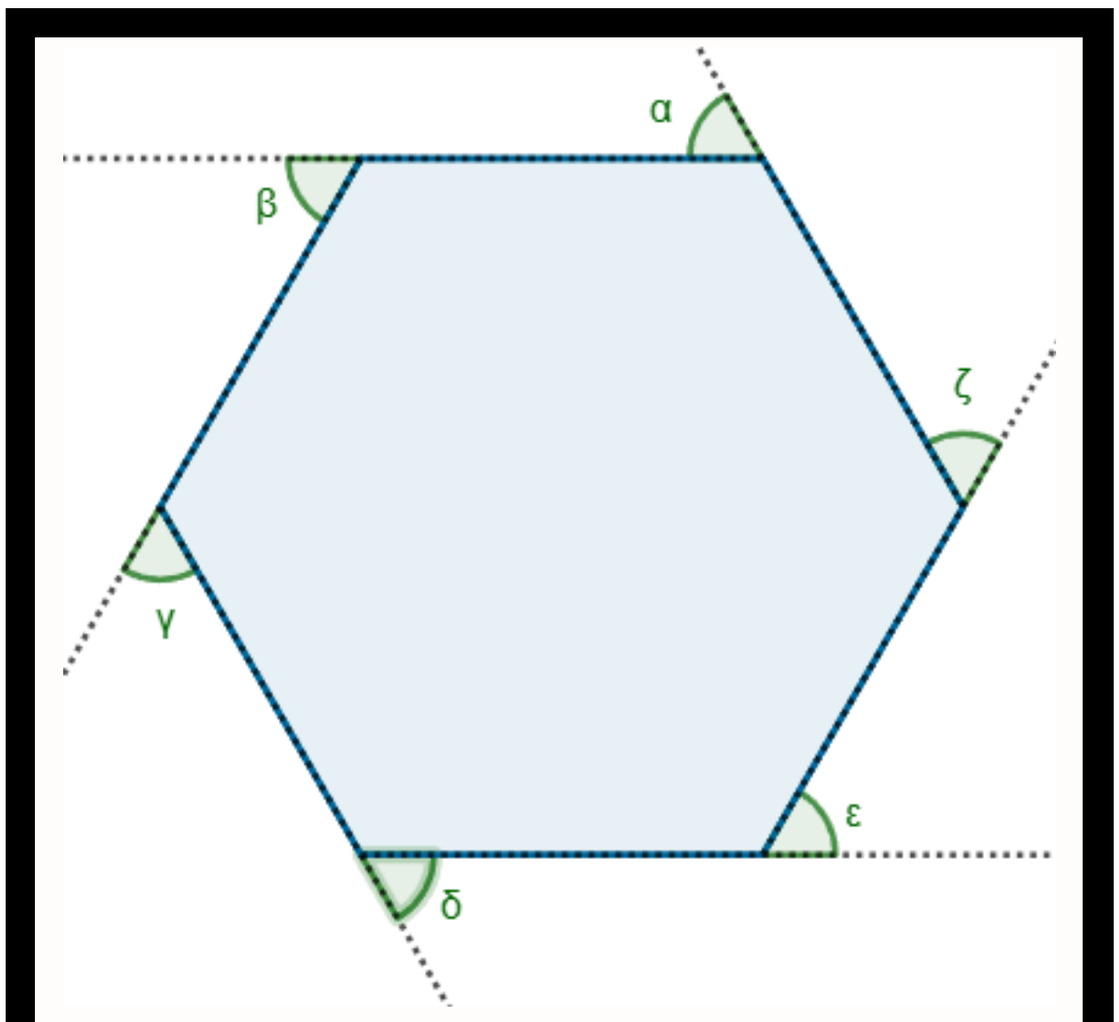
FORMALIZANDO O SIGNIFICADO GEOMÉTRICO DO ENCAIXE

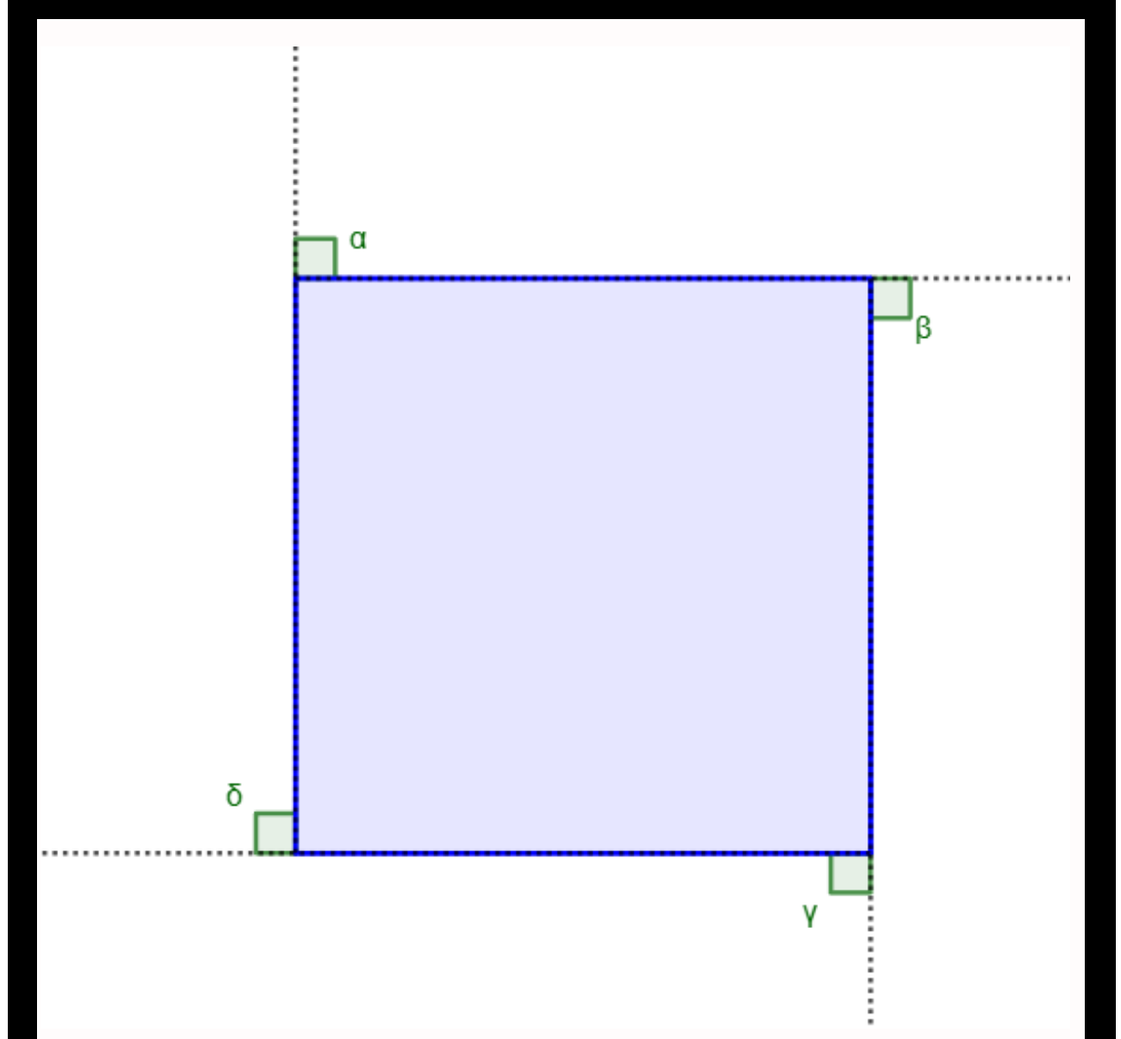
Entregue uma folha para cada grupo e solicite que cada um seja responsável por determinar o valor do ângulo externo de um polígono regular.

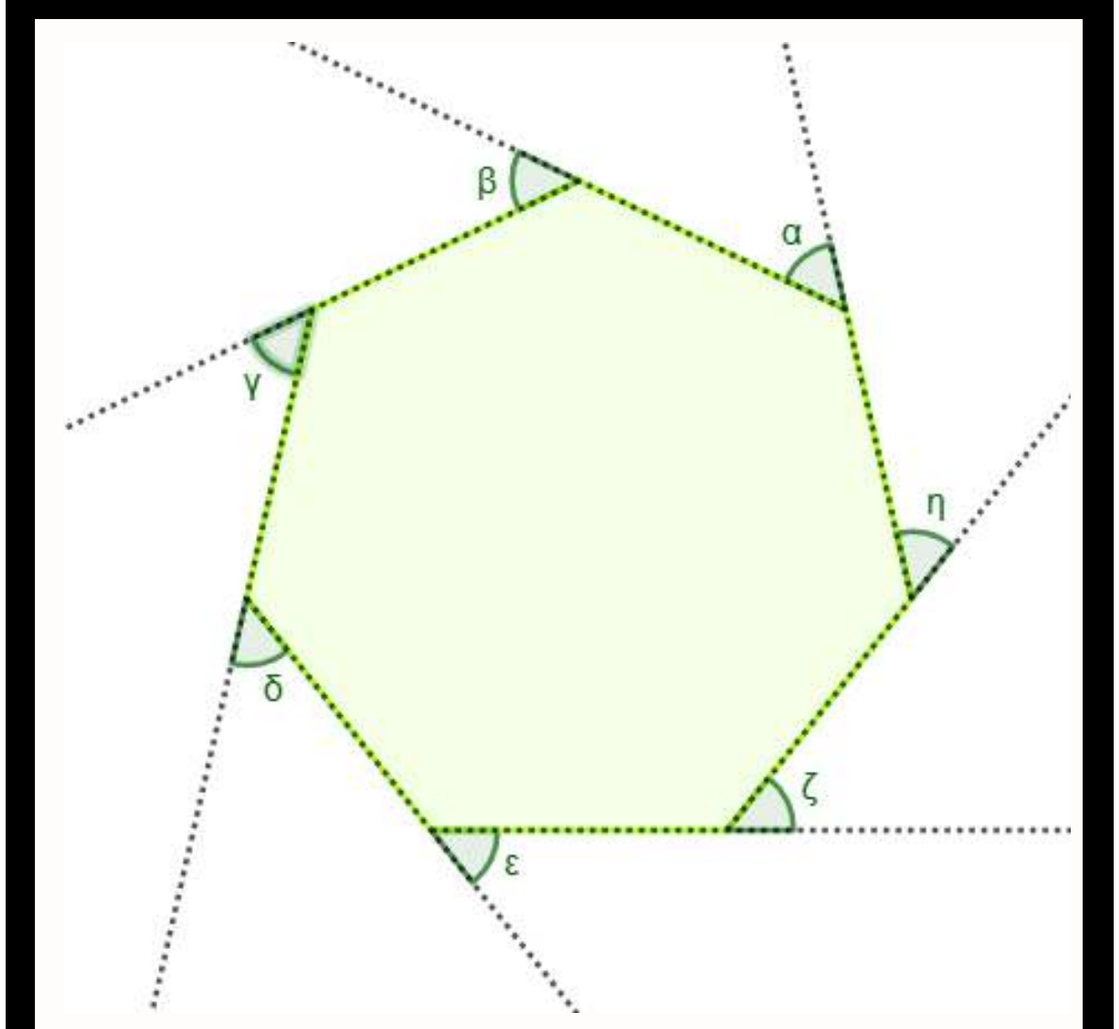
FOLHA AUXILIAR PARA DETERMINAR O VALOR DO ÂNGULO EXTERNO

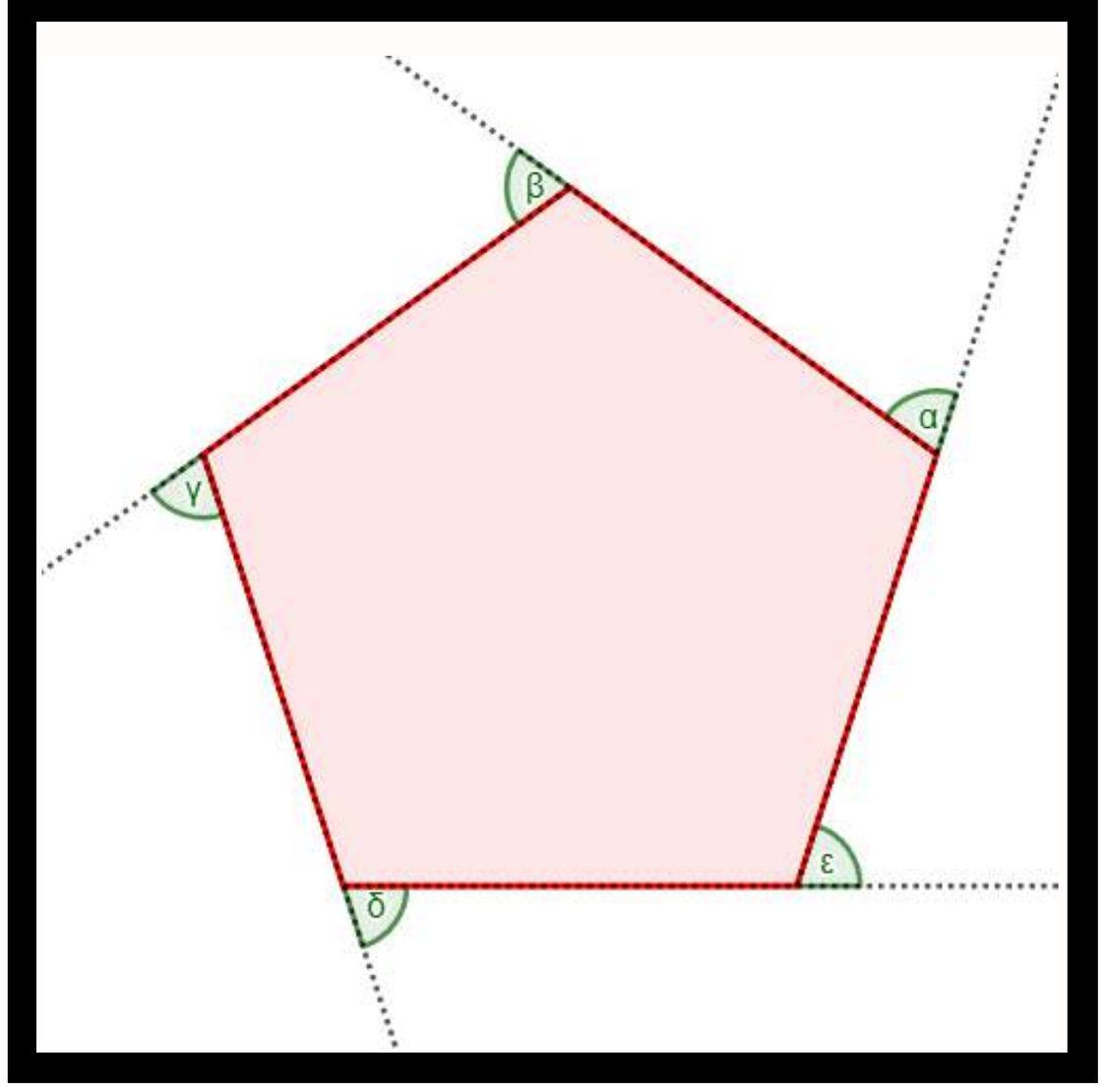
O objetivo desta atividade é determinar o valor do ângulo externo de cada polígono. Para isso, recorte os ângulos externos e observe se existe algum padrão entre eles. Por exemplo, ao recortar os ângulos externos e sobrepô-los (empilhando-os uns sobre os outros), é possível perceber que todos apresentam a mesma abertura, ou seja, possuem a mesma medida. Além dessa característica, investigue se há outro padrão geométrico que possa ser observado. A partir dessas observações, será possível determinar com facilidade o valor de cada ângulo externo.

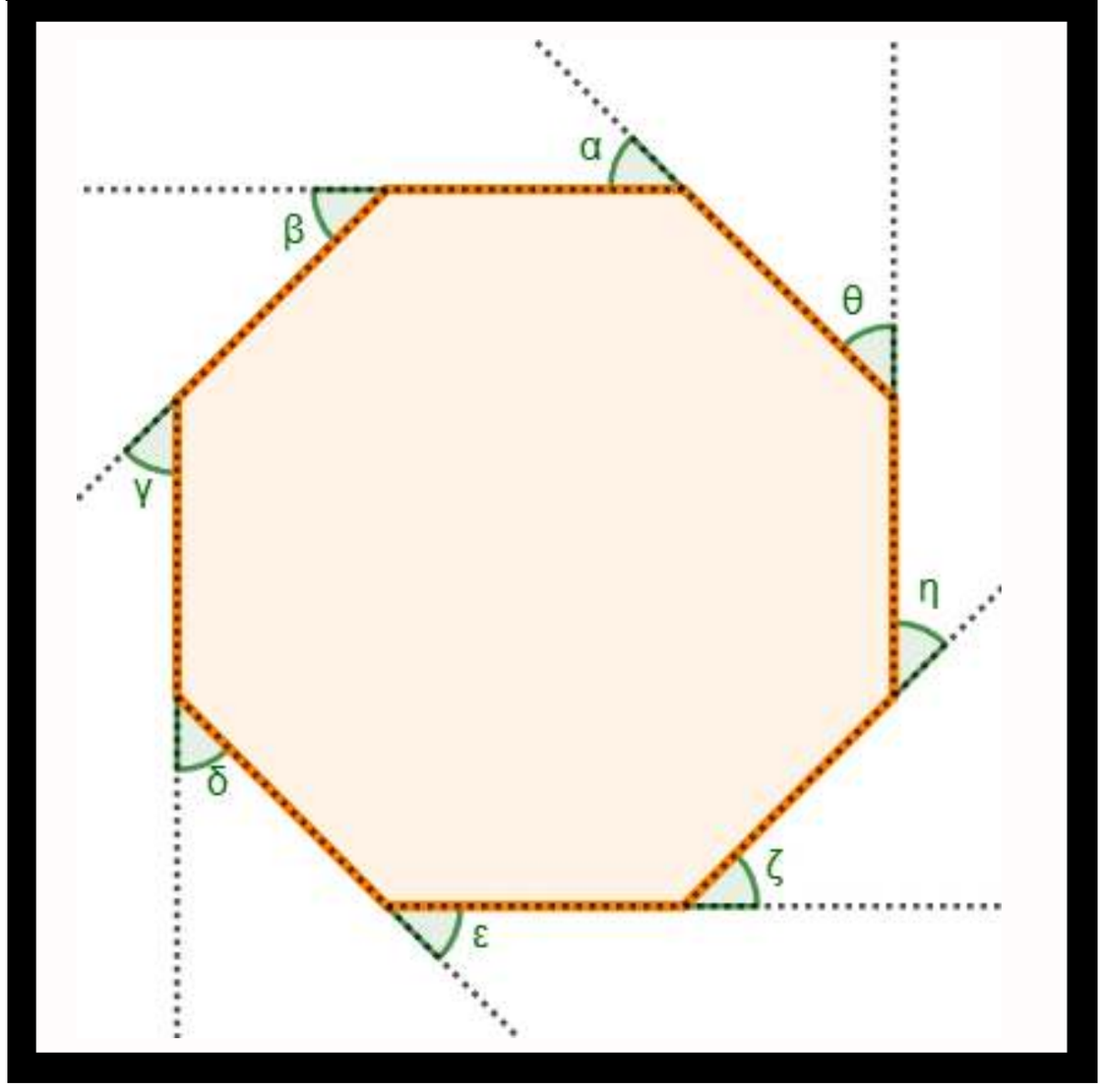




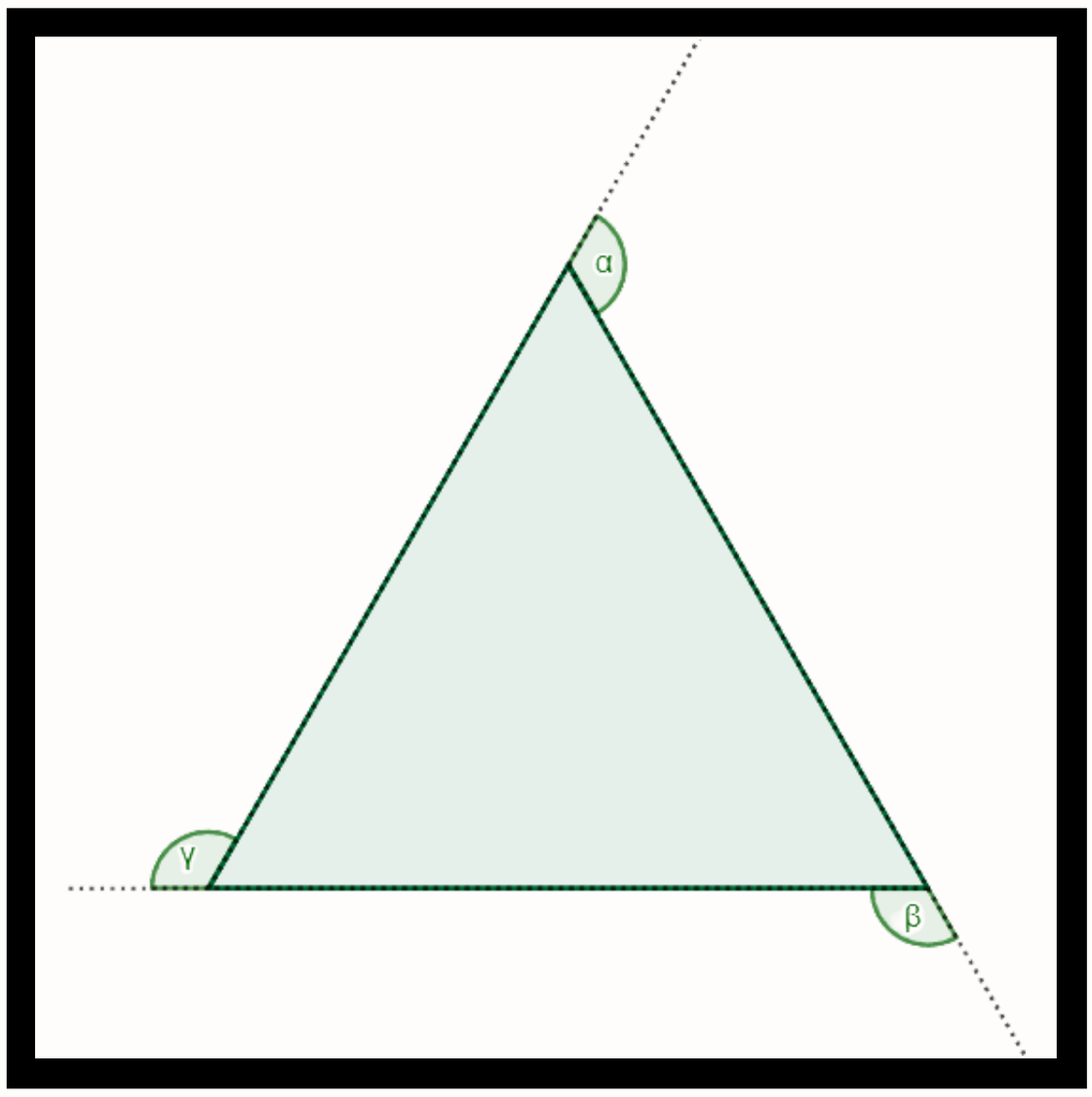




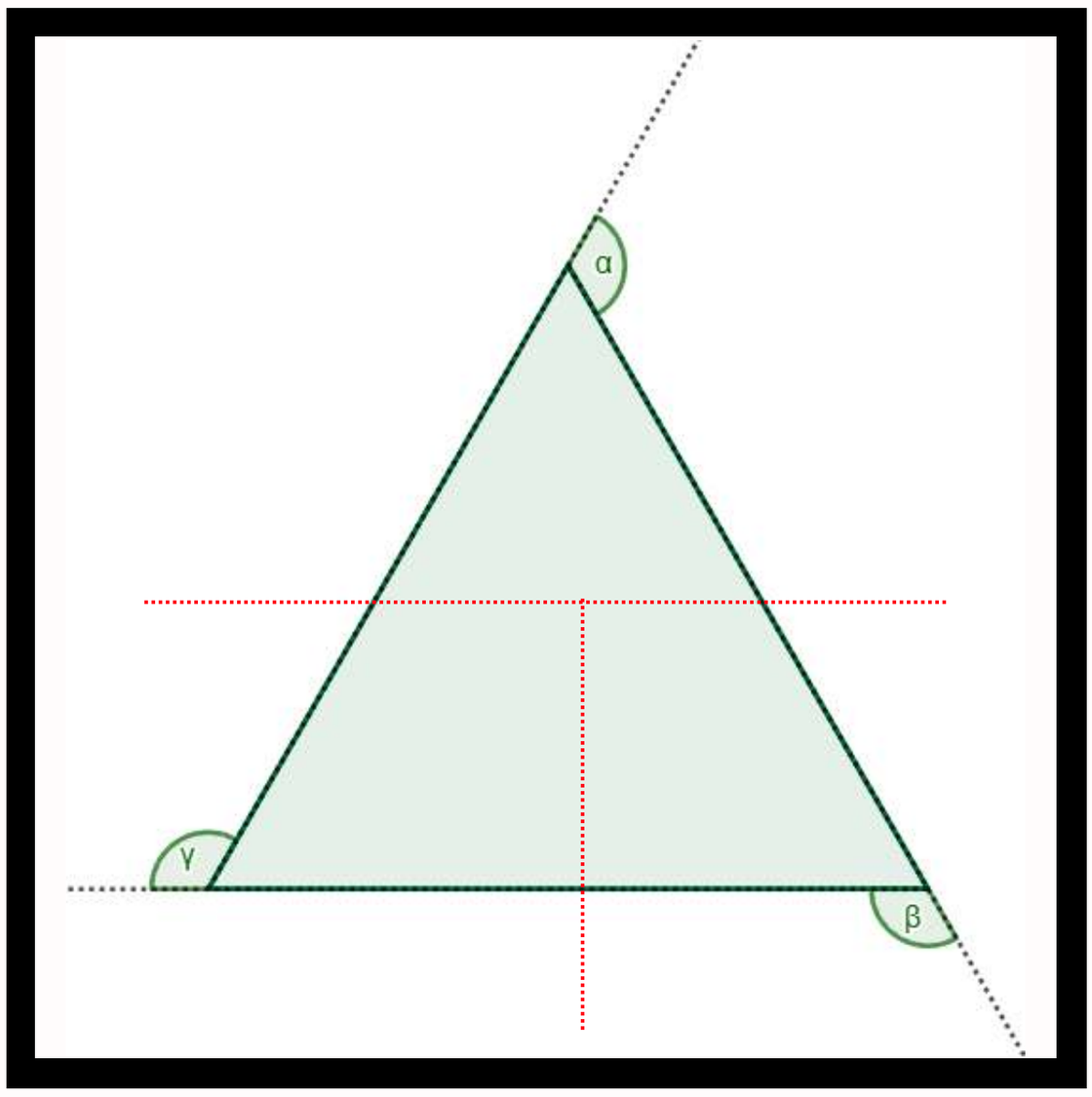




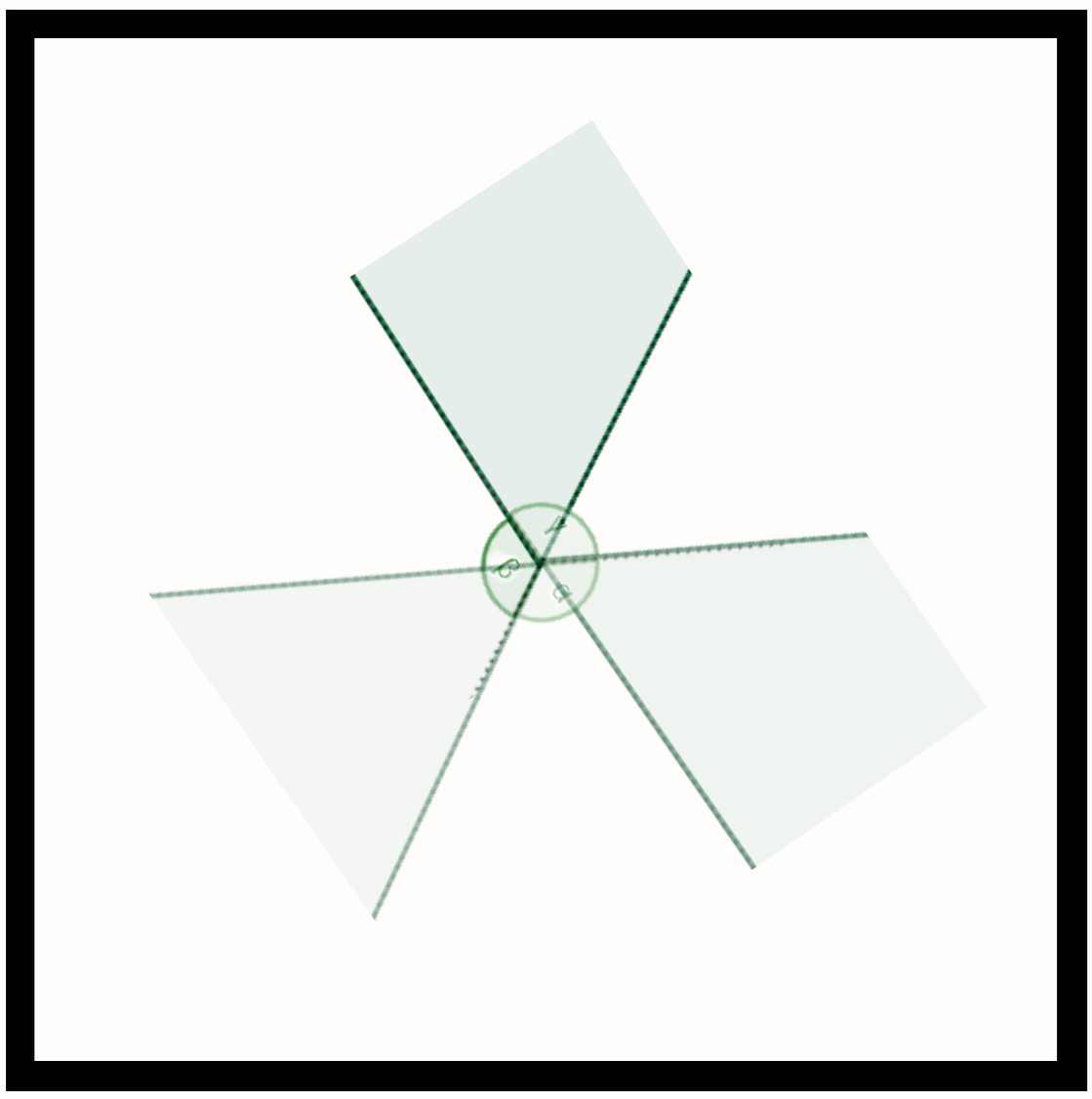
Professor(a), a apresentação dos(as) estudantes deve se assemelhar ao exemplo a seguir:



Passo 1 - Escolha um dos polígonos



Passo 2 - Recorte as figuras de acordo com o número de lados preservando os ângulos externos



Passo 3 - junte todas as peças, formando um ângulo de 360º

Caso os(as) estudantes não proponham espontaneamente a ideia de reunir os ângulos externos, você pode sugerir: “E se juntarmos todos os ângulos externos?”. Mesmo assim, é possível que, em um primeiro momento, eles(as) não relacionem essa composição com um ângulo de 360°. Nesse caso, vale questionar: Quantos graus tem esse ângulo?, apontando para a figura formada pela união dos ângulos externos.

Para apoiar essa investigação, pode-se retomar o registro organizado na atividade: há uma tabela destinada ao preenchimento dos valores dos ângulos externos. A depender da estratégia adotada, você pode construí-la coletivamente com a turma, relacionando os polígonos, o número de lados, a soma dos ângulos externos e a medida de cada ângulo externo nos polígonos regulares. Se preferir, peça que os(as) estudantes completem essa tabela, utilizando os dados obtidos nas explorações para identificar padrões e avançar nas conclusões. Professor(a), após os(as) estudantes informarem que o ângulo interno é o que falta para chegar a 180º, ou igual à 180º menos o ângulo externo, solicite que eles(as) calculem o valor do ângulo interno de cada polígono regular.



Sabendo o valor do ângulo externo, como podemos determinar o valor do ângulo interno?

Nome do polígono regular	Número de lados	Soma dos ângulos externos	Valor do ângulo externo	Ângulo interno
Triângulo	**3**	**360º**	$360 \div 3 = 120^\circ$	$180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
Quadrado	**4**	**360º**	$360 \div 4 = 90^\circ$	$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$
Pentágono	**5**	**360º**	$360 \div 5 = 72^\circ$	$180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$
Hexágono	**6**	**360º**	$360 \div 6 = 60^\circ$	$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
Heptágono	**7**	**360º**	$360 \div 7 = 51,42^\circ$	$180^\circ - 51,42^\circ = 128,58^\circ$
Octógono	**8**	**360º**	$360 \div 8 = 45^\circ$	$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$
...	**...**	**360º**	$360 \div n = \frac{360^\circ}{n}$	$180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$

De modo geral, percebemos que para qualquer polígono regular com um número de lados **n**:

ângulo externo = $\frac{\textbf{360º}}{\textbf{n}}$ → 360° representa a soma dos **n** ângulos externos do polígono.
→ número de lados do polígono regular.

Para investigar melhor o problema, falta determinar o valor do **ângulo interno** de um polígono regular.



→ **180º -** $\frac{\textbf{360º}}{\textbf{n}}$

“Enfatize com os(as) estudantes: **a soma dos ângulos externos** de um polígono é **360º**. Para saber o valor de um desses ângulos, **dividimos 360 pelo número de lados** que esse polígono tem.”

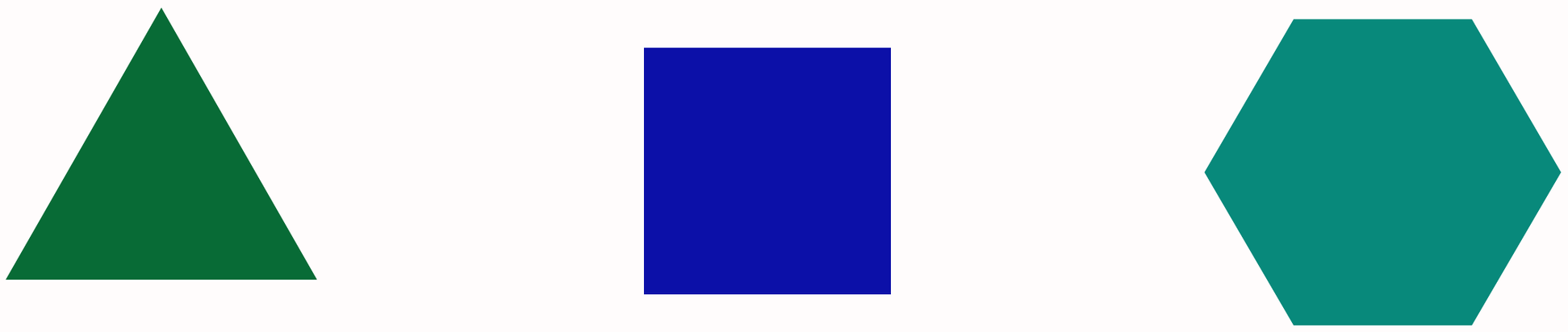




Voltando à situação-problema:

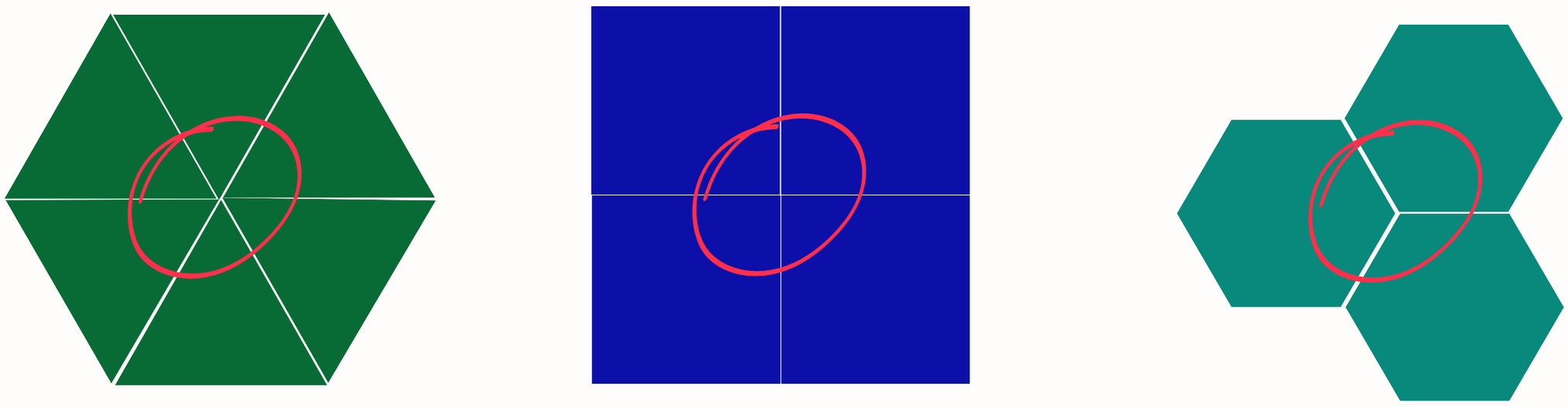
Por que os ladrilhos usados em pisos geralmente têm formatos quadrados ou retangulares? Por que não é tão comum encontrarmos pisos feitos com peças de formas como triângulos, pentágonos, hexágonos ou outro polígono regular?

Vamos analisar triângulo, quadrado e hexágono:



É preciso observar que:

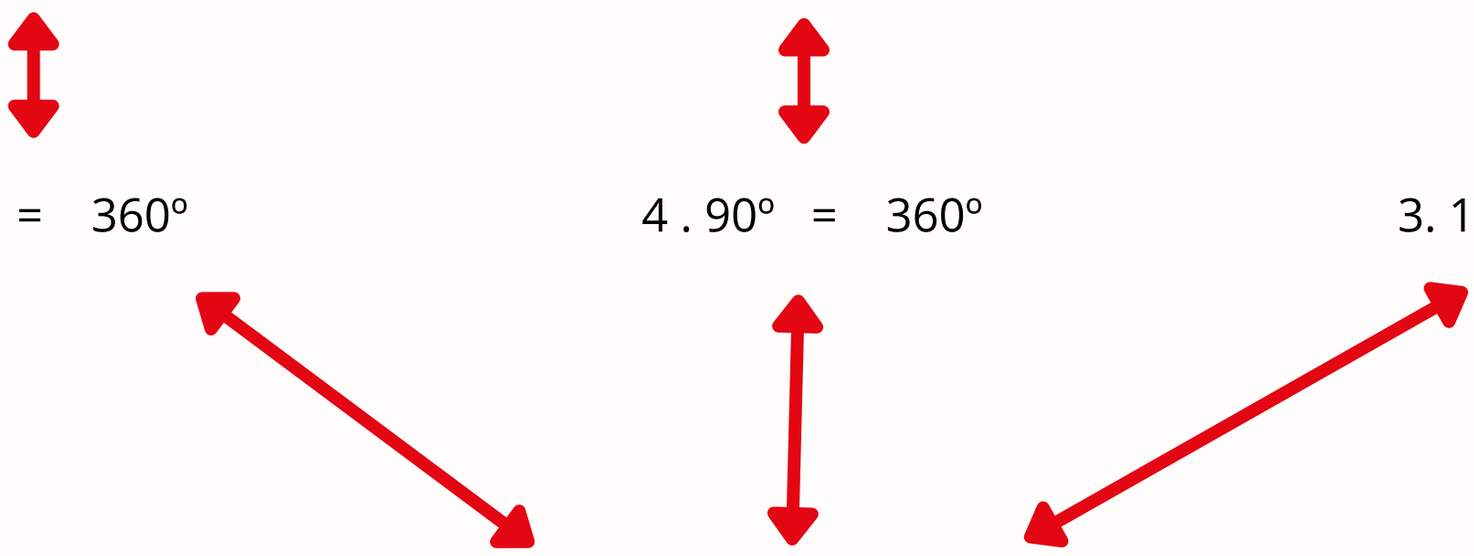
Ser “encaixável” implica os ângulos internos desses polígonos regulares formarem o **ângulo completo**, e, se estamos falando de ângulo, precisamos direcionar as análises para os ângulos internos.



60º+60º+60º+60º+60º+60º =360º

90º+90º+90º+90º =360º

120º+120º+120º =360º



6 . 60º = 360º

4 . 90º = 360º

3. 120º = 360º

360º está na tabuada dos ângulos internos,
ou seja,
os ângulos internos são divisores do 360º.

Ser ladrilhável significa que o ângulo interno do polígono analisado é divisor de 360:

Divisores de 360º: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180 e 360.

Dentre as opções, existe possibilidade de polígono regular com ângulo menor do que 60º?



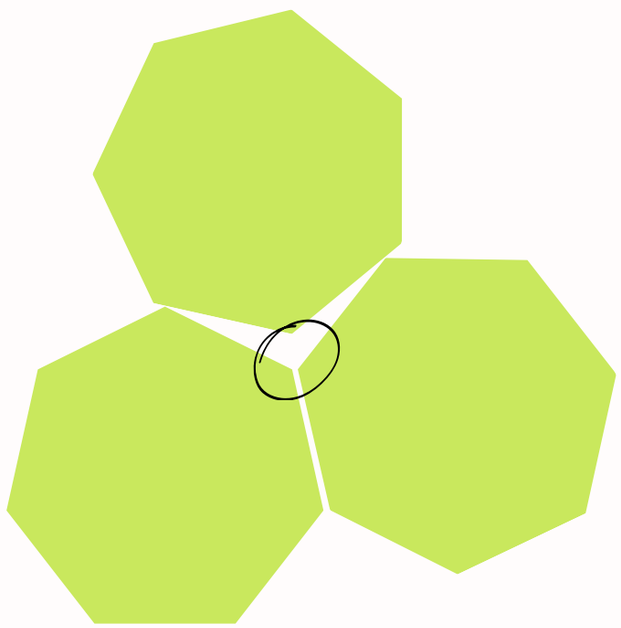
Não, pois o triângulo equilátero é o polígono regular com menor número possível de lados, ou seja, o menor ângulo possível.

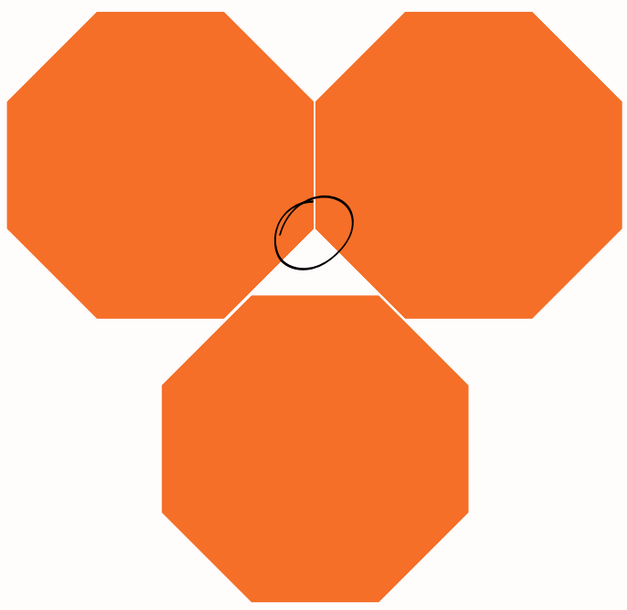
~~1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45,~~ 60, 72, 90, 120, 180 e 360.

Nome do polígono regular	Número de lados	Soma dos ângulos externos	Valor do ângulo externo	Ângulo interno
Triângulo	3	360º	120º	60º
Quadrado	4	360º	90º	90º
Hexagono	6	360°	60°	120°

O divisor 72 foi excluído do processo, pois não existe polígono regular cujo ângulos internos meça 72°.

Na medida que aumentamos o número de lados dos polígonos regulares, o que acontece com o ângulo interno? Será que é possível ladrilhar (encaixar) algum ângulo maior do que 120º?





Dentre os polígonos regulares, os únicos polígonos ladrilháveis são o triângulo, o quadrado e o hexágono.



Voltando à situação-problema inicial, temos:

Por que os ladrilhos usados em pisos geralmente têm formatos quadrados ou retangulares? Por que quase não encontramos pisos feitos com peças em formato de triângulo, pentágono, hexágono ou outro polígono regular? Por que pisos em formato triangular ou hexagonal não são comumente encontrados à venda?

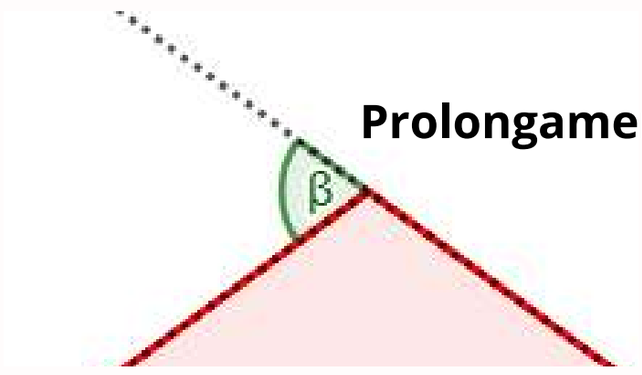


Os ladrilhos usados em pisos geralmente têm formato quadrado ou retangular porque essas formas permitem cobrir toda a superfície sem deixar espaços vazios entre as peças. Além disso, são fáceis de fabricar, transportar e instalar, tornando a construção mais prática e econômica. Outros polígonos também podem ser utilizados em revestimentos, como os triângulos equiláteros e os hexágonos regulares, pois conseguem preencher o plano sem deixar lacunas. No entanto, eles são menos comuns devido ao maior custo de produção e instalação.

Nesta aula, vimos que, dentre os polígonos regulares ladrilháveis, apenas o quadrado é amplamente utilizado na construção civil, pois é o que se encaixa adequadamente nos cantos das construções, devido ao ângulo reto. Cumpre reiterar que o retângulo também possui os 4 ângulos retos (90º).

Vimos que o **ângulo externo** de um polígono é o ângulo formado por um lado do polígono e o prolongamento do lado adjacente, sendo medido na parte de fora da figura.

A abertura do ângulo externo é medida do lado de fora do polígono.



Prolongamento do lado adjacente.

Nos **polígonos regulares**, a soma dos ângulos externos resulta sempre em 360, e, portanto, basta dividir pelo número de lados para identificar o valor do ângulo externo.

ÂNGULO EXTERNO $= 360^\circ \div n \longrightarrow$ **n, representa o número de lados**

O **ângulo interno** de um **polígono regular** é o que falta para chegar a 180º a partir do ângulo externo

ÂNGULO INTERNO $= 180^\circ -$ **ÂNGULO EXTERNO** $\longrightarrow$ 

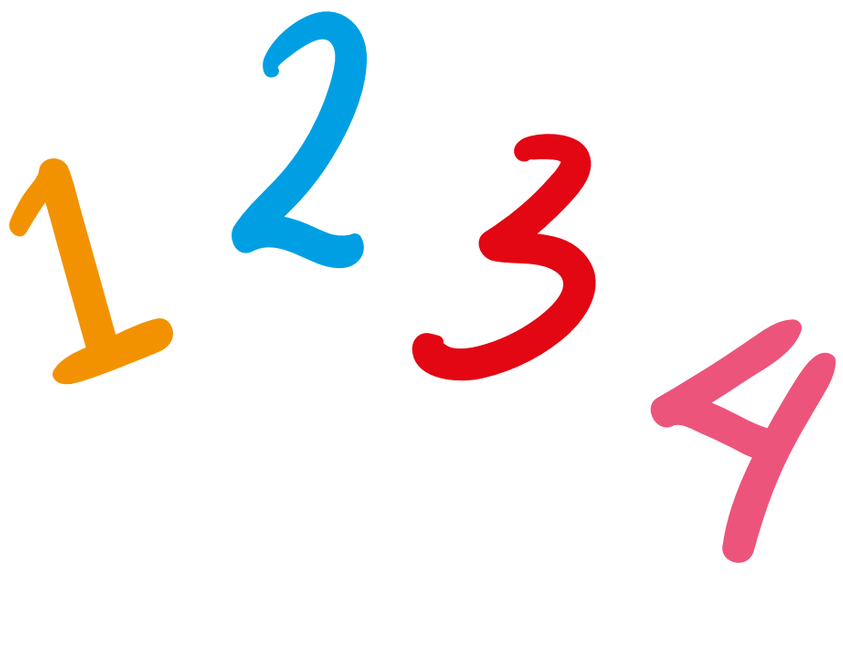


JOGOS MATEMÁTICOS

Professor(a), para a consolidação das aprendizagens desta aula prática, deixamos uma opção de quiz sobre pavimentação e uma opção de quiz sobre ângulos, que podem ser acessados por meio dos links:

https://www.matific.com/bra/pt-br/home/maths/episode/PolygonTilingTessellations/

https://wordwall.net/pt/resource/95699936





Roteiro de investigação: Polígonos ladrilháveis

Nome: _____

Turma: _____ Data: ____ / ____ / _____

1.A partir das discussões iniciais escreva:

a.O que você entende por “ladrilhar o plano”? _____

_____

_____

b.O que você acha que é necessário para que uma figura consiga ladrilhar? _____

_____

_____

2.Preencha a tabela a partir das construções realizadas:

Polígonos regulares	**Nº de lados**	**Ângulo interno (aprox.)**	**Soma dos ângulos internos**	**Ângulos externos**	**Ladrilha o plano?**	**Há espaços vazios ou sobreposição?**
Triângulo equilátero					Sim ( ) Não ( )	Sim ( ) Não ( )
Quadrado					Sim ( ) Não ( )	Sim ( ) Não ( )
Pentágono					Sim ( ) Não ( )	Sim ( ) Não ( )
Hexágono					Sim ( ) Não ( )	Sim ( ) Não ( )
Heptágono					Sim ( ) Não ( )	Sim ( ) Não ( )
Octógono					Sim ( ) Não ( )	Sim ( ) Não ( )

3. Responda:

a. Quais polígonos conseguiram ladrilhar o plano? _____

_____

b. O que esses polígonos têm em comum?_____

_____

c. Quais não conseguiram ladrilhar? O que parece faltar nesses casos? _____

_____

_____

4. Conexão com os ângulos:

a. O que acontece com os ângulos quando várias figuras se encontram em um ponto?

_____

_____

_____

b. A soma dos ângulos ao redor de um ponto parece se aproximar de quanto?

- ( ) 90° ( ) 180° ( ) 360° ( ) Outro: _____

5. Explique, com suas palavras, o que faz um polígono ser ladrilhável?_____

_____

_____

_____

REFERÊNCIAS

Girafa. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/animais/girafa.htm>. Acesso em: 6 ago. 2025.

Under the microscope. Disponível em: <https://br.pinterest.com/pin/2251806680876264/>. Acesso em: 24 jul. 2025.

Giant's Causeway and Causeway Coast. Disponível em: <https://whc.unesco.org/en/list/369/gallery/>. Acesso em: 24 jul. 2025.

Prefeitura de Vitória explica obra em calçadão de Camburi. Disponível em: <https://globoplay.globo.com/v/9101874/>. Acesso em: 28 jul. 2025.

Por que o parafuso é sextavado? Disponível em: <https://rpm.org.br/cdrpm/4/3.htm>. Acesso em: 28 jul. 2025.

Ladrilhamento na matemática. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/921464/2/Oficina%20ladrilhamento%20educapes%20Hevio%20.pdf>. Acesso em: 24 jul. 2025.

Ladrilhamento e mosaico: <https://matemateca.ime.usp.br/acervo/ladrilhamentos.html>. Acesso em: 30 jul.

Ladrilhamento no Geogebra. Disponível em: <https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/102590124/pmo1101-libre.pdf?1684926353=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DMosaicos_e_ladrilhamentos_com_o_uso_do_G.pdf&Expires=1754602799&Signature=VNWKc4ywjWCGWnLfaiVMXLFskp84xcwHMPkyny4Bc1jA~MscX2pTuL4Xl0Qxe5SO9NSOsZtLL58qDO1sGvcoYNf0uGiQVCLKOL~VQdThljtSUlsX~QI~bYxZ8n442um3FUpWULGi~THPvtXr1FzOdTMK3wmc7o5TnI-PRCXaZ8Xh6VXctfU1vbDrEFoCYa4F2VPbTSSP88s25jczKzRKkqgzCfi43PrmKbuDaaKwUlgFEZxS3QqQA4ARqG9ov7DOiIAxB-QcqwVk0eWcBBD2rs9McvTc3bx5H64J5J3vQCSjXReXqa-6NZmvjaPtbdCEC2KLwES9JHARh~EqceD4VA__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA>. Acesso em: 30 jul. 2025.

Aula 2: Abordagem histórica do π (pi)

Habilidade: (EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.

Objeto de conhecimento: Diâmetro e raio de uma circunferência e a relação com número π.
Medida do comprimento da circunferência.

Expectativa de aprendizagem: Determinar o valor aproximado de π utilizando, ou não, objetos circulares e instrumentos de medidas.

Compreender e resolver problemas envolvendo a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro.

Duração: 2 aulas de 50 minutos

Materiais necessários:

- Barbante ou linha, que permita realizar medições posteriormente com régua ou trena.
- Régua, trena ou fita métrica.
- Objetos de formato circular. Caso necessário, é possível simular utilizando a folha impressa da página 24.
- Uma calculadora por grupo.

APRESENTAÇÃO E CONCEITUAÇÃO

Professor(a), o número π costuma surgir em sala de aula apenas como um valor numérico associado ao cálculo de áreas e circunferências, o que frequentemente provoca estranhamento entre os(as) estudantes devido à sua complexidade e ao caráter irracional desse número. Nesse sentido, desenvolver uma prática que apresente o π como um objeto de conhecimento historicamente construído, articulado aos conceitos de razão, medida e área, pode contribuir significativamente para a compreensão matemática dos(as) estudantes.

Por se tratar de um número irracional, sua abordagem requer cuidado, planejamento e sensibilidade didática. Ressaltamos, ainda, que os aspectos históricos aqui apresentados possuem caráter introdutório, buscando aproximar os(as) estudantes do contexto de produção desse conhecimento matemático.

Apresentamos o método da exaustão por meio de uma construção no GeoGebra, recurso que demanda mediação docente durante sua exploração. A ferramenta possibilita tanto a observação coletiva em sala de aula quanto o uso individual pelos(as) estudantes, que podem manipular o seletor da construção e acompanhar o processo de convergência do valor de π a partir de polígonos inscritos e circunscritos.

Ao abordar contribuições do Egito para a construção de conhecimentos matemáticos, o(a) educador(a) também pode ampliar a discussão para uma perspectiva não eurocêntrica da Matemática. Tal abordagem favorece a valorização da pluralidade das produções matemáticas.

OBJETIVO DA AULA

Desenvolver a habilidade utilizando instrumento por meio de investigação, utilizando objetos para medição convencional.

UM POUCO DE HISTÓRIA

Professor(a), conhecer a história da matemática ajuda os(as) estudantes a entenderem que os conceitos não surgiram prontos, mas foram desenvolvidos ao longo do tempo para resolver problemas reais. A história do número π está diretamente relacionada ao estudo das áreas de figuras circulares e ao desenvolvimento das ideias de razão e medida ao longo do tempo. Desde as primeiras civilizações, já se observava que a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro era constante, ainda que esse valor fosse apenas aproximado.

Egito e Mesopotâmia



No Egito e na Mesopotâmia já utilizavam aproximações de π para resolver problemas práticos, como o cálculo de áreas de terrenos circulares. No papiro de Rhind (cerca de 1650 a.C.), sugere uma aproximação de π próxima de 3,16.

Na Grécia Antiga



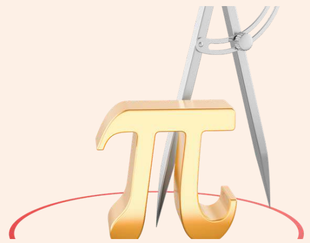
Na Grécia Antiga, Arquimedes desenvolveu o método da exaustão. Ele inscreveu e circunscreveu polígonos em uma circunferência e calculou seus perímetros, obtendo limites bem próximos para π.

Na China



Ao longo da história, diversas culturas contribuíram para o refinamento do valor de π. Na China, Zu Chongzhi (século V) encontrou uma das melhores aproximações da época: 355/113. Na Índia, Madhava de Sangamagrama (século XIV) avançou ao desenvolver séries infinitas para calcular π, antecipando ideias do cálculo moderno.

Idade Moderna



Na Europa, durante o período moderno, o símbolo π passou a ser utilizado a partir do trabalho de William Jones (1706), sendo posteriormente popularizado por Leonhard Euler. O desenvolvimento do cálculo por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz permitiu novas formas de calcular áreas, incluindo a área do círculo, com maior rigor teórico.

Número irracional



Mary Lucy Cartwright (1900–1998) foi uma matemática britânica proeminente, famosa por suas contribuições pioneiras à teoria dos sistemas dinâmicos e caos. Cartwright é reconhecida por ter formulado uma demonstração simplificada de que o número é irracional (ou seja, não pode ser expresso como uma fração de dois inteiros).

A ideia de ladrilhamento hoje

Na prática cotidiana, sempre que há componentes com formas circulares ou cilíndricas, o número π está presente nos cálculos. Na construção civil, pode ser utilizado para verificar a quantidade de concreto em pilares cilíndricos, no comprimento de tubulação, nas dimensões de colunas ou nos reservatórios, dentre outros.

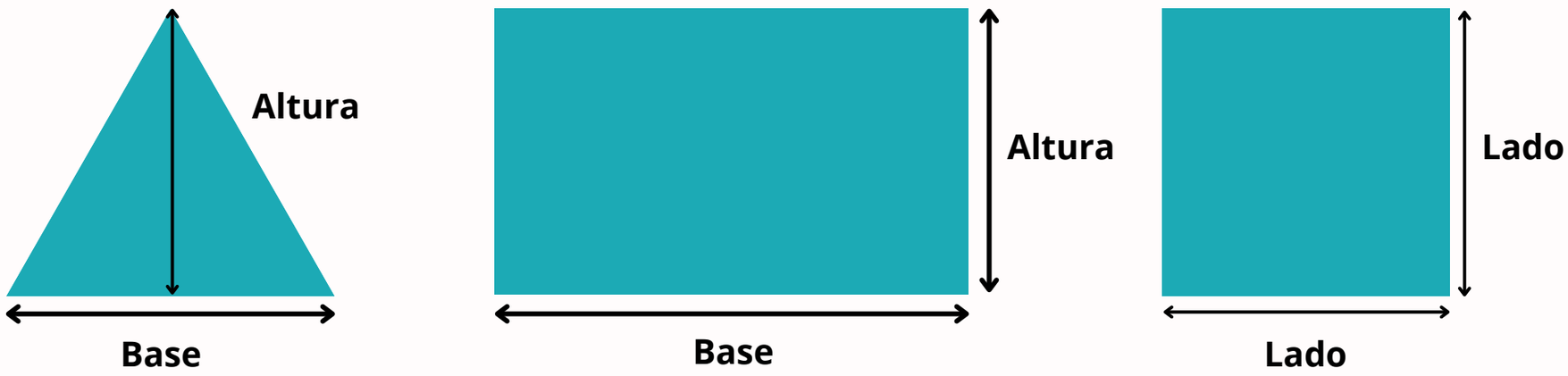
Sugestões de perguntas

- O que vocês imaginam que seja o número π?
- Se medirmos o comprimento de diferentes circunferências e dividirmos pelo diâmetro, o que vocês acham que acontecerá?
- Onde encontramos objetos circulares no dia a dia?
- Em quais profissões vocês imaginam que o número π seja utilizado?



DESENVOLVIMENTO

Professor(a), provavelmente, os(as) estudantes já tiveram contato, em anos anteriores, com o cálculo da área de figuras planas, como triângulos, quadrados e retângulos. Em geral, esses cálculos são realizados por meio de fórmulas conhecidas e relativamente simples, fundamentadas na multiplicação de medidas, como lados, bases e alturas.



Área do triângulo

$$\frac{\text{Base x Altura}}{2}$$

Área do retângulo

Largura x Comprimento

Área do quadrado

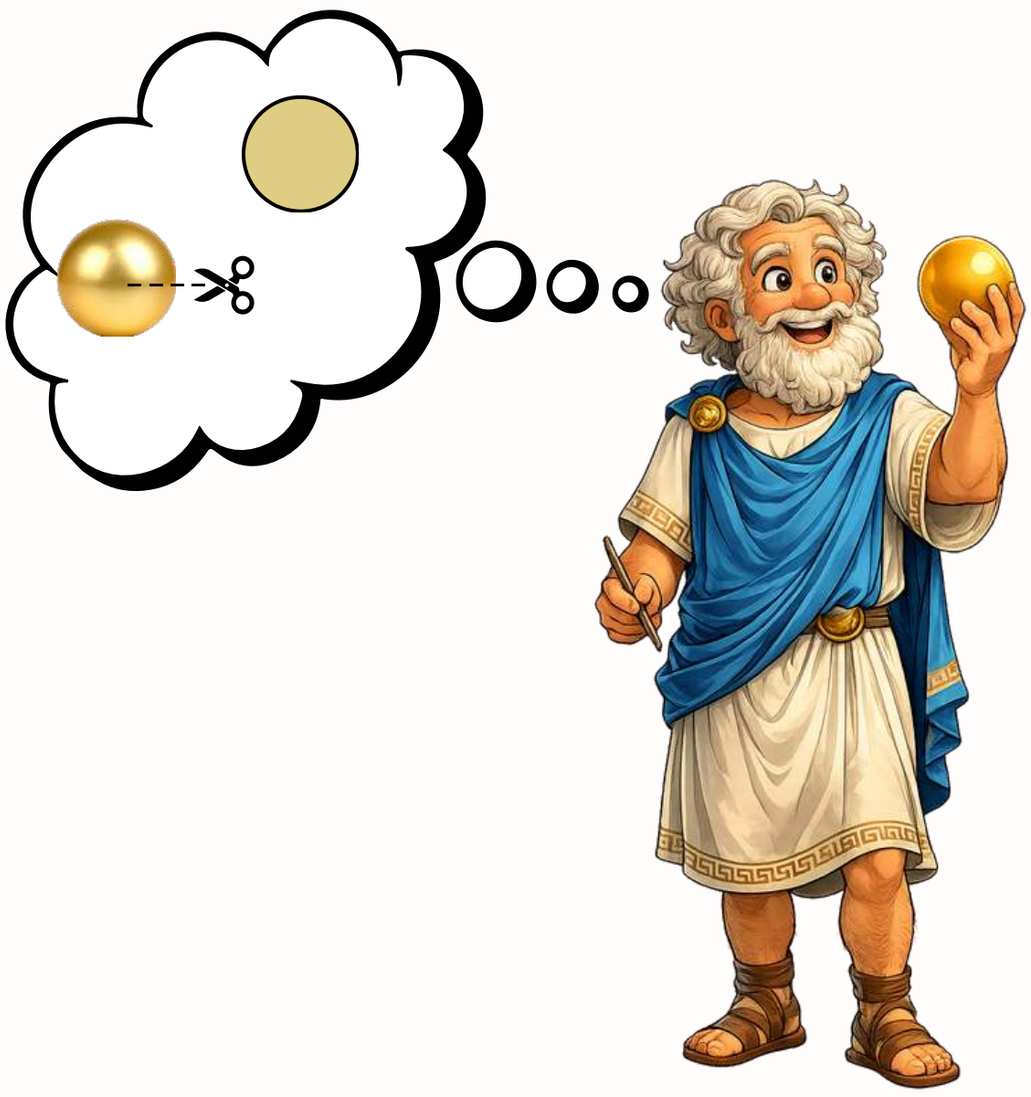
Lado x Lado

Professor(a), você pode iniciar a discussão perguntando aos(às) estudantes como seria possível calcular a área de uma figura que:

- não possui lados retos para serem medidos;
- não permite identificar, de forma direta, uma “base” e uma “altura”.

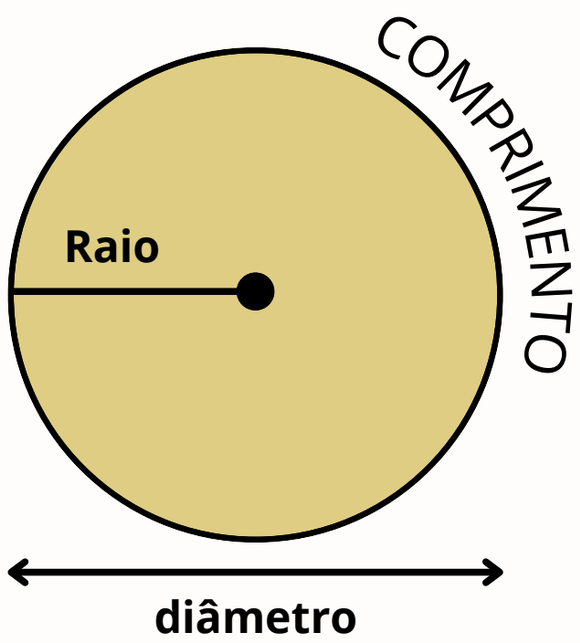
A partir desses questionamentos, proponha que a turma reflita sobre quais figuras apresentam essas características. Incentive os(as) estudantes a compartilharem exemplos e a nomearem figuras que conhecem, incentivando a participação coletiva e a mobilização de conhecimentos prévios.

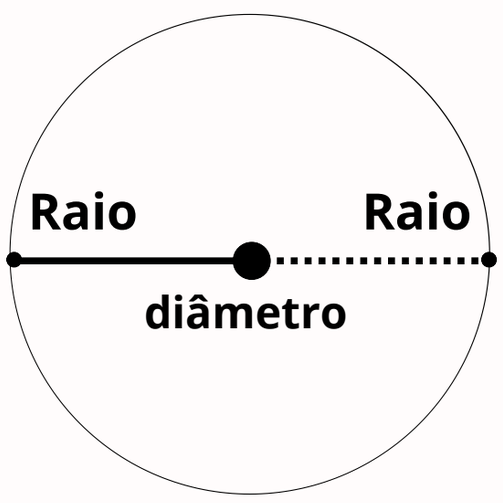
Esse momento pode contribuir para despertar a curiosidade da turma e criar um contexto investigativo para a introdução do estudo do círculo e das estratégias históricas utilizadas para compreender sua área.



Se cortarmos uma esfera por um plano que passa pelo centro, a seção obtida será um círculo. Esse círculo recebe o nome de círculo máximo.

Quando olhamos para um círculo, não observamos duas dimensões como nos outros exemplos. Sabemos que o raio é sempre metade do diâmetro e, observando com atenção, percebemos que essas duas medidas estão diretamente ligadas e determinam o tamanho do círculo.





Raio - É o seguimento de reta que conecta o centro à borda do círculo.

Diâmetro - É o seguimento de reta que conecta dois pontos da borda do círculo (circunferência) passando pelo centro.



DESENVOLVIMENTO

Professor(a), após as discussões iniciais, organize a turma em grupos e solicite que os(as) estudantes investiguem o valor aproximado de π utilizando objetos circulares ou os círculos impressos no anexo. Disponibilize tesouras, régua e barbante para que realizem as medições. Oriente os(as) estudantes a investigar a relação entre o comprimento da circunferência e o diâmetro dos objetos, verificando se existe um padrão entre essas medidas.

Investigue a relação existente entre o comprimento do círculo e o diâmetro do referido objeto, observando se existe um padrão entre o quociente dos respectivos elementos da circunferência.



Professor(a), agora, proponha uma reflexão: há milhares de anos, civilizações como a babilônica, a egípcia e a grega precisavam medir terras, construir poços, erguer monumentos e resolver problemas envolvendo formas circulares. Como elas poderiam calcular a área de um círculo sem conhecer as fórmulas utilizadas atualmente? Será que perceberam que havia um número que aparecia sempre que comparavam o comprimento da circunferência com seu diâmetro?

Esse “número misterioso” é o π (pi). Ele surge quando comparamos a distância ao redor de qualquer círculo (circunferência) com o seu diâmetro. Esse número é sempre o mesmo, tenha o círculo o tamanho de uma moeda ou do planeta Terra.

Hoje, vamos começar a investigar de onde veio o π, entendendo como ele foi descoberto e por que é tão importante na matemática. Essa aprendizagem vai nos levar de volta a milhares de anos e mostrar que medir círculos foi um dos grandes desafios da história.

FOLHA ANEXA PARA ATIVIDADE

1) Com o auxílio de um(a) colega, sobreponha o barbante em volta da borda do objeto circular, mantendo-o bem ajustado e sem folgas. Se possível, marque no barbante (com caneta ou dobra) o ponto onde ele completa a volta e, na sequência, estique o barbante em linha reta sobre a régua ou trena e meça o **comprimento** entre o início e a marca. Anote esse valor como C (comprimento da circunferência), usando centímetros com duas casas decimais.

2) Passe a régua exatamente pelo centro do círculo, de uma borda a outra, delimitando a linha mais longa possível. Anote esse valor como D (diâmetro da circunferência), também com duas casas decimais.

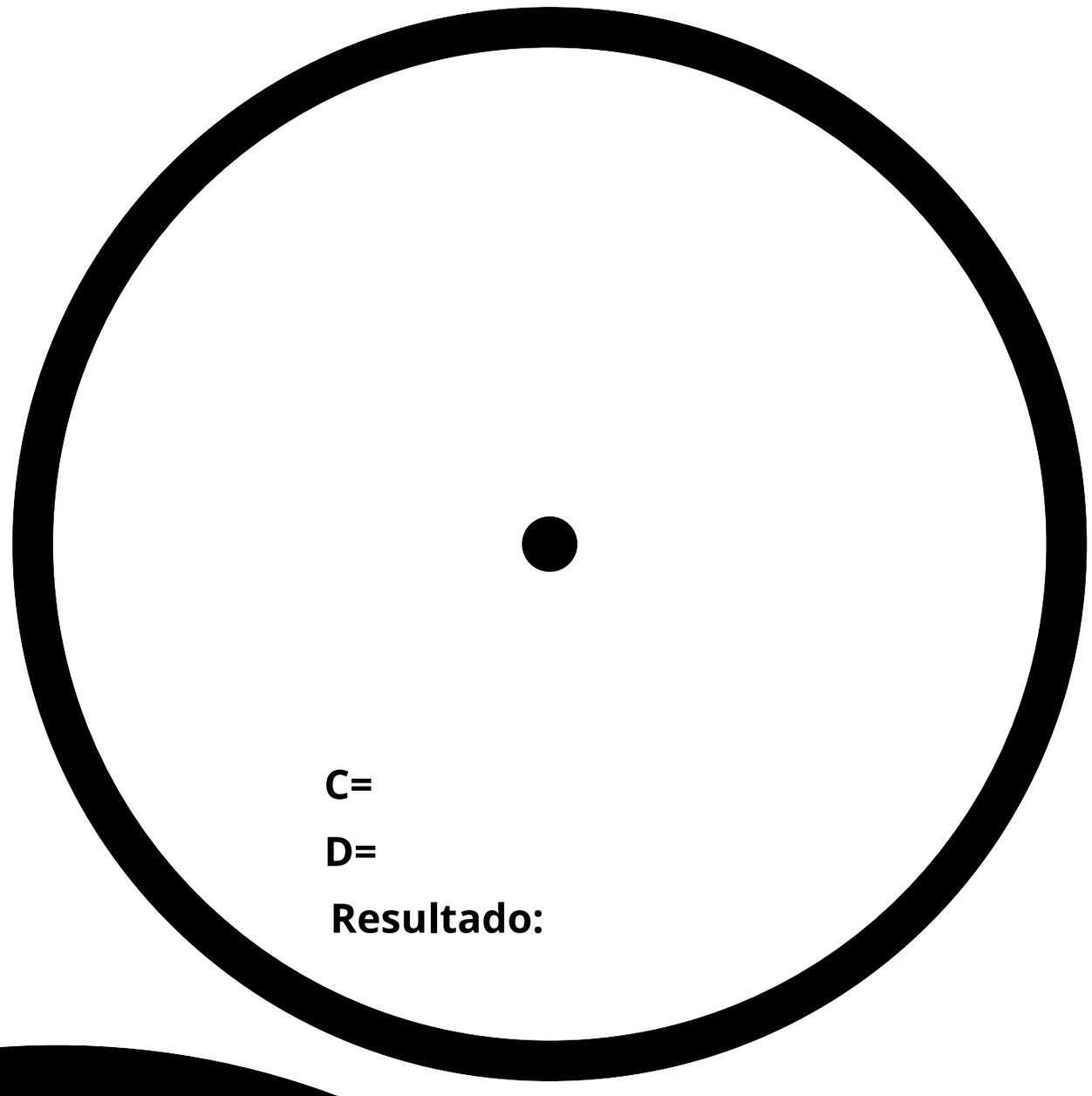
3) Calcule a divisão do comprimento pelo diâmetro e repita o processo para as outras circunferências. O que é possível concluir?



C=

D=

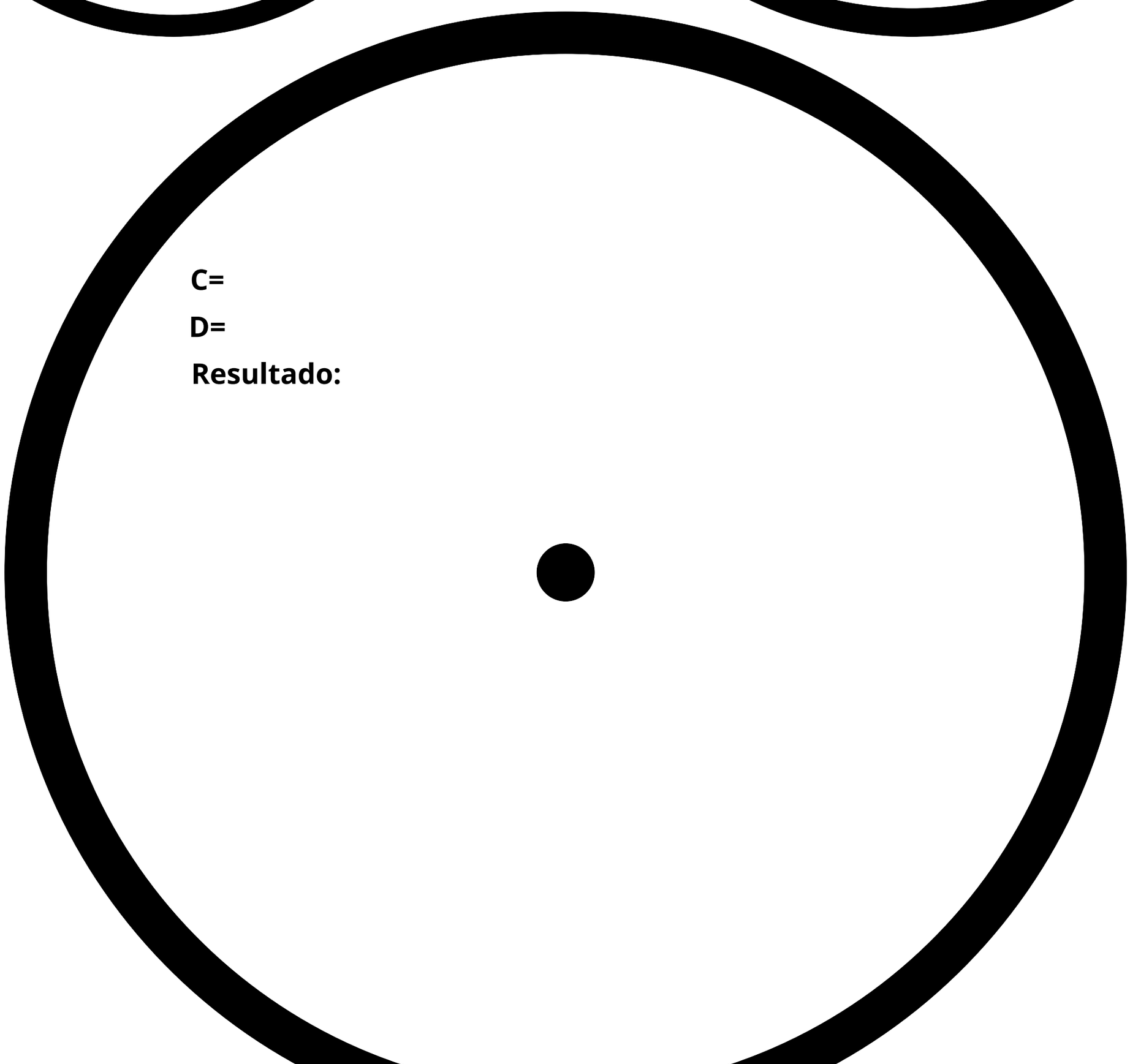
Resultado:



C=

D=

Resultado:



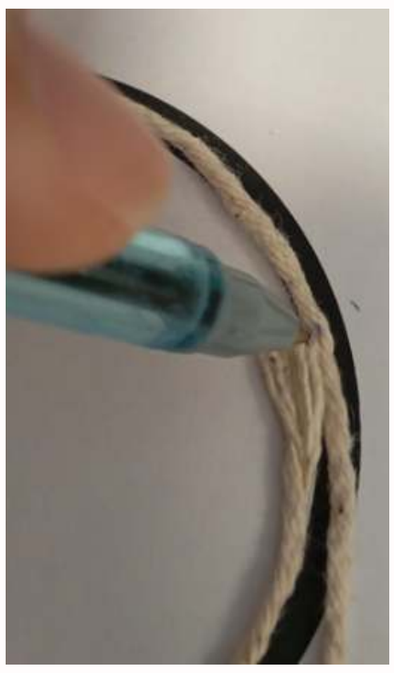
C=

D=

Resultado:



Sobrepondo o barbante



Marcando no barbante



Determinando o comprimento



Determinando o comprimento



Medindo o diâmetro

Professor(a): compare os resultados obtidos pelos grupos e identifique as conclusões a que eles chegaram. Caso algum grupo tenha encontrado um valor inferior a 3, exerça a mediação necessária. De modo geral, a intuição é de que a maioria dos resultados tenderá a ser maior do que 3. Para enriquecer a discussão, verifique e destaque qual foi o menor e qual foi o maior valor encontrado pela turma. Para estimular o raciocínio dos estudantes, você pode levantar propor algumas questões:

- Os resultados foram iguais ou semelhantes?
- Qual valor aparece com maior frequência?
- O que essa regularidade indica sobre qualquer circunferência?

Após a investigação, explique aos(às) estudantes que descobrir essa relação foi um passo importante, mas ainda restava um grande desafio: como calcular a área do círculo? Diferentemente dos quadrados e retângulos, cuja área podia ser determinada por meio da multiplicação de medidas conhecidas, o círculo não possuía lados retos, tornando esse cálculo muito mais complexo.

Antes do desenvolvimento da fórmula que utilizamos atualmente, diferentes civilizações criaram estratégias para estimar a área dos círculos. Os egípcios, por exemplo, procuravam transformar o círculo em uma figura cuja área já sabiam calcular.

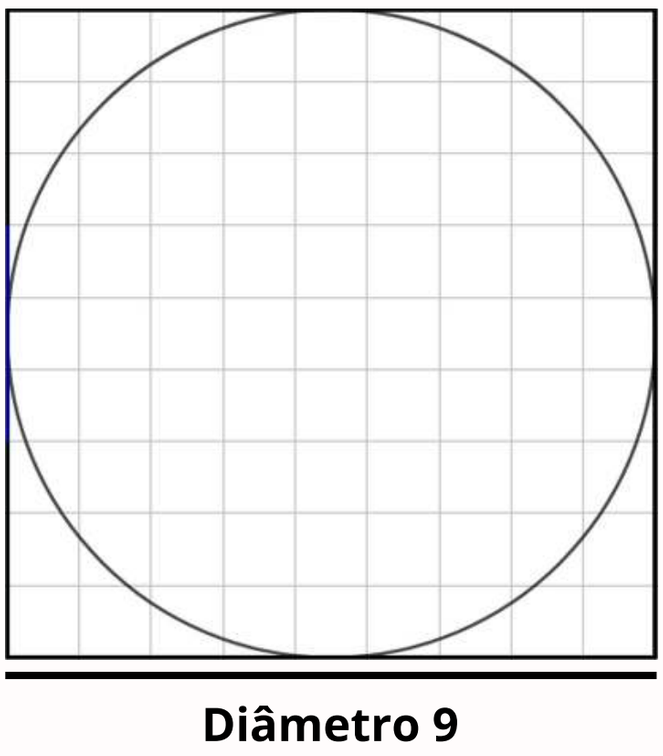
Segundo o método descrito no Papiro de Rhind, a área de um círculo era considerada equivalente à área de um quadrado cujo lado media oito nonos do diâmetro do círculo. Assim, se um círculo possuía diâmetro igual a 9 unidades, construía-se um quadrado de lado 8 unidades, cuja área era igual a 64 unidades.

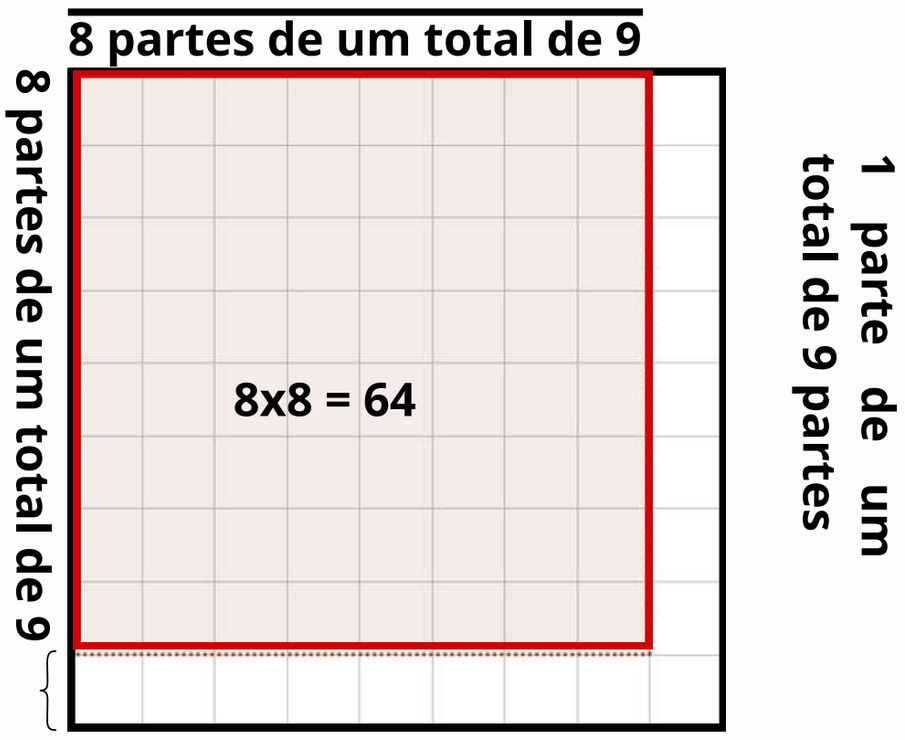
Esse procedimento mostra que, mesmo sem conhecer a fórmula atual da área do círculo, os egípcios desenvolveram uma aproximação bastante eficiente para resolver problemas práticos. Para concluir essa etapa, proponha a seguinte questão investigativa:

Por que um quadrado de lado igual a oito nonos do diâmetro fornece uma boa aproximação para a área do círculo? O que essa estratégia nos revela sobre a maneira como os egípcios produziam conhecimentos matemáticos?

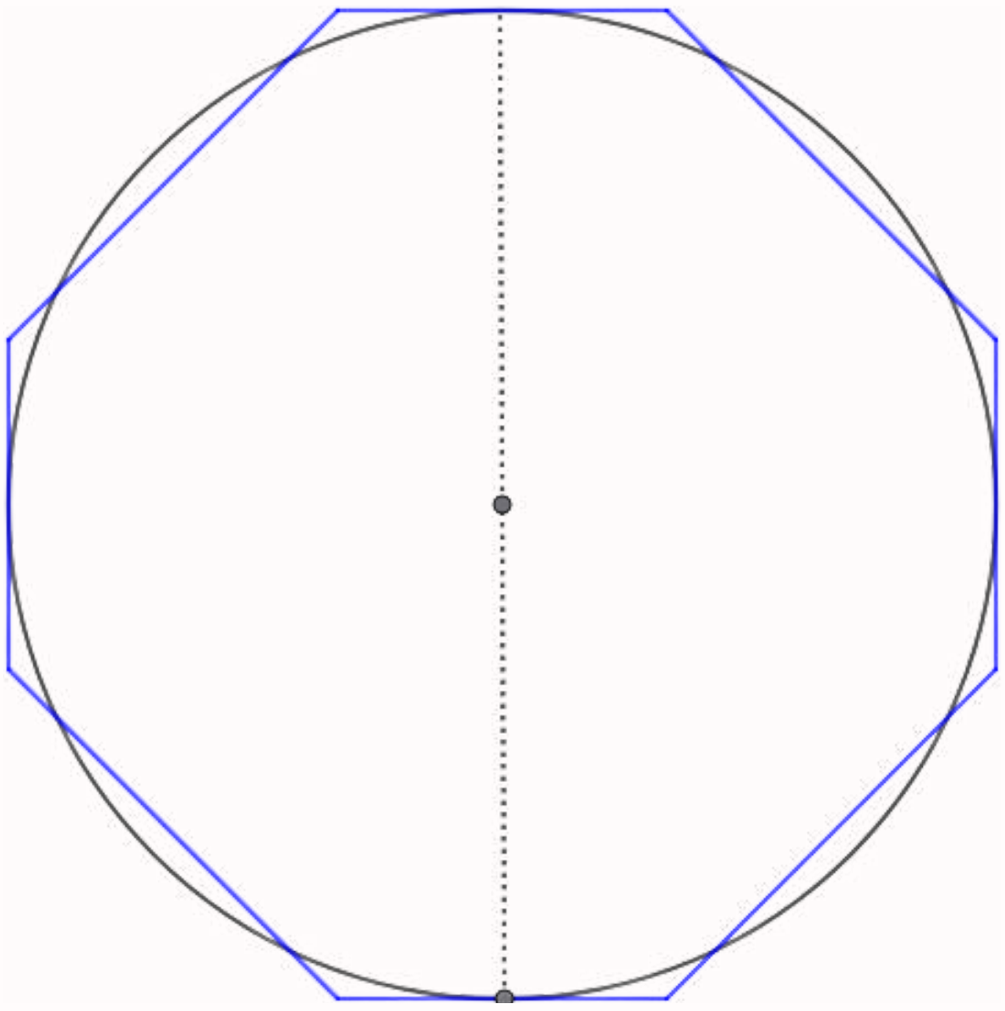
Esses questionamentos servirão como ponto de partida para o estudo das estratégias desenvolvidas posteriormente pelos gregos, especialmente o método da exaustão, que possibilitou aproximações cada vez mais precisas para a área do círculo e contribuiu para a compreensão do número π.

Para os egípcios, a área de um círculo era considerada equivalente à área de um quadrado cujo lado media **oito nonos do diâmetro.** Por exemplo: para um círculo com diâmetro igual a 9, sua área era determinada pela área de um quadrado de lado 8. Isso resultava em um quadrado de área menor do que a de um quadrado cujo lado fosse igual ao diâmetro do círculo original (que seria 9).

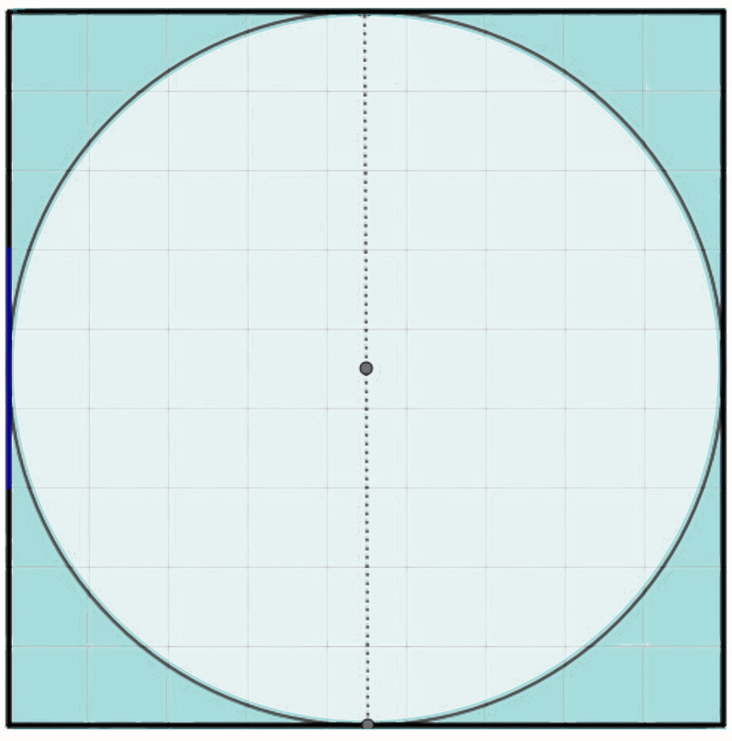




A partir do problema 48 do Papiro de Ahmes, essa prática é introduzida, pois nele é realizada a análise do círculo e do octógono inscritos em um quadrado de lado 9.

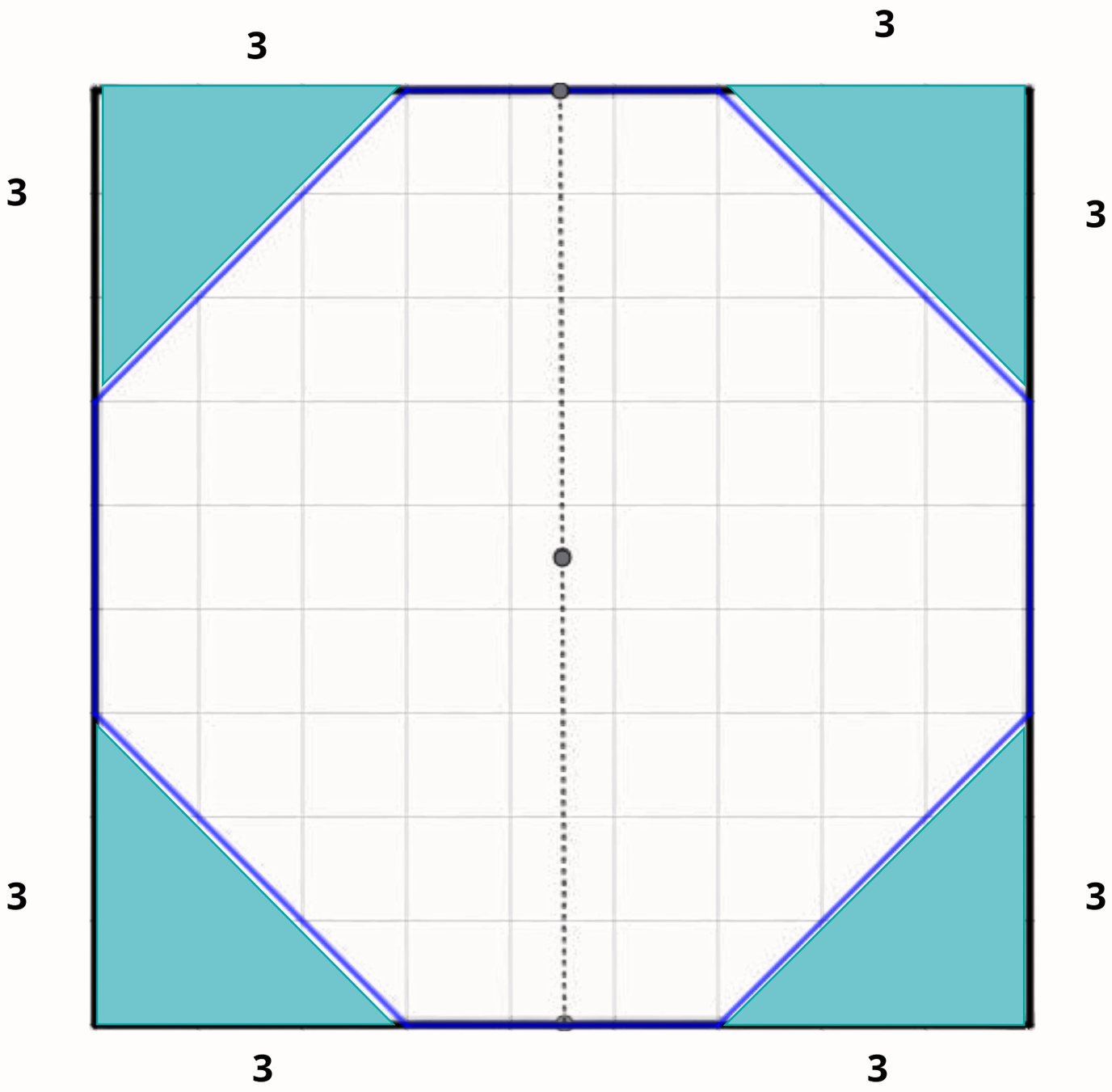


Professor(a), converse com os(as) estudantes para que percebam que, em determinados trechos, o octógono apresenta área maior e, em outros, área menor que a do círculo. A ideia aqui é que percebam a similaridade das áreas dessas figuras.



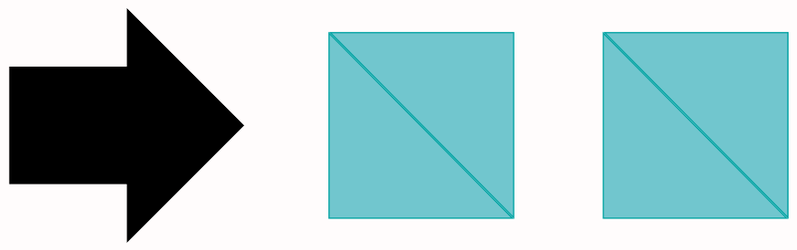
Olhando apenas para quadrado e o círculo, observamos que o círculo com diâmetro igual a nove tem área inferior a do quadrado de lado nove.

A área do quadrado é dada por 9x9 = 81 quadradinhos.



O octógono também possui área menor do que a área do quadrado, mas que pode ser calculada, diferentemente do caso do círculo.

Basta determinar a diferença entre a área do quadrado e as áreas dos triângulos, pois as regiões triangulares são externas em relação ao octógono, no entanto, estão dentro do quadrado.



Se juntarmos os **4 triângulos**, formaremos 2 quadrados de lado **3** e, como 3 x 3 = 9, teremos um total de **18** unidades de área a mais do que o octógono.

Sendo assim, temos:

81-18 = <u>63 quadradinhos.</u>

Como vimos, a área do octógono é de aproximadamente 63 unidades quadradas, um valor muito próximo de 64 unidades quadradas, que corresponde à área de um quadrado de lado 8. Essa semelhança ajuda a entender por que os egípcios utilizavam oito nonos do diâmetro para estimar a área do círculo. Em um círculo de diâmetro 9, por exemplo, tomar oito nonos do diâmetro significa reduzir essa medida para 8. Assim, eles substituíam o círculo por um quadrado cuja área era fácil de calcular e que fornecia uma boa aproximação.

Se compararmos esse método com a fórmula atual da área do círculo, percebemos que a aproximação egípcia corresponde a um valor de π próximo de 3,16, bastante próximo do valor que utilizamos atualmente (3,14).

Professor(a), peça aos(às) estudantes que comparem o valor de π obtido na atividade com barbante com o valor aproximado encontrado pelos egípcios. Aproveite esse momento para destacar que esses estudos foram realizados há mais de 3 mil anos, evidenciando o conhecimento matemático desenvolvido por essa civilização.

Tentando determinar π pelo método egípcio, teríamos que comparar a quarta parte de $\pi(\frac{\pi}{4})$ com $(\frac{64}{81})$, pois são as partes que multiplicam o diâmetro ao quadrado para determinar a área do circulo em ambos os métodos.

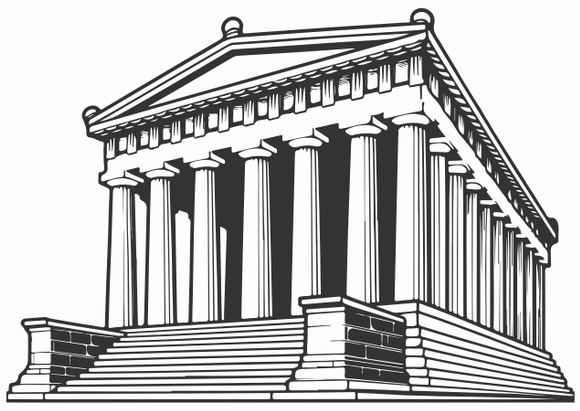
(A quarta parte de π) $\frac{\pi}{4} = \frac{64}{81}$ **portanto,** $\pi = 4 \times \frac{64}{81} = \frac{256}{81}$

(π é quatro vezes maior que a quarta parte dele)

Trazendo aos dias atuais, $\pi = 3,16$

DESENVOLVIMENTO

Professor(a), peça para os(as) estudantes compararem os resultados obtidos na experiência envolvendo barbante com o π egípcio. Enfatize que o povo egípcio realizou esses estudos há mais de 3000 mil anos, apresentando resultados que se difundem até os dias atuais.



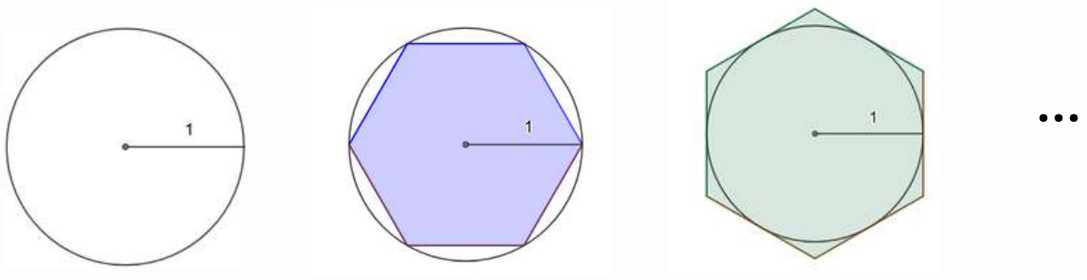
Outra civilização que se dedicou ao estudo dos corpos redondos foi a grega. No século III a.C., Arquimedes de Siracusa apresentou avanços significativos para a compreensão do número π. Além de reconhecer que a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro era constante, também se dispôs a investigar de forma aprofundada o valor numérico dessa constante.

Obstinado a descobrir o valor de pi, Arquimedes utilizou uma estratégia de exaustão. Foi uma das primeiras formas conhecidas de se obter aproximações precisas para grandezas geométricas, em especial para o π. Para estimar o valor de π, Arquimedes considerou um círculo de raio unitário e aproximou o comprimento de sua circunferência por meio de polígonos regulares inscritos e circunscritos ao círculo.

Professor(a), como o desenvolvimento algébrico desse método é bastante complexo para esse nível de ensino, sugerimos explorar apenas a ideia geométrica da construção. Utilize o recurso GeoGebra para que os(as) estudantes observem que, à medida que aumenta o número de lados dos polígonos inscritos e circunscritos, seus perímetros se aproximam cada vez mais do comprimento da circunferência. Dessa forma, eles(as) poderão compreender visualmente como Arquimedes conseguiu obter uma excelente aproximação para o valor de π utilizando apenas conceitos geométricos e raciocínio lógico.

https://www.geogebra.org/classic/gf8vmtct

Arquimedes começou com um hexágono (polígono de 6 lados) e foi dobrando o número de lados sucessivamente: 12, 24, 48... até chegar a um polígono de 96 lados. Para cada um desses polígonos, ele calculou os perímetros. O perímetro do polígono inscrito fornece uma aproximação inferior ao comprimento da circunferência, enquanto o do polígono circunscrito fornece uma aproximação superior. Dessa forma, o valor real do comprimento da circunferência — e, portanto, o valor de π — estaria entre esses dois valores.



Intervalo encontrado por Arquimedes.

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$$

Arquimedes concluiu que o valor de π estava entre $\frac{223}{71}$ e $\frac{22}{7}$, ou seja, entre aproximadamente 3,1408 e 3,1428. Esse resultado mostra uma aproximação extremamente precisa para a época, considerando que o valor real de π é cerca de 3,1416. O método da exaustão, portanto, permitiu a Arquimedes “cercar” o valor de π com um erro de menos de 0,05%, utilizando apenas geometria e raciocínio lógico.



CONSIDERAÇÕES FINAIS E AVALIAÇÃO

Apesar de todas essas aproximações, é importante lembrar que π é um número irracional e infinito, com casas decimais que nunca terminam e nunca se repetem. Não podemos expressá-lo exatamente como uma fração ou como um número decimal finito — e por isso, muitos cálculos na matemática, engenharia e física são feitos em função de π.

Hoje, com a ajuda da tecnologia, já foram calculadas mais de 100 trilhões de casas decimais de π, um feito impressionante que mostra como ele continua sendo objeto de estudo tanto pela matemática pura quanto pela ciência da computação, inclusive a Nasa utiliza o pi com precisão de 16 casas decimais relacionados ao GPS espacial.

Em resumo, π é muito mais do que apenas 3,14: é uma constante fundamental da natureza, presente em círculos, ondas, órbitas, probabilidades e em muitos outros aspectos da realidade.

$$\pi = \frac{Comprimento}{Diâmetro}$$

Vimos que π é o resultado da divisão do comprimento pelo diâmetro

C ⌊ D
π

$$C = \pi \times \hat{Diâmetro}$$

$$C = \pi \times 2r$$

Diâmetro é o dobro do raio do círculo/circunferência.

$$C = 2\pi r$$

Comprimento da circunferência é igual ao dobro do raio vezes pi (π).

Exemplo 1:
Paulo está construindo uma horta em uma região em formato circular. Para proteger as hortaliças, ele irá cercar essa plantação. Sabendo-se que o raio do terreno é de 3m, quanto será o mínimo de arame necessário para cercar esse terreno com duas voltas de arame?



O comprimento deste terreno é o que precisamos saber para, então, calcular 2 voltas.

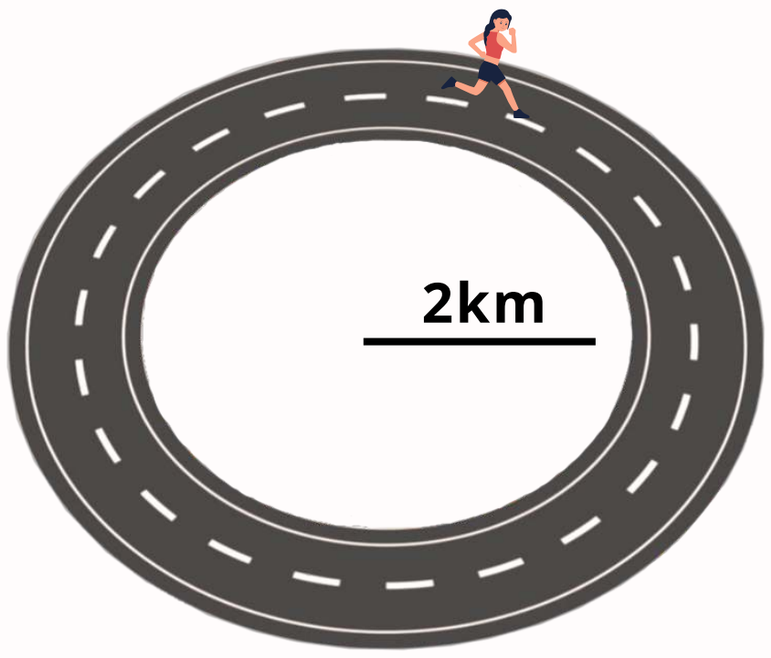
C = 2 . π . 3
C = 2 . 3 . π
C = 6 π

C = 6 π → 1 volta.

2 voltas. **= 12 π.**

Resposta: Serão necessários **12 π metros** de arame.

Exemplo 2:
Cecília treina em uma pista de atletismo. Diariamente, ela dá 2 voltas na pista e, em seguida, vai embora. Sabendo-se que a pista tem formato circular, com raio de 2 km, se Cecília correr 3 dias por semana, quantos quilômetros ela percorrerá ao longo da semana? Considere π=3,14



2 voltas por dia, 3 voltas por semana, então:

2
x3
6 ➡ 6 voltas por semana. Agora, falta saber quanto é o comprimento de uma volta.

1 volta é o comprimento de um círculo de raio 2km.

C = 2 . π . r
C = 2 . π . 2
C = 4 . π, como π = 3,14 fazemos
C = 4 . 3,14 ➡ C = 12,56 km por volta

Como são 6 voltas, temos

12,56
x 6
75,36

Resposta: Cecília correrá **75,36 km** semanalmente.

Exemplo 3:
Olívia deu uma volta correndo em torno de uma piscina. Sabendo-se que a piscina é redonda e que o diâmetro, distância máxima de borda a outra da piscina, é de 4m, e considerando π=3, determine quantos metros Olívia correu.



Para isso, é preciso calcular o comprimento da piscina, que é circular:

C = 2 . π . r **Comprimento da circunferência é igual ao dobro do raio vezes pi (π)**

C = 2. r . π **Diâmetro é o dobro do raio. Logo:**

C = 4 . π
4 .3
12m

Resposta: Olivia correu **12m** ao redor da piscina.

JOGOS MATEMÁTICOS

Para a consolidação das aprendizagens desta aula, preparamos um jogo de perguntas e respostas que pode ser acessado pelo link ou pelo QR Code:

https://wordwall.net/pt/resource/96138433

REFERÊNCIAS

A beleza dos números: Matemática e simetria na natureza - https://museuweg.net/blog/a-beleza-dos-numeros-matematica-e-simetria-na-natureza/

História da Matemática - https://www.professoresdematematica.com.br/wa_files/Topicos_20de_20Historia_20da_20Matematica_28PROFMAT_29_TatianaRoque_Pitombeira.pdf

Livro 01: BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. História da matemática. Editora Blucher, 2019.

Livro 02: EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Editora da UNICAMP, 2008.

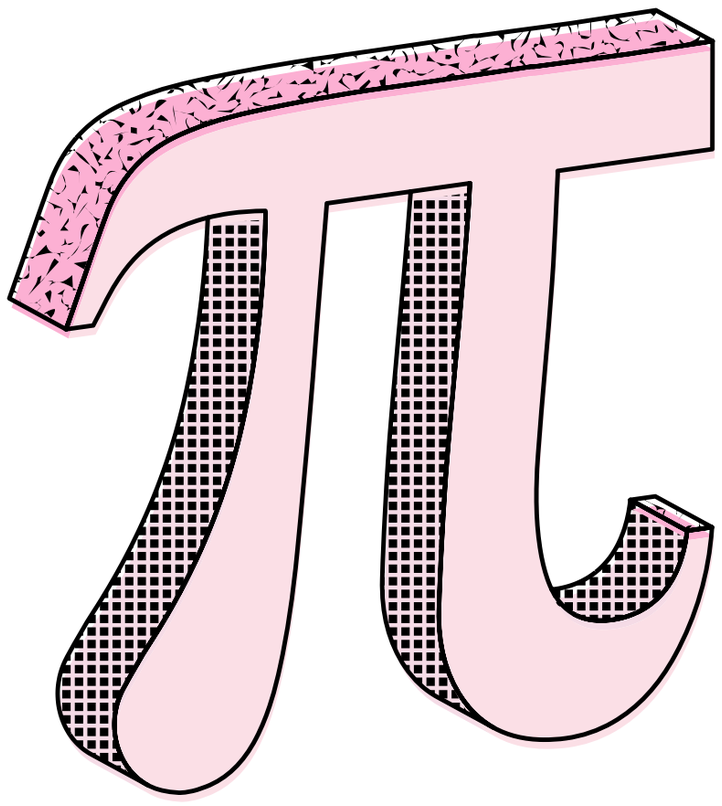
Artigos - https://www.fc.up.pt/mp/jcsantos/PDF/artigos/pi.pdf

https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/80

https://www.mat.ufmg.br/visitas/2025/05/02/matematico-chines-zu-chongzhi-um-genio-a-frente-de-seu-tempo/

https://www.youtube.com/watch?v=_eTuiC9LPoI

https://www.youtube.com/watch?v=tWW7b-s56ys



A Matemática pura é, à sua maneira,
a poesia das ideias lógicas.

Albert Einstein

